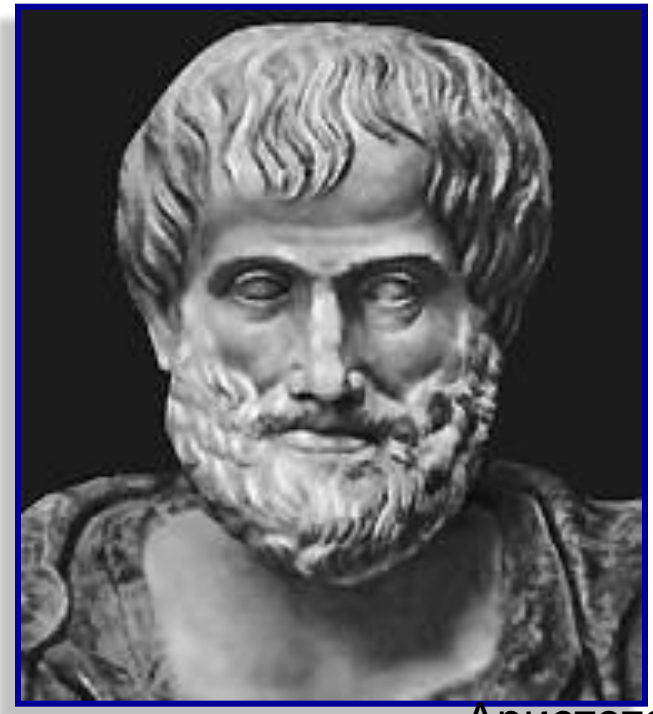
ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

Логика —древняя наука. Ее название происходит от древнегреческого многозначного слова «логос» — мысль, речь, слово, понятие, разум.

Древние философы пытались найти ответ на вопрос, как и по каким законам мыслит человек, какими путями мышления можно прийти к истине в рассуждениях о событиях и явлениях окружающего мира.

По дошедшим до нас рукописям Аристотеля считают, что именно он явился основоположником логики как науки. В логике Аристотеля сформированы логические категории «понятие», «суждение», «умозаключение», законы логики, метод дедукции, понятие гипотезы. Логика Аристотеля — это так называемая классическая, формальная логика.

Логика - наука, изучающая законы и формы ***мышления***, способы рассуждений и доказательства



Аристотель

В дальнейшем логика в своем развитии перешла от формальной к математической логике, появление которой связывают с именем философа-математика Г. В. Лейбница (1646 — 1716).

Словесная форма записи рассуждений стала тормозить развитие логики. В логике появляются математические методы исследования, обусловленные развитием наук, и в частности математики.

Логика обретает символьный язык, конкретность законов, распространяется за рамки гуманитарных наук.

Но формальная логика не утратила своего значения со временем и используется в гуманитарных науках, таких, как криминалистика, философия, юриспруденция, психология.

В период 1815 — 1864 гг. благодаря трудам математика Дж. Буля появился раздел математической логики, получивший название алгебры логики, или булевой алгебры

Алгебра логики — это раздел математики, нашедший большое практическое применение в технической области знаний.

Она используется для решения сложных математических задач, при написании программ и алгоритмов, разработке компьютеров, электронных устройств, автоматических систем, в робототехнике и т. д.

Формальная логика

Основным элементом логики является **понятие высказывания**, определяемое как **повествовательное предложение, относительно которого можно однозначно сказать, истинное или ложное утверждение оно содержит.**

Примеры высказываний:

«Листва на деревьях опадает осенью»;

«Зимой в Московской области нет зеленых деревьев».

Первое высказывание содержит истинную информацию, второе — ложную.

Вопросительные и побудительные предложения не являются высказываниями, так как в них ничего не утверждается и не отрицается.

Примеры предложений, не являющихся высказываниями:

«Кто не хочет быть счастливым?»;

«Не пейте сырую воду!»;

«Мой друг! Отчизне посвятим души прекрасные порывы!».

Высказывания могут быть и такими:

$2 > 1$;

$H_2O + SO_3 = H_2SO_4$.

Здесь используются языки математических символов и химических формул.

Из простых высказываний можно получить **сложное высказывание**, объединив их с помощью **логических связок**.

Логические связки — это слова, которые подразумевают определенные логические связи между высказываниями.

Для связок введена специальная терминология:

Логические связки и кванторы	**Название логических связок и кванторов**
...и...	Конъюнкция
...или...	Дизъюнкция
...либо... либо...	Строгая дизъюнкция
Если..., то...	Импликация
Неверно, что...; не	Отрицание
Тогда и только тогда, когда...	Эквиваленция
Все; всякий; каждый	Квантор общности
Некоторые...; существуют...	Квантор существования

Конъюнкция

Пример высказывания:

«Закончились лекции, и студенты пошли домой».

Здесь союз «и» является конъюнктивной связкой двух простых высказываний, при этом сложное высказывание истинно, только если одновременно истинны оба входящие в него простые высказывания.

Дизъюнкция

Пример высказывания:
«В природе бывает, что солнце при дожде светит или прячется в тучах».

В этом высказывании связка «или» реализует дизъюнкцию, **при этом сложное высказывание истинно, если истинно хотя бы одно из простых высказываний, в том числе если истинны сразу оба высказывания.**

Строгая дизъюнкция

Пример высказывания:

«В этом году летом мы либо поедем к морю, либо будем жить на даче».

Связка «либо ... либо» реализует строгую дизъюнкцию, при этом **сложное высказывание истинно, только если одно из простых высказываний истинно, но не оба сразу.**

Менее явно строгая дизъюнкция может быть выражена связкой «или», например: «Сейчас Сергей находится в институте или дома».

Импликация

Пример высказывания:
«Если будет хорошая погода, то мы пойдем в лес».

Здесь связка «если...то» реализует импликацию, при этом первую часть высказывания — «Если будет хорошая погода» — называют условием, а вторую — «мы пойдем в лес» — заключением.

Высказывание такого типа ложно только в одном случае — если истинно условие и ложно заключение.

Отрицание (инверсия).

Примеры высказываний:

«Неверно, что 2-2 = 5»;

«Завтра мы не пойдем на улицу».

В этих примерах отрицание высказываний реализуется связками «неверно, что..» и «не».

Данное высказывание истинно, когда его отрицание ложно и наоборот.

Эквиваленция

Пример высказывания:

«Я куплю радиоприемник тогда и только тогда, когда получу премию».

В этом примере связка «...тогда и только тогда... когда...» помогает выразить взаимную обусловленность событий.

Данное сложное высказывание будет истинным, когда простые высказывания либо оба истинны, либо оба ложны.

Квантор общности

Пример высказывания:

«Все красные мухоморы ядовиты».

Здесь «все» — кванторное слово.

Квантор существования

Примеры высказываний:

«Некоторые люди имеют высшее образование»;

«Существуют люди с голубыми глазами».

В этих примерах кванторные слова — **«некоторые», «существуют».**

Примером сложного высказывания с различными типами связок может служить следующее: «Если мы не поедем в Крым и не выкупаемся в море или не сходим в горы, то мы либо уедем на дачу, либо останемся дома.»
В этом примере видно условие с конъюнкцией и дизъюнкцией — «Если мы не поедем в Крым и не выкупаемся в море или не сходим в горы» — и заключение со строгой дизъюнкцией — «мы либо уедем на дачу, либо останемся дома».

Как видно из этого примера, такие комбинационные сложные высказывания можно легко подвергать анализу после изучения логических высказывательных конструкций с одной связкой.

Задание 1.
В правый столбец таблицы впишите слово «да», если это высказывание, и «нет» — в противном случае:

Предложение	Ответ на вопрос «Это высказывание?»
Луна — спутник Земли.	
Все ученики нашей школы любят математику.	
Принеси мне книгу.	
Некоторые люди имеют голубые глаза.	
Вы были в театре?	
Завтра я не пойду на каток.	
Мойте руки перед едой.	
Если будет дождь, то мы поедем за грибами.	
Завтра я либо сдам экзамен, либо останусь на второй год.	
Существуют такие люди, которые не любят животных.	
Если я поеду туда, то смогу ли вернуться?	
IF X>1 THEN Y=0	

Проверим

Предложение	Ответ на вопрос «Это высказывание?»
Луна — спутник Земли.	Да
Все ученики нашей школы любят математику.	Да
Принеси мне книгу.	Нет
Некоторые люди имеют голубые глаза.	Да
Вы были в театре?	Нет
Завтра я не пойду на каток.	Да
Мойте руки перед едой.	Нет
Если будет дождь, то мы поедем за грибами.	Да
Завтра я либо сдам экзамен, либо останусь на второй год.	Да
Существуют такие люди, которые не любят животных.	Да
Если я поеду туда, то смогу ли вернуться?	Нет
IF X>1 THEN Y=0	Да

