

# МНОЖЕСТВА

Диапазонный, или  
интервальный тип

# Объявление множеств

- В языке программирования Pascal существует понятие множества, имеющее смысл некоторого собрания элементов, одно и того же базового типа. Базовый тип определяет перечень всех элементов, которые вообще могут содержаться в данном множестве.

# продолжение

- В качестве базового типа может выступать любой простой порядковый тип. Но вещественные числа (**real** не порядковый тип) и строки (не простой и не порядковый тип) не могут быть элементами множества.

# продолжение

- Размер множества в Turbo Pascal всегда ограничен некоторым предельно допустимым количеством элементов. Во множествах допускаются только такие элементы, порядковые значения которых не выходят за границы 0..255. Для целочисленных множеств это означает, что в них могут присутствовать только числа от 0 до 255. Отрицательные элементы множеств в Turbo Pascal не допускаются. Поэтому базовыми типами не могут быть типы **shortint**, **integer**, **longint**.

# продолжение

- Если же необходимо множество целочисленных объектов, то базовый тип должен объявлен как диапазон типа **byte**. Для множеств, содержащих символы, подобных затруднений нет, поскольку базовым типом для них является **char** (а в нем 256 значений с порядковыми номерами от 0 до 255).

# продолжение

- В математике для обозначения множества используют фигурные скобки (например,  $\{4, 7, 12\}$ ), в Паскаль — квадратные (например,  $[1, 3, 5]$ ). Порядок элементов во множестве не имеет значения. Так, записав  $[3, 6, 9]$  или  $[9, 3, 6]$ , мы будем иметь дело с одним и тем же множеством. Более того, многократное повторение одного и того же элемента не меняет множество. Например,  $[4, 7, 3]$  и  $[3, 7, 4, 4]$  — это одно и то же множество.

# продолжение

- По форме записи объявление переменной типа множество сходно с объявлением одномерного массива:
- **var** имя: **set of** тип;

# продолжение

- Например, объявление переменной ch, рассматриваемой как множество с базовым типом **char**, имеет вид:
- **var ch: set of char;**



# продолжение

- В отличие от элементов массива, элементы множества не упорядочены и не имеют индексов.
- Можно сначала объявить тип множества, а потом использовать его для объявления переменных:
- **type** t\_ch = **set of char**; **var** ch1, ch2: t\_ch;

# продолжение

- Довольно часто в качестве базового типа множества используется тип перечисления или некоторый его диапазон:
- **type** week\_days = (Mon, Tue, Wed, Thu, Fri);  
**var** work\_days: **set of** week\_days; lett: **set of** 'A'..'Z';
- Объявление переменной-множества не дает ей определенного значения.

# Построение множества

- Чтобы во множестве появились элементы, необходимо выполнить оператор присваивания, в левой части которого стоит имя переменной-множества, а в правой — конструктор множества или некоторое выражение над множествами.

# *Конструктор множества*

- *Конструктор множества* — это заключенный в квадратные скобки перечень элементов, разделенных запятыми. В качестве элементов могут использоваться диапазоны значений:
- **type** week\_days = (Mon, Tue, Wed, Thu, Fri);  
**var** work\_days: **set of** week\_days; lett: **set of** 'A'..'Z'; **begin** work\_days := [Mon, Wed, Thu];  
lett := ['C', 'E'..'M', 'Z'] **end.**

# продолжение

- Следует помнить, что при задании множества порядок его элементов безразличен, но при задании диапазона такой порядок важен.
- Множество, в котором нет элементов, называется пустым (или нуль-множеством). В языке программирования Паскаль обозначается квадратными скобками, между которыми нет элементов:  
  
■ `work_days := [ ];`

## продолжение

- Множество может быть объявлено типизированной константой, для чего в описании после знака равенства следует указать конструктор множества. Например:
- **const** lett: **set of** ['a'..'я'] = ['a', 'e', 'и', 'o', 'у', 'ы', 'э', 'ю', 'я'];

## продолжение

- Конструируя множества, можно использовать и переменные при условии, что их текущие значения попадают в диапазон базового типа множества. Так, если `ch1` и `ch2` имеют тип **char**, то допустима следующая последовательность операторов:
- `ch1 := 'A'; ch2 := 'K'; chs := [ch1, ch2, 'M'];`
- В результате получится множество ['A', 'K', 'M']

## продолжение

- Элементы множества нельзя вводить и выводить. Для организации ввода-вывода элементов множества следует использовать вспомогательные переменные. В то же время можно использовать множества как элементы типизированных файлов.



