

Перевод чисел в позиционных системах счисления

Выполнила

Кузнецова Екатерина Павловна

*учитель информатики
МКОУ Таловской СОШ*

Цель:

*Расширить и углубить знания о
переводе чисел в позиционных системах
счисления*

Задачи:

Образовательные:

- ✓ актуализация знаний по теме «Системы счисления»;
- ✓ дифференциация материала, изученного по теме «Системы счисления»;
- ✓ стимулирование интереса к изучаемой теме;

Развивающие:

- ✓ развитие навыков индивидуальной практической деятельности;
- ✓ развитие коммуникационной компетентности у учащихся;
- ✓ развитие мышления учащихся при решении логических задач;

Воспитательные:

- ✓ повышение мотивации учащихся путем использования нестандартных задач;
- ✓ формирование творческого подхода к решению задач, четкости и организованности, умения оценивать свою деятельность и деятельность своих товарищей;
- ✓ воспитание духа здорового соперничества, дружелюбного отношения друг к другу, чувства коллективизма;
- ✓ формирование навыков самоорганизации и инициативы.

Планируемые результаты:

Предметные: научиться переводить числа между системами счисления и пользоваться правилами перевода при решении заданий повышенной сложности

Метапредметные:

Регулятивные:

- Уметь самостоятельно контролировать своё время и управлять им.
- Адекватно самостоятельно оценивать правильность выполнения действия и вносить необходимые коррективы в исполнение, как в конце действия, так и по ходу его реализации.

Личностные:

- Формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию.
- Формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики.

Познавательные:

- Поиск и выделение необходимой информации; применение методов информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств.

Коммуникативные:

- Формулировать собственное мнение и позицию, аргументировать и координировать её с позициями партнёров в сотрудничестве при выработке общего решения в совместной деятельности.
- Устанавливать и сравнивать разные точки зрения, прежде чем принимать решения и делать выбор.
- Осуществлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую взаимопомощь;

План урока

1. Перевод чисел из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления
2. Перевод чисел в десятичную систему счисления.
3. Перевод чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления и обратно
4. Решение задач по теме «Системы счисления»
5. Задания для самостоятельного решения
6. Список используемой литературы



Ей было тысяча сто лет,
Она в сто первый класс ходила,
С собою по сто книг носила —
Всё это правда, а не бред!
Когда, пыля десятком ног,
Она шагала по дороге,
За ней всегда бежал щенок
С одним хвостом, зато — стоногий!
Она ловила каждый звук
Своими десятью ушами,
И десять загорелых рук
Портфель и поводок держали.
И десять темно-синих глаз
Рассматривали мир привычно...
С такой девчонкой необычной
И вы встречались, и не раз!

А.Стариков «Странная девочка»

Приём, использованный автором в стихотворении, современным школьникам, знающим, что для представления информации при компьютерной обработке данных используется двоичная система счисления, конечно же, понятен: число 2 (количество рук, например) в двоичном представлении отображается числом 10, число 4 (количество ног у щенка) — числом 100 и т.д. Но, если учесть, что стихотворение было написано 30 лет назад, когда ещё не было персональных компьютеров, и ни о какой массовой компьютеризации и информатизации общества речь не шла, такое стихотворение могло показаться сложным для понимания».

**Перевод чисел из
десятичной системы
счисления в двоичную,
восьмеричную и
шестнадцатеричную
системы счисления**

Правила перевода целой части числа

- 1. Последовательно делить данное число на основание новой системы счисления (на 2, 8, 16), до тех пор пока частное не станет равным нулю.*
- 2. Полученные остатки привести в соответствие с алфавитом шестнадцатеричной системы счисления.*
- 3. Записать число в новой системе счисления, начиная с последнего остатка.*

Пример. Переведем число 153_{10} в 2-ую, 8-ую и 16-ую с.с.

$$\begin{array}{r}
 153|2 \\
 \underline{152} \quad 76|2 \\
 \mathbf{1} \quad \underline{76} \quad 38|2 \\
 \mathbf{0} \quad \underline{38} \quad 19|2 \\
 \mathbf{0} \quad \underline{18} \quad 9|2 \\
 \mathbf{1} \quad \underline{8} \quad 4|2 \\
 \mathbf{1} \quad \underline{4} \quad 2|2 \\
 \mathbf{0} \quad \underline{2} \quad 1|2 \\
 \mathbf{0} \quad \underline{0} \quad 0 \\
 \mathbf{1}
 \end{array}$$

$$153_{10} = 10011001_2$$

$$\begin{array}{r}
 153|8 \\
 \underline{152} \quad 19|8 \\
 \mathbf{1} \quad \underline{16} \quad 2|8 \\
 \mathbf{3} \quad \underline{0} \quad 0 \\
 \mathbf{2}
 \end{array}$$

