

*

Моделирование случайных процессов

§24

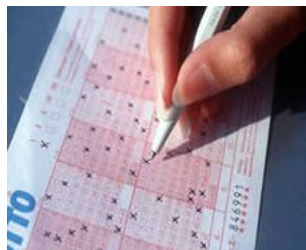
Виды моделей в зависимости от внешних воздействий

Детерминированные модели – это модели, отображающие процессы, в которых отсутствуют случайные воздействия.

Вероятностные (стохастические) модели – это описание объектов, поведение которых определяется случайными воздействиями (внешними и внутренними).

Случайность

Со случайностью мы сталкиваемся на каждом шагу



Случайные процессы

Случайно...

- 1) встретить друга на улице
- 2) разбить тарелку
- 3) найти 10 рублей
- 4) выиграть в лотерею



Случайный выбор:

- 1) жеребьевка на соревнованиях
- 2) выигравшие номера в лотерее

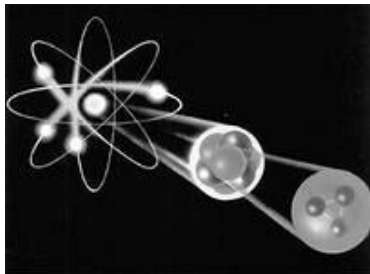
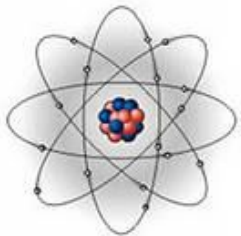
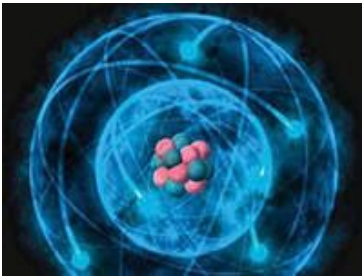


Всё случайно, непредсказуемо,
НО ...

В универсаме в нужное время должно быть
нужное число кассиров



Непредсказуемо поведение элементарных частиц в ядерном реакторе, **но реакторы должны надежно работать**



Примеры простейших моделей

Модель ожидания автобуса

Вопрос.

Каково среднее время ожидания автобуса?
Какова вероятность, что за время T пассажир уедет на автобусе?

Исходные условия и основные моделируемые факторы

Автобусы прибывают на остановку с заданным фиксированным интервалом t

Пассажир приходит на остановку в **случайный момент времени**

Примеры простейших моделей

Модель защиты объекта

Вопрос.

Какова вероятность, что за время T все объекты будут обнаружены?

Исходные условия и основные моделируемые факторы

Объекты поступают на вход системы непрерывно с заданной интенсивностью λ . Поток угроз простейший Система обнаружения **способна обнаружить объект с вероятностью p**

Примеры простейших моделей

Модель защиты объекта

Вопрос.

Какова вероятность, что за время T все объекты будут обнаружены?

Исходные условия и основные моделируемые факторы

Объекты поступают на вход системы непрерывно с заданной интенсивностью λ . Поток угроз простейший Система обнаружения **способна обнаружить объект с вероятностью p**

Примеры простейших моделей

Модель загруженность телефонной линии

Вопрос.

Хватает ли пропускной мощности
линии связи или требуется
модернизация ?

Исходные условия и основные моделируемые факторы

Звонки начинаются в **случайное время** .

Непонятно сколько продолжается разговор.

Сколько абонентов одновременно хотят разговаривать.

Мощность линии.

Телефонная линия должна иметь достаточную пропускную способность



Математические модели

```
graph TD; A([Математические модели]) --> B[Дискриптивные<br/>(описательные модели)]; A --> C[Детерминированные,<br/>т. е. точные и<br/>определённые.]; A --> D[Вероятностные]; D --> E[Стохастические<br/>задачи]; D --> F[Неопределённые<br/>задачи]; E --> G[Системы массового<br/>обслуживания]; E --> H[Имитационное<br/>моделирование]; F --> I[Оптимизационное];
```

Дискриптивные
(описательные
модели)

Детерминированные,
т. е. точные и
определённые.