# Действия над множествами

- Объединение, пересечение и разность множеств
- Над множествами выполнимы объединение (+), пересечение (\*) и разность (-).
- *Объединение* двух множеств  $A$  и  $B$  ( $A + B$ ) – это новое множество, состоящее из элементов, принадлежащих множеству  $A$  или  $B$ , либо тому и другому одновременно.

# пример

- **var** chs1, chs2, chs3: **set of char**;
- **begin**
- chs1 := ['a', 'b', 'd']; chs2 := ['m', 'd', 'e'];  
chs3 := chs1 + chs2 + ['k', 'n'];
- **end.**
- Результат: chs3 = ['a', 'b', 'd', 'm', 'e', 'k', 'n'].

# продолжение

- *Пересечение* двух множеств  $A$  и  $B$  ( $A * B$ ) – это множество, состоящее из элементов, одновременно принадлежащих множествам  $A$  и  $B$ .
- `chs3 := chs1 * chs2;`
- Результат: `chs3 = ['d']`.

# продолжение

- *Разность* двух множеств  $A$  и  $B$  ( $A - B$ ) – это новое множество, состоящее из элементов множества  $A$ , не вошедших в множество  $B$ .
- $\text{chs1} := ['a', 'e', 't']; \text{chs2} := \text{chs1} - ['e'] \{$   
 $['a', 't'] \}$   $\text{chs3} := ['m', 'n', 't'] - \text{chs2} \{$   
 $['m', 'n'] \}$

# продолжение

- Манипулируя операциями над множествами, можно добавлять элементы к множествам или удалять их.
- Для вставки и удаления элементов при работе с множествами в Pascal введены две процедуры:
- `include (имя_множества, элемент)` `exclude (имя_множества, элемент)` Первая из них позволяет выполнить добавление одного элемента в указанное множество, а вторая удалить.

# пример:

- `include (chs1, 'g');` { *аналогично chs1 + ['g']* }
- `exclude (chs2, 'a');` { *аналогично chs2 - ['a']* }

# Другие операции над множествами

- Над множествами можно выполнять четыре операции сравнения:  $=$ ,  $<>$ ,  $>=$ ,  $<=$ .
- Два множества  $A$  и  $B$  равны ( $A = B$ ), если каждый элемент множества  $A$  является элементом множества  $B$  и наоборот.
- Два множества  $A$  и  $B$  не равны ( $A <> B$ ), если они отличаются хотя бы одним элементом.
- Множество  $A$  является подмножеством множества  $B$  ( $A <= B$ , или  $B >= A$ ), если каждый элемент из  $A$  присутствует в  $B$ .

# продолжение

- Имеется также возможность выяснить, принадлежит ли данный элемент некоторому множеству. Для этого служит операция **in**. Пусть  $A$  – множество элементов некоторого базового типа, а  $x$  – переменная (константа, выражение) этого типа. Тогда выражение  $x$  **in**  $A$  истинно, если значение  $x$  является элементом множества  $A$ .
- Все операции сравнения множеств, а также операция **in** возвращают логическое значение **true** или **false**.



# продолжение

- В сложных выражениях над множествами операции имеют следующие приоритеты:
  - $*$
  - $+, -$
  - $=, <>, <=, >=, \text{in}$

# Общий вид:

- Для переменной скалярного (перечисляемого) типа можно указать некоторое подмножество значений, которые может принимать данная переменная.

