

Системы счисления.

МБУ гимназия №48

г. Тольятти

учитель

информатики

Давыдова А.А.

Система счисления - это знаковая система, в которой числа записываются по определённым правилам, с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

Алфавиты различных систем

счисления:

ОБОЗНАЧЕНИЯ ЧИСЕЛ

Современная	Египетская (иероглифич.)	Египетская (иероглифическая)	Вавилонская	Греческая (аттическая)	Греческая (ионическая)	Римская	Древнееврейская	Индийская майя	Древнетайская (палочк.)	Древнекит. (иероглифическая)	Индийск. (деванагари)	Арабская (алфавит)	Арабская (современная)	Арабская (гобари)
1	𐀀	𐀁	𐀂	Α	Α	I	א	•	一	一	॥	ا	١	۱
2	𐀃	𐀄	𐀅𐀅	Β	Β	II	ב	••	二	二	॥॥	ب	٢	۲
3	𐀆	𐀇	𐀅𐀅𐀅	Γ	Γ	III	ג	•••	三	三	॥॥॥	ج	٣	۳
4	𐀈	𐀉	𐀅𐀅𐀅𐀅	Δ	Δ	IIII	ד	••••	四	四	॥॥॥॥	د	٤	۴
5	𐀊	𐀋	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Ε	Ε	V	ה	—	五	五	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀	ه	٥	۵
6	𐀌	𐀍	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Ϝ	Ϝ	VI	ו	—•	六	六	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀	ו	٦	۶
7	𐀎	𐀏	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Ζ	Ζ	VII	ז	—••	七	七	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀	ז	٧	۷
8	𐀐	𐀑	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Η	Η	VIII	ח	—•••	八	八	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀	ח	٨	۸
9	𐀒	𐀓	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Θ	Θ	IX	ט	—••••	九	九	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀	ט	٩	۹
10	𐀔	𐀕	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Ι	Ι	X	י	—•••••	十	十	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀	י	١٠	۱۰
20	𐀖	𐀗	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Κ	Κ	XX	כ	—••••••	二十	二十	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀	כ	٢٠	۲۰
30	𐀘	𐀙	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Λ	Λ	XXX	ל	—•••••••	三十	三十	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀	ל	٣٠	۳۰
40	𐀚	𐀛	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Μ	Μ	XL	מ	—••••••••	四十	四十	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀	מ	٤٠	۴۰
50	𐀜	𐀝	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Ν	Ν	L	נ	—•••••••••	五十	五十	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀	נ	٥٠	۵۰
60	𐀞	𐀟	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Ξ	Ξ	LX	ס	—••••••••••	六十	六十	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀	ס	٦٠	۶۰
70	𐀠	𐀡	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Ο	Ο	LXX	ז	—•••••••••••	七十	七十	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀅	ז	٧٠	۷۰
80	𐀢	𐀣	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Π	Π	LXXX	ח	—••••••••••••	八十	八十	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀅𐀅	ח	٨٠	۸۰
90	𐀤	𐀥	𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅𐀅	Ϡ	Ϡ	XC	ט	—•••••••••••••	九十	九十	𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀀𐀅𐀅𐀅	ט	٩٠	۹۰

Системы счисления делятся

на

Позиционные

Количественное значение
цифры зависит от её позиции
позиции

в числе.

Пример (сегодняшний день):

$$354 = 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 4 = 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

Не позиционные

Количественное значение
цифры не зависит от её

в числе.