частное

$$153_{10} = 132_8$$

$$\begin{array}{r}
 153|16 \\
 \underline{144} \quad 9|16 \\
 \mathbf{9} \quad \underline{0} \quad 0 \\
 \mathbf{9}
 \end{array}$$

частное

$$153_{10} = 99_{16}$$

Правила перевода дробной части числа

1. *Последовательно умножать дробную часть числа на основание новой системы счисления (на 2, 8, 16), до тех пор пока дробная часть не станет равным нулю или до той точности, которая определена условием.*
2. *Полученные остатки привести в соответствие с алфавитом шестнадцатеричной системы счисления.*
3. *Записать число в новой системе счисления, начиная с целой части первого произведения.*

Пример. Переведем число $0,65625_{10}$ в 2-ую, 8-ую и 16-ую с.с.

$$\begin{array}{r}
 0, \quad 65625_x \\
 \hline
 \quad 2 \\
 \hline
 \mathbf{1}, \quad 31250_x \\
 \hline
 \quad 2 \\
 \hline
 \mathbf{0}, \quad 62500_x \\
 \hline
 \quad 2 \\
 \hline
 \mathbf{1}, \quad 25000_x \\
 \hline
 \quad 2 \\
 \hline
 \mathbf{0}, \quad 50000_x \\
 \hline
 \quad 2 \\
 \hline
 \mathbf{1}, \quad 00000
 \end{array}$$

$$0,65625_{10} = 0,10101_2$$

$$\begin{array}{r}
 0, \quad 65625_x \\
 \hline
 \quad 8 \\
 \hline
 \mathbf{5}, \quad 25000_x \\
 \hline
 \quad 8 \\
 \hline
 \mathbf{2}, \quad 00000
 \end{array}$$

$$0,65625_{10} = 0,52_8$$

$$\begin{array}{r}
 0, \quad 65625_x \\
 \hline
 \quad 16 \\
 \hline
 + \mathbf{3}, \quad 93750 \\
 \hline
 \quad 6 \quad 5625 \\
 \hline
 \mathbf{10}, \quad 50000_x \\
 \hline
 \quad 16 \\
 \hline
 \mathbf{8}, \quad 00000
 \end{array}$$

$$0,65625_{10} = 0,A8_{16}$$



Перевод чисел в десятичную систему счисления.

Правила.

- 1. Разложить число в виде степенного ряда.*
- 2. Подсчитать сумму произведений.*

Разберем на примере в десятичной системе счисления:

Число $345,8_{10}$ можно записать как:

$$345,8_{10} = 300 + 40 + 5 + 0,8 = 3 * 100 + 4 * 10 + 5 + 0,8$$

т.е.

$$10^2 \quad 10^1 \quad 10^0 \quad 10^{-1}$$

$$345,8_{10} = 3 * 10^2 + 4 * 10^1 + 5 * 10^0 + 8 * 10^{-1}$$

Точно также число в степенной ряд можно разложить в любой системе счисления:

В двоичной системе счисления:

$$\begin{aligned} & \overset{3}{1} \overset{2}{1} \overset{1}{1} \overset{0}{0} \overset{-1}{0} \overset{-2}{1} = 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 + 0 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} = \\ & = 8 + 4 + 2 + 0,25 = 14,25_{10} \end{aligned}$$

показатели степеней

В восьмеричной системе счисления:

$$\begin{array}{l} 2 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad -2 \\ \text{показатели} \\ \text{степеней} \end{array} 751,25_8 = 7*8^2 + 5*8^1 + 1*8^0 + 2*8^{-1} + 5*8^{-2} = \\ = 7*64 + 40 + 1 + 2/8 + 5/64 = 489,33_{10}$$

В шестнадцатеричной системе счисления:

$$\begin{array}{l} 2 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad -2 \\ \text{показатели} \\ \text{степеней} \end{array} 8E5, A8_{16} = 8*16^2 + 14*16^1 + 5*16^0 + 10*16^{-1} + \\ + 8*16^{-2} = \\ = 2048 + 224 + 5 + 10/16 + 8/256 = 2277,65625_{10}$$



**Перевод чисел из
двоичной системы счисления
в восьмеричную и
шестнадцатеричную
системы счисления
и обратно**

Перевод из 2-ой с.с. в 8-ю с.с. и обратно

Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную, его нужно разбить на триады (тройки цифр), начиная с младшего разряда, но если в триаде не хватает цифр, то дополнить старшую триаду недостающими нулями, и каждую триаду заменить соответствующей восьмеричной цифрой, согласно таблице.

$$\underline{010} \underline{010} \underline{110}_2 = 226_8$$

$$451_8 = 100 \ 101 \ 001_2$$

8-ый алфавит	Триада (двоичное число)
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Перевод из 2-ой с.с. в 16-ую с.с. и обратно

Чтобы перевести число из двоичной системы в шестнадцатеричную, его нужно разбить на тетрады (четверки цифр), начиная с младшего разряда, но если в тетраде не хватает цифр, то дополнить старшую тетраду недостающими нулями, и каждую тетраду заменить соответствующей восьмеричной цифрой, согласно таблице.

$$\underline{0010} \underline{0100} \underline{1110}_2 = 24E_{16}$$

$$A7F1_{16} = 1010 \ 0111 \ 1111 \ 0001_2$$

16-ый алфавит	Тетрада (двоичное число)
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111



Решение задач по теме «Системы счисления» (подготовка к ЕГЭ)

В ЕГЭ встречается примерно 8 различных типов задач на системы счисления.

Задание 1

Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 149?

Решение:

Переведем данное число в двоичную систему счисления и подсчитаем единицы.

$$\begin{array}{r} 149|2 \\ \underline{148} \quad 74|2 \\ \mathbf{1} \quad \underline{74} \quad 37|2 \\ \mathbf{0} \quad \underline{36} \quad 18|2 \\ \mathbf{1} \quad \underline{18} \quad 9|2 \\ \mathbf{0} \quad \underline{8} \quad 4|2 \\ \mathbf{1} \quad \underline{4} \quad 2|2 \\ \mathbf{0} \quad \underline{2} \quad 1|2 \\ \mathbf{0} \quad \underline{0} \quad 0 \\ \mathbf{1} \end{array}$$

Ответ: 4 единицы

Задание 2.

Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 6 единиц. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

1) $63_{10} * 4_{10}$ 2) $F8_{16} + 1_{10}$ 3) 333_8 4) 11100111_2

Решение:

Нужно перевести все заданные числа в двоичную систему, подсчитать число единиц и выбрать наибольшее из чисел, в которых ровно 6 единиц.

1) В первом варианте перемножим числа и переведем их в двоичную систему счисления:

$$63_{10} * 4_{10} = 252_{10} = 11111100_2$$

В 1 варианте содержится 6 единиц

$$\begin{array}{r} 252 | \underline{2} \\ \underline{252} \quad 126 | \underline{2} \\ \quad 0 \quad \underline{126} \quad 63 | \underline{2} \\ \qquad \quad 0 \quad \underline{62} \quad 31 | \underline{2} \\ \qquad \qquad \quad 1 \quad \underline{30} \quad 15 | \underline{2} \\ \qquad \qquad \qquad 1 \quad \underline{14} \quad 7 | \underline{2} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad 1 \quad \underline{6} \quad 3 | \underline{2} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \quad 1 \quad \underline{2} \quad 1 | \underline{2} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 1 \quad \underline{0} \quad 0 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \quad 1 \end{array}$$

2) Для второго варианта воспользуемся связью между шестнадцатеричной и двоичной системами счисления: каждую цифру шестнадцатеричного числа можно переводить отдельно в тетраду :

$$F8_{16} + 1_{10} = 1111\ 1000 + 1 = 11111001_2$$

Во 2 варианте содержится 6 единиц

3) Для третьего варианта используем связь между восьмеричной и двоичной системами: каждую цифру восьмеричного числа переводим отдельно в триаду двоичных цифр:

$$333_8 = 11011011_2$$

В 3 варианте содержится 6 единиц

$$4) 11100111_2$$

В 4 варианте содержится 6 единиц

Теперь сравним все 4 числа и выберем большее из них:

1) 11111100_2

2) 11111001_2

3) 11011011_2

4) 11100111_2

Таким образом, все 4 числа, указанные в вариантах ответов содержат ровно 6 единиц, но наибольшее из них – первое

Задание 3

Дано: $a = D7_{16}$ и $b = 331$.

Какое из чисел c , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < c < b$?

Решение:

Надо перевести все числа (и исходные данные, и ответы) в одну (любую!) систему счисления и сравнить. Рассмотрим один из вариантов, переведем в 8-ю с.с.

$$D7_{16} = 011\ 010\ 111_2 = 327_8$$

$$1) 011\ 011\ 001_2 = 331_8$$

$$2) 011\ 011\ 100_2 = 334_8$$

$$3) 011\ 010\ 111_2 = 327_8$$

$$4) 011\ 011\ 000_2 = 330_8$$

Таким образом, в восьмеричной системе между числами 327_8 и 331_8 может быть только 330_8

Ответ: 4

Задание 5

Решите уравнение: $60_8 + x = 120_7$

Ответ запишите в шестеричной системе счисления.

Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

Удобнее всего перевести все числа в десятичную систему, решить уравнение и результат перевести в шестеричную систему:

$$60_8 = 6 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 = 48_{10}$$

$$120_7 = 1 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7^1 + 0 \cdot 7^0 = 49 + 14 = 63_{10}$$

уравнение приобретает вид , $48 + x = 63$, откуда получаем $x = 15$

переводим 15 в шестеричную систему счисления:

Ответ: 23.

$$\begin{array}{r|l} 15 & \underline{6} \\ \underline{12} & 2 \mid \underline{6} \\ \mathbf{3} & \underline{0} \mid 0 \\ & \mathbf{2} \end{array}$$

Задание 6

В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 49 записывается в виде 100. Укажите это основание.

Решение

$$100_x = 49_{10}$$

$$1 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 0 \cdot x^0 = 49$$

$$x^2 = 49; \quad x_1 = -7; \quad x_2 = 7$$

**Основание системы счисления
положительно, значит $x=7$**

Ответ : $100_7 = 49_{10}$

Задание 7.

В саду 100_q фруктовых деревьев, из них 33_q яблони, 33_q груши, 16_q слив и 5_q вишен. В какой системе счисления посчитаны деревья?

Решение:

Представим каждое из чисел в виде степенного ряда

$$100 = q^2$$

$$33_q = 3q + 3$$

$$22_q = 2q + 2$$

$$16_q = q + 6$$

$$5_q = 5$$

$$q^2 = 3q + 3 + 2q + 2 + q + 6 + 5$$

$$q^2 = 6q + 16$$

$$q^2 - 6q - 16 = 0$$

$$q_1 = -2; \quad q_2 = 8$$

Основание системы счисления

положительно, значит $q=8$.

Ответ : $q=8$

Задание 8.

Укажите, сколько всего раз встречается цифра 2 в записи чисел 10, 11, 12, ..., 17 в системе счисления с основанием 5.

Решение:

1. Запишем первое и последнее число в заданном диапазоне в системе счисления с основанием 5:
2. $10 = 20_5$, $17 = 32_5$.
3. Заметим, что оба они содержат цифру 2, так что, 2 цифры мы уже нашли
4. Между 20_5 и 32_5 есть еще числа
5. 21_5 , 22_5 , 23_5 , 24_5 , 30_5 , 31_5 .
6. В них 5 цифр 2 (в числе 22_5 – сразу две двойки), поэтому всего цифра 2 встречается 7 раз
7. Таким образом, верный ответ – 7.



Задания для самостоятельного решения

1. *В саду 100 фруктовых деревьев – 14 яблонь и 42 груши. Найдите основание системы счисления, в которой указаны эти числа.*
2. *Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как «212». Определите основание системы счисления.*
3. *Десятичное число 109 в некоторой системе счисления записывается как «214». Определите основание системы счисления.*
4. *Решите уравнение .
Ответ запишите в четверичной системе счисления.
Основание системы счисления указывать не нужно.*
5. *Решите уравнение .
Ответ запишите в шестеричной системе счисления.
Основание системы счисления указывать не нужно.*

6. Как записывается число 5678 в двоичной системе счисления?

- 1) 1011101_2 2) 100110111_2 3) 101110111_2 4) 11110111_2

7. Как записывается число A8716 в восьмеричной системе счисления?

- 1) 435_8 2) 1577_8 3) 5207_8 4) 6400_8

8. Как записывается число 7548 в шестнадцатеричной системе счисления?

- 1) 738_{16} 2) $1A4_{16}$ 3) $1EC_{16}$ 4) $A56_{16}$

9. Дано: $a=EA16$ и $b=3548$, . Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

- 1) 11101010_2 2) 11101110_2 3) 11101011_2 4) 11101100_2

10. Дано: $a=E716$ и $b=3518$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

- 1) 11101010_2 2) 11101000_2 3) 11101011_2 4) 11101100_2

11. Какое из чисел является наименьшим?

- 1) $E6_{16}$ 2) 347_8 3) 11100101_2 4) 23_2

12. Какое из чисел является наибольшим?

- 1) $9B_{16}$ 2) 234_8 3) 10011010_2 4) 15_3

13. Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 513?

- 1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

14. Сколько нулей в двоичной записи десятичного числа 497?

- 1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

15. Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 5 единиц. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

- 1) $31_{10} * 8_{10} + 1_{10}$ 2) $F0_{16} + 1_{10}$ 3) 351_8 4) 11100011_2

16. Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 4 единицы. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

- 1) $15_{10} * 16_{10} + 4_{10}$ 2) $D7_{16} + 1_{10}$ 3) 344_8 4) 11100001_2

Список используемой литературы

1. И.Г. Семакин, Т.Ю.Шеина, Л.В. Шестакова Информатика и ИКТ (профильный уровень) БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011 год
2. Л.А.Залогова, М.А. Плаксин и др. Задачник-практикум Информатика и ИКТ, БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010 год
3. <http://kpolyakov.narod.ru/school/ege.htm>