# СИНТАКСИС

- $a: \min..max;$
- здесь  $a$  – интервальная переменная,  $\min$  – левая граница,  $max$  – правая граница подмножества (диапазона). Границы диапазона разделяются двумя точками; граница  $\min$  всегда должна быть меньше  $max$ .

# продолжение

- Константы `min` и `max` должны принадлежать одному и тому же типу. Они определяют базовый тип переменной `a`. Так, если границы являются целыми числами типа **`integer`**, то под переменную `a` будет выделен такой же объем памяти, что и под тип **`integer`**. Однако переменная `a` сможет принимать только те значения, которые определены границами ее диапазона.

# Примеры

- Пусть переменная *k* должна принимать значения из множества -1000..1000. Тогда ее следует объявить как *k: -1000..1000*. При этом базовым типом переменной *k* является тип **integer**, т.к. границами диапазона являются целые константы -1000 и 1000.
- Если переменная *b* может принимать одно из значений *red*, *yellow*, *green*, то эту переменную можно описать так: *b: red..green*; базовым типом для *b* является тип *color*:

# Пример 1

- **type** color=(red,yellow,green,blue); **var** b:red..green; **begin** b:=red; writeln(b); b:=yellow; writeln(b); b:=green; writeln(b); readln **end**.

# продолжение

- Пусть  $i$  – переменная, принимающая значения года рождения сотрудника какого-либо учреждения. Имеет смысл ограничить диапазон значений  $i$  подмножеством, т.е. описать примерно так:  $i: 1930...2000$

# Множества в примерах

- Пример. Пусть в вашем распоряжении имеется множество из трех монет разного достоинства: 1 р, 5 р, 10 р. Из этих монет можно составить следующие подмножества (их число равно  $2^3 = 8$ ):
  - {1};
  - {5};
  - {10};
  - {1, 5};
  - {1, 10};
  - {5, 10};
  - {1, 5, 10};
  - {}



# продолжение

- Эти подмножества и будут принадлежать некоторому множеству, тип которого назовем `sum`. Сами элементы (монеты), из которых составляется подмножество, пусть принадлежат некоторому базовому типу, который назовем `monet`.  
Опишем типы данных этого примера:

# продолжение

- **type** monet = (m1, m5, m10);
- sum = set of monet;

## Пример 2

- Рассмотрим в качестве элементов базового типа сигналы от 4-х абонентов (ab1, ab2, ab3, ab4), поступающие на телефонную станцию. Обозначим базовый тип через abonent:
- `type abonent = (ab1, ab2, ab3, ab4),`

# продолжение

- тогда комбинации сигналов можно описать переменной типа **множество**. Назовем этот тип `sing`:
- `sing = set of abonent;`

# продолжение

- Тип `sing` описывает 16 комбинаций.
- В общем виде тип множество описывается так:
- `type a = set of tc;` здесь `a` – идентификатор типа (произвольный); `tc` – тип компонент множества называемый базовым типом.

# продолжение

- Значение переменной типа множество изображается путем перечисления конкретных компонентов, разделенных запятыми и заключенных в квадратные скобки.
- Пример. Пусть базовый тип `int` и тип `a` заданы так:
- `type int = 1..3; a = set of int;`

- Переменная *a* в этом случае может принимать восемь значений: [1], [2], [3], [1, 2], [1, 3], [2, 3], [1, 2, 3], [ ]. Например, если переменная *b* имеет тип *a*, то можно присвоить ей одно из перечисленных выше значений: *b* := [1, 3]; *b* := [1, 3, 2]; и т.д.



# пример

- Если базовый тип описывает набор двоичных бит, то можно получить их комбинацию. Пусть
- `type bin = (bit1, bit2, bit3);` `bts = set of bin;`



# продолжение

- Переменная типа `bts` может принимать восемь значений.

Таким образом, используя переменные типа **set**, можно работать с битовой информацией.