Вероятностные

Стохастические
задачи

Неопределённые
задачи

Системы массового
обслуживания

Имитационное
моделирование

Оптимизационное

1. **Получить искусственную последовательность случайных чисел, заменяющую реальную, определяемую случайными событиями.**
2. **Моделировать случайные события и находить параметры, необходимые для практического прогнозирования и оптимизации процессов.**



Основные понятия

1. **Случайное событие**
2. **Испытание** – каждое повторение опыта
3. **Серия** испытаний – множество многократно проведенных испытаний
4. **Частота событий (ν)** – число показывающее, сколько раз произошло это событие в этой серии.
5. **Вероятность события (P)** – числовая характеристика случайного события

Как связаны вероятность и частота событий

Чем чаще происходит событие, тем
больше вероятность его наступления



$$P = 1/2$$

Каковы вероятность
выпадения «Решка»?



$$P = 1/6$$

Но как часто будет
выпадать «Решка»?

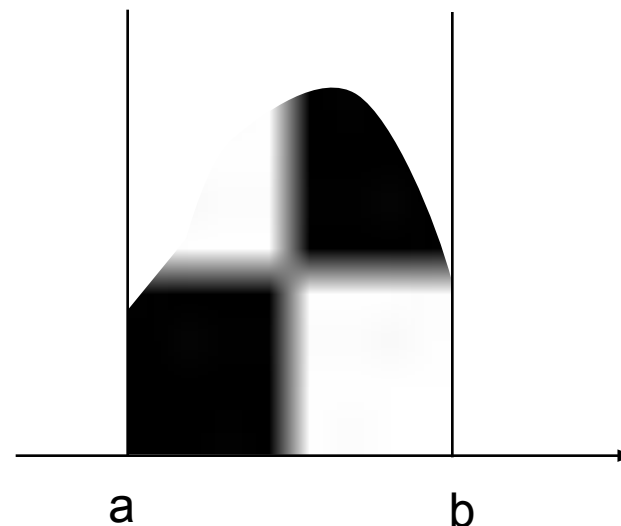
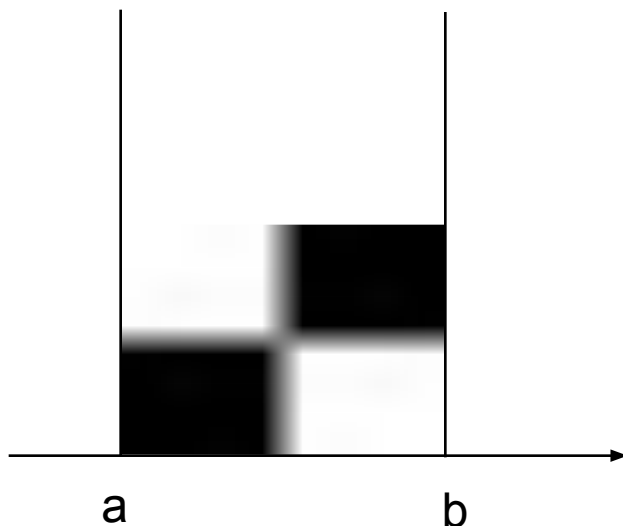
Распределение случайных чисел

Модель: снежинки падают на отрезок $[a, b]$

равномерное

распределение

неравномерное



Сколько может быть разных распределений?

Математический эксперимент

Цель: Выяснить как часто выпадет «Орел» (Герб) и как часто выпадает «Решка»

Реализация

Использовать табличный процессор

Microsoft Excel

ФУНКЦИЯ СЛУЧАЙНОГО ЧИСЛА

Функция **СЛЧИС** (Категория математические) возвращает случайное равномерно распределенное вещественное число. Оно будет меньше 1, больше или равно 0.