Задание 2.
Укажите для нижеприведенных высказываний, сложные они или простые:

Высказывание	Тип высказывания
Если две прямые параллельны, то они пересекаются.	
Идет дождь.	
Все мышки серые, кошки тоже бывают серые.	
На следующем уроке будет либо контрольная, либо свободный урок.	
Завтра или сегодня брат приедет к нам в гости.	
Треугольники с равными сторонами не равнобедренны.	
$7+x>x + c + 0,1a$	
Число 3 больше числа 2.	
Тогда и только тогда, когда я вижу вас, у меня нет слов, чтобы высказать вам все.	
Завтра премьера в нашем театре.	
Это число не простое.	
Когда горит свет — это означает надежду.	
Если смешать эти растворы, то получится токсичное вещество.	
Сегодня, завтра и каждый день я буду учиться.	

Проверим:

Высказывание	Тип высказывания
Если две прямые параллельны, то они пересекаются.	Сложное
Идет дождь.	Простое
Все мышки серые, кошки тоже бывают серые.	Простое
На следующем уроке будет либо контрольная, либо свободный урок.	Сложное
Завтра или сегодня брат приедет к нам в гости.	Сложное
Треугольники с равными сторонами не равнобедренны.	Сложное
7+x>x + c + 0,1a	Сложное
Число 3 больше числа 2.	Простое
Тогда и только тогда, когда я вижу вас, у меня нет слов, чтобы высказать вам все.	Сложное
Завтра премьера в нашем театре.	Простое
Это число не простое.	Сложное
Когда горит свет — это означает надежду.	Сложное
Если смешать эти растворы, то получится токсичное вещество.	Сложное
Сегодня, завтра и каждый день я буду учиться.	Сложное
Вчера или сегодня или через три дня он позвонит.	Сложное

Задание 3.
Укажите в нижеприведенных сложных высказываниях связующие слова или союзы и наименование связки:

Высказывание	Связка
Если свет горит, то электроэнергия поступает.	
Всякий прямоугольник имеет прямые углы и параллельные друг другу стороны.	
Если будет хорошая погода, то вы поедете туда.	
Треугольники с равными сторонами не являются равнобедренными.	
На следующем уроке будет либо история, либо химия.	
Завтра я пойду в школу и в библиотеку.	

Либо он заболел, либо забыл о нашей договоренности.	
Я поеду в горы тогда и только тогда, когда куплю горные лыжи и ботинки.	
Неверно, что Саша приходил вчера ко мне.	
Зимой мы обычно ходим на лыжах или катаемся на коньках на нашем пруду.	
Треугольник считают равносторонним тогда и только тогда, когда все его	

Высказывание	Связка
Если свет горит, то электроэнергия поступает.	Если... то... (импликация)
Всякий прямоугольник имеет прямые углы и параллельные друг другу стороны.	...и... (конъюнкция)
Если будет хорошая погода, то вы поедете туда.	Если... то... (импликация)
Треугольники с равными сторонами не являются равнобедренными.	...не... (отрицание)
На следующем уроке будет либо история, либо химия.	Либо... либо... (строгая дизъюнкция)
Завтра я пойду в школу и в библиотеку.	...и... (конъюнкция)

Либо он заболел, либо забыл о нашей договоренности.	Либо... либо... (строгая дизъюнкция)
Я поеду в горы тогда и только тогда, когда куплю горные лыжи и ботинки.	Тогда и только тогда... когда... (эквиваленция)
Неверно, что Саша приходил вчера ко мне.	Неверно, что... (отрицание)
Зимой мы обычно ходим на лыжах или катаемся на коньках на нашем пруду.	...или... (дизъюнкция)
Треугольник считают равносторонним тогда и только тогда, когда все его стороны равны.	Тогда и только тогда... когда... (эквиваленция)

Задание 4.

Составьте несколько сложных высказываний, используя нижеприведенные простые высказывания и логические связки.

Завтра будет хорошая погода.
Мы хотим пойти за грибами.
Сергей приглашает нас на рыбалку.
Сергей приглашает нас купаться. 5)2-2 = 5.
H_2O = водород + кислород.
Я видел Мишу в школе.
Он скоро окончит институт.
Он будет учиться в аспирантуре.
Завтра будет холодно.
Завтра будет снег.
Завтра будет тепло.