# продолжение

- В качестве базового типа может использоваться любой простой тип, кроме **real**. Если задача требует использования множества, состоящего из большого числа элементов, то его можно представить как массив множеств, состоящих из допустимого числа элементов.



# Данные типа **set**

- Данные типа **set** задаются путем перечисления значений, разделенных запятыми и заключенных в квадратные скобки.
- Общий вид:
- `[expr1, expr2, ...exprn]`; Здесь `expr1` – выражение базового типа.

# продолжение

- Порядок следования выражений несущественен. Непустой набор может быть также выражением вида:
- `[expr1]; [expr1..exprk]; [expr1, exprk..exprn];`

## продолжение

- Данные вида  $[expr1..exprk]$  соответствуют набору всех элементов базового типа от значения  $expr1$  до  $exprk$ .
- Пример.  $[3 * 6 - 7..15 + 4]$  соответствует набору  $[11..19]$ , т.е.  $[11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19]$ .

## продолжение

- Если окажется, что для  $[i..j]$ ,  $i > j$ , то такое множество интерпретируется как пустое, а в случае  $i = j$  – как множество, содержащее один элемент –  $i$ .
- Пример.  $[3 * 6 - 7..5 + 6]$  эквивалентно  $[11]$ .

# Пример 3

- `type color = (red, yellow, green, blue);`
- `var mix: set of color;`
- `.....`
- `mix := [red, blue];`

# Пример 4

- type n = (1, 3, 5, 7, 9);
- var k: set of n;
- .....
- k := [3..9];
- В этом случае в k запишется комбинация [3, 5, 7, 9];



# Операции над множествами

- К переменным типа **set** применимы следующие операции:
- $=$ ,
- $<>$ ,
- $>=$ ,
- $<=$ ,
- $\text{in}$ ,
- $+$ ,  $-$ ,  $*$ .

# продолжение

- Операции = и <> используются для проверки эквивалентности: два значения переменной типа **set** считаются равными, если они состоят из одних и тех же элементов.

# Пример 5

- $[1, 3] = [3, 1]$  возвращает **true**,
- $[1..3] = [1, 2, 3]$  возвращает true,
- $[1] <> [2]$  возвращает true,
- $[1, 2, 3] = [1, 4, 3]$  возвращает false,
- $[\text{red}, \text{blue}] = [\text{red}, \text{yellow}]$  возвращает false.

# продолжение

- Операции  $\geq$  и  $\leq$  используются для проверки принадлежности одного множества другому: так, если множество  $a$  содержится во множестве  $b$ , то  $a \leq b$  дает true.

# Пример 6

- $[1, 2] \leq [1, 2, 3]$  дает true
- пустое множество  $[\ ]$  содержится во всех множествах, т.е. всегда  $[\ ] \leq [b]$  дает true.

# продолжение

- Операция **in** используется для установления наличия определенного элемента в величине типа **set**. Так, если  $x$  есть элемент множества  $b$ , то  $(x \text{ in } b)$  дает `true`. Общий вид:
- $x \text{ in } a$ ; здесь  $x$  – величина базового типа,  $a$  – величина типа **set**.

# Пример 7

- `red in [red, yellow]` возвращает `true`; `red in [blue, green]` возвращает `false`.  
Замечание 1. Чтобы проверить, является ли значение `n` цифрой, удобно использовать операцию `in` следующим образом:
  - `if n in [0..9] then ...`
- Замечание 2. Результат операции **`in`** может быть неопределенным в некоторых случаях.

## Пример 8

- $[1, 3] + [1, 4] = [1, 3, 4]$ ;  $[1, 3] * [1, 4] = [1]$ ;  $[1, 3] - [1, 4] = [3]$ . Операция  $a := a + x$  добавляет элемент  $x$  к множеству  $a$ . Если  $x$  уже имелся в  $a$ , то множество  $a$  не меняется.  $a := a - x$  исключает  $x$  из  $a$ . Если  $x$  отсутствовал в  $a$ , то множество  $a$  не меняется.