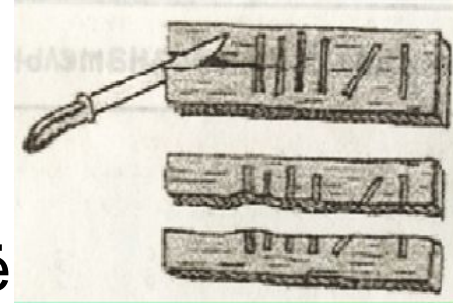
Пример (древний Египет):

$$354 = \text{☉ ☉ ☉ M M M } \text{////}$$

$$354 = \text{☉ M M M } \text{/// ☉ ☉ /}$$

В древние времена в разных странах пользовались разными способами записи чисел:

- 1. Не позиционные
 - Древний Египет (примерно в третьем тысячелетии до нашей эры).
 - Римская система счисления.
 - Алфавитные:
 - Старославянская (Кириллическая система счисления).
 - Древнегреческая.
-
- 2. Позиционные
 - Древний Вавилон (шестидесятеричная).
 - Англия (двенадцатеричная)



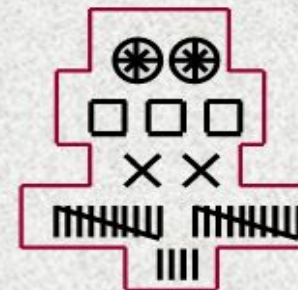
Самый первый способ записи числа изобретё человечеством ещё в каменном веке, является унарный(по сути -это единичная система счисления) способ.

ЯСАЧНЫЕ ГРАМОТЫ

В старину на Руси среди простого народа широко применялись системы счисления, отдалённо напоминающие римскую. С их помощью сборщики податей заполняли квитанции об уплате подати – ясака (ясачные грамоты) и делали записи в податной тетради.

I	копейка
	десять копеек
X	один рубль
□	десять рублей
☼	сто рублей

232 рубля 24 копейки



Кириллическая система счисления —

1	2	3	4	5	6	7	8	9
·Ѧ·	·Ѣ·	·Г·	·Д·	·Е·	·Ѕ·	·З·	·И·	·Ѡ·
10	20	30	40	50	60	70	80	90
·І·	·К·	·Л·	·М·	·Н·	·Ѕ·	·Ѧ·	·П·	·Ч·
100	200	300	400	500	600	700	800	900
·Р·	·Ѣ·	·Т·	·Ѧ·	·Ф·	·Х·	·Ѩ·	·Ѡ·	·Ц·
11	12	13	14	15	16	17	18	19
·ѦІ·	·ѢІ·	·ГІ·	·ДІ·	·ЕІ·	·ЅІ·	·ЗІ·	·ИІ·	·ѠІ·
222	319	431	988					
ѢѢѢ·	·ТѢІ·	·ѦѢѢ·	·ѠѢѢ·					
222	319	431	988					
1000	2000	20000	43000					
*Ѧ	*Ѣ	*К	*ѠѢ					
0000	300000	4000000	80000000					
⦿Ѧ	⦿Г	⦿Д	⦿И					

Ѧ ¹ Азь	Ѣ ² Боги	Ѣ ² Вѣди	Г ³ Глаголи	Д ⁴ Добро	Е ⁵ Есть	Е ⁵ Есмь
Ж ⁶ Животъ	Ѕ ⁷ Ѕѣло	З ⁸ Земла	И ⁹ Иже	І ¹⁰ Іжеи	Ї ¹¹ Їнितъ	Ѧ ¹² Гервь
К ²⁰ Како	Л ³⁰ Людѣ	М ⁴⁰ Мысльте	Н ⁵⁰ Нашъ	Ѧ ⁷⁰ Онъ	П ⁸⁰ Покои	Р ¹⁰⁰ Ръци
Ѣ ²⁰⁰ Слово	Т ³⁰⁰ Твѣрдо	Ѧ ⁴⁰⁰ Укъ	Ѣ ⁴⁰⁰ Оук	Ф ⁵⁰⁰ Фертъ	Х ⁶⁰⁰ Хѣръ	Ѡ ⁸⁰⁰ Отъ
Ц ⁹⁰⁰ Ци	Ѧ ⁹⁰ Чѣрваль	Ш ¹⁰⁰⁰ Ша	Ѣ ¹⁰⁰⁰ Шта	Ѣ ¹⁰⁰⁰ Еръ	Ѣ ¹⁰⁰⁰ Еры	Ѣ ¹⁰⁰