Функция **СЛУЧМЕЖДУ** возвращает случайное целое число.

Задание

Буфер обмена Шрифт Выравнивание Число Стили Ячейки Редактирование											
СЧЁТЕСЛИ =СЧЁТЕСЛИ(B2:B21;1)											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Количество испытаний	Орел	Количество испытаний	Орел	Количество испытаний	Орел	Количество испытаний	Орел	Решка		
2		1	0								
3		2	0								
4		3	0								
5		4	0								
6		5	0								
7		6	1								
8		7	1								
9		8	1								
10		9	0								
11		10	0								
12		11	1								
13		12	0								
14		13	1								
15		14	0		14	0		14	1		
16		15	0		15	0		15	0		
17		16	0		16	1		16	1		
18		17	0		17	1		17	0		
19		18	1		18	1		18	0		
20		19	0		19	1		19	0		
21		20	1		20	0		20	0		
22	Количество "Орлов"	7		21	1			21	0		

Аргументы функции

СЧЁТЕСЛИ

Диапазон

B2:B21

= {0:0:0:0:0:1:1:1:0:0:1:0:1:0:0:0:1:0:1}

Критерий

1

= 1

= 7

Подсчитывает количество непустых ячеек в диапазоне, удовлетворяющих заданному условию.

Диапазон

диапазон, в котором подсчитывается количество непустых ячеек.

Значение: 7

[Справка по этой функции](#)

OK

Отмена

Результат

Количество «бросаний»	N=20	N=40	N=100
Количество «Орлов»			
Количество «Решек»			
Частота выпадения «Орлов»			
Частота выпадения «Решек»			

ВЫВОД

1. Вероятностные модели базируются на использовании больших серий испытаний параметрами
2. Точность полученных результатов зависит от количества проведённых опытов.

При увеличении количества генерируемых точек можно наблюдать всё меньшее различие в количествах выпавших «орлов» и «решек».

Виды моделей в зависимости от внешних воздействий

Вероятностные (стохастические)

это описание объектов, поведение которых определяется случайными воздействиями (внешними и внутренними).

Детерминированные

это модели, отображающие процессы, в которых отсутствуют случайные воздействия.

Основные понятия

1. **Случайное событие это...**
2. **Испытание это**
3. **Серия** испытаний...
4. **Частота событий (ν)—**
5. **Что является** числовой характеристикой случайного события
6. **Что такое** относительная частота случайного события?
7. Как связаны вероятность и частота событий

Подумайте

В каких случаях вероятность исходов может быть получена умозрительными заключениями, а в каких только опытным.

1. Подбрасывание кнопки
2. Вытаскивание бочонка при игре в лото
3. Падение бутерброда
4. Выпадении числа при игре в рулетку
5. Удар по воротам в футбольном матче

Практическая работа №15

(ст. 245)

Тема: проверка датчика случайных чисел

Цель: смоделировать игру «Орлянка» с помощью датчика случайных чисел и получить значения частоты выпадения герба при разном количестве бросаний.

Реализация ABS Pascal (на компьютере)

Результат программа и заполненная таблица КП.10 (ст 246) (в тетрадке).

Вывод:



Получение псевдослучайного числа в программе на Паскале

$A := \text{RANDOM}(N);$ - получим целое число из интервала $[0;N)$

$A := \text{RANDOM}(N) + M;$ - получим число из интервала $[M;N+M)$

$X := \text{RANDOM};$ - получим вещественное число из $[0;1)$

$X := C + (D - C) * \text{RANDOM};$ - получим число из интервала $[C;D)$

При использовании `Random` в цикле часто применяют перед циклом процедуру **`RANDOMIZE;`** (изменяет «первое» число)

Практическая работа №15

(ст. 245)

Тема: проверка датчика случайных чисел

Цель: Используя данные полученные ранее.

Реализация __Использовать табличный процессор **Microsoft Excel**

Результат

заполненная таблица КП.11 (ст 246).

Вывод: