

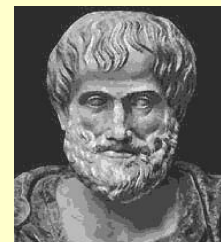
ОСНОВЫ ЛОГИКИ

Формальная логика

Алгебра логики

«Логика» (от др.гр. logos) - слово, мысль, понятие, рассуждение, закон

Формальная логика — наука о законах и формах мышления



Аристотель

Основные формы мышления:

- **Понятие** — это форма мышления, которая выделяет признаки предмета или класса предметов, отличающие его от других
- **Суждение** — это мысль, в которой что-то утверждается или отрицается о предметах
- **Умозаключение** — прием мышления, позволяющий на основе одного или нескольких суждений-посылок получить новое суждение (знание или вывод)

Математическая логика — наука о применении математических методов в решении логических задач

Суждения - суть *высказывания* или *логические выражения*

Алгебра высказываний или *алгебра логики* - раздел математической логики для обработки логических выражений

Формальная логика

Высказывание – это повествовательное предложение, о котором всегда можно сказать, истинно оно или ложно.

Примеры высказываний:

«Листья на деревьях опадают осенью»;

«Зимой в Московской области нет зеленых деревьев».

Сложное высказывание получается из простых или сложных высказываний с использованием союзов-связок **И**, **ИЛИ** и частицы **НЕ**

Например: «Ученик прогулял урок **и** получил двойку».

Задание№1 Являются ли эти предложения высказываниями?

1. Вы были в театре?
2. Завтра я не пойду на каток.
3. Мойте руки перед едой.
4. Если будет дождь, то мы поедем за грибами
5. Луна — спутник Земли.
6. Если я поеду туда, то смогу ли вернуться?
7. IF $X > 1$ THEN $Y = 0$
8. Принеси мне книгу.
9. Некоторые люди имеют голубые глаза
10. Существуют такие люди, которые не любят животных.

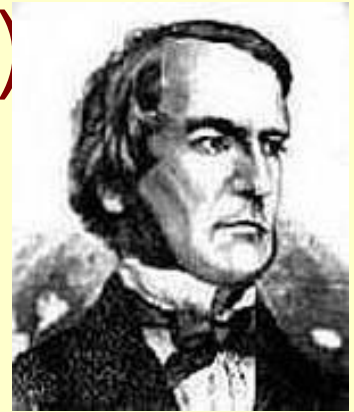
Задание№2

Укажите среди нижеприведенных высказываний, сложные они или простые:

1. Если две прямые параллельны, то они пересекаются
2. Идет дождь.
3. Все мышки серые, кошки тоже бывают серые.
4. На следующем уроке будет либо контрольная, либо свободный урок.
5. Треугольники с равными сторонами не равнобедренны
6. $7 + x > x + c + 0,1a$
7. Число 3 больше числа 2.

Алгебра логики (Булева алгебра)

Алгебра логики отвлекается от смысловой содержательности высказываний. Ее интересует только один факт — истинно или ложно данное высказывание.



Дж. Буль

Простые высказывания в алгебре логики обозначаются заглавными латинскими буквами:

$A = \{\text{Аристотель - основоположник логики}\}$

$B = \{\text{На яблонях растут бананы}\}.$

Истинному высказыванию ставится в соответствие 1, ложному — 0. Таким образом, $A = 1, B = 0.$

Логическая переменная — высказывание в булевой алгебре, которое может принимать лишь два значения 1(истина) и 0 (ложь)

Логическая функция — сложное логическое выражение, составленное из логических переменных

Логические операции

Операция	Название операции	Краткое прочтение высказывания
$\neg A$	<i>Инверсия(отрицание)</i>	не A
$A \wedge B$	<i>Конъюнкция</i>	A и B
$A \vee B$	<i>Дизъюнкция</i>	A или B
$A \leftrightarrow B$	<i>Эквивалентность</i>	A эквивалентно B A тогда и только тогда, когда B
$A \rightarrow B$	<i>Импликация: A - условие, B - следствие</i>	если A , то B . A влечёт B
$A \oplus B$	<i>Исключающая или (строгая дизъюнкция)</i>	либо A , либо B

Логическая операция ИНВЕРСИЯ (отрицание):

соответствует словам **неверно, что...** и частице **не**;
обозначение $\neg$, $\neg$;

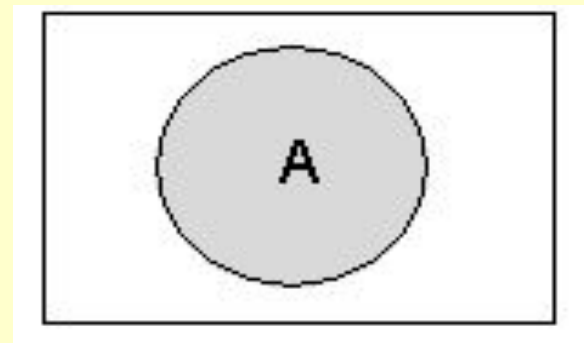
Инверсия логической переменной истинна, если сама переменная ложна, и, наоборот, инверсия ложна, если переменная истинна.

Пример инверсии: «Завтра я не приду к тебе».

Таблица истинности

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

Диаграмма Эйлера-Венна

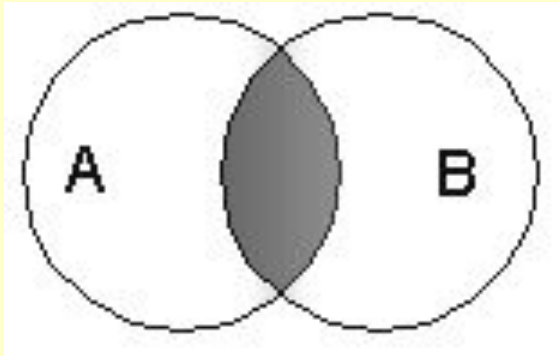


Логическая операция КОНЪЮНКЦИЯ (логическое умножение):

в естественном языке соответствует союзу **и**;

Конъюнкция двух логических переменных истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны.

Например: «Светит солнце и поют птицы».

Таблица истинности			Диаграмма Эйлера-Венна														
<table><tr><th><i>A</i></th><th><i>B</i></th><th><i>A&B</i></th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A&B</i>	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1		
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A&B</i>															
0	0	0															
0	1	0															
1	0	0															
1	1	1															

Логическая операция ДИЗЪЮНКЦИЯ (логическое сложение):

соответствует союзу **или**; обозначение **+**; **V**;

Дизъюнкция двух логических переменных ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны.

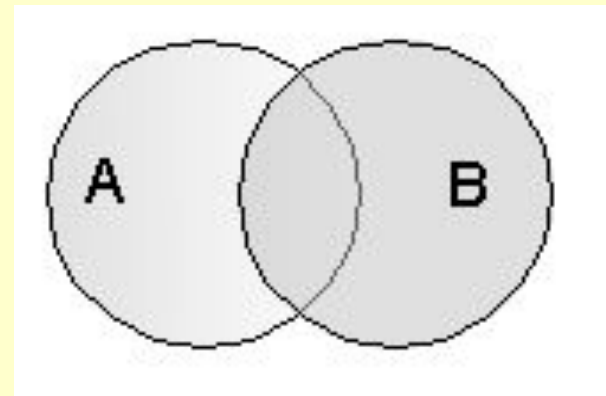
Например: «**В отпуске мы будем посещать театры или выставки**».

Дизъюнкцию называют также **двоичным сложением** с одной оговоркой: по правилу двоичного сложения $1 + 1 = 10$, а в нашем примере $1 + 1 = 1$.

Таблица истинности

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Диаграмма Эйлера-Венна



Логическая операция ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следствие):

в естественном языке соответствует обороту **если ..., то ...**;
обозначение $\rightarrow$; $\supset$

Импликация двух логических переменных ложна только тогда, когда предпосылка истинна, а заключение ложно, и истинна – во всех остальных случаях.

Пример импликации: «Если завтра будет тепло, то мы пойдем гулять».

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Логическая операция ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ (равнозначность):

в естественном языке соответствует оборотам речи **тогда и только тогда; в том и только в том случае;**

обозначения $\equiv; \leftrightarrow, \sim$

Эквивалентность двух логических переменных истинна только тогда, когда обе переменные одновременно истинны или одновременно ложны.

Пример эквивалентности: «Я заведу себе щенка тогда и только тогда, когда хорошо изучу, как надо с ним обращаться.»

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логическая операция Исключающая или (Строгая дизъюнкция)
в естественном языке соответствует оборотам речи **либо... , либо..**
обозначение $\oplus$, $\vee$

Строгая дизъюнкция логических переменных истинна тогда только тогда, когда истинна только одна из логических переменных.

Пример строгой дизъюнкции: «Саша либо дома, либо вышел погулять с собакой».

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Таблица истинности

определяет, какие значения принимают высказывания, полученные с помощью логических операций, если исходные высказывания принимают значения 1 или 0

A	B	$\neg A$	$A \& B$	$A \vee B$	$A \leftrightarrow B$	$A \rightarrow B$	$A \oplus B$
1	1	0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1	0

Упражнения

1. Определите истинность следующих высказываний:
 - а) приставка – часть слова, она пишется отдельно со словом;
 - б) рыбу ловят сачком или ловят крючком, или мухой приманивают, иль червячком;
 - в) буква «а» – первая буква в слове «аист» или «сова»;
 - г) данное число четно или число, больше его на единицу, четно.
2. Используя логические операции, запишите высказывания, которые являются истинными:
 - а) неверно, что $0 < X \leq 3$ и $Y > 5$;
 - б) Z является $\min(X, Y, Z)$;
 - в) X, Y, Z равны между собой;

Д/З. Используя логические операции, запишите высказывания, которые являются истинными.

- г) каждое из чисел X, Y, Z положительно;
- д) хотя бы одно из чисел X, Y, Z положительно;
- е) только одно из чисел X, Y, Z больше 10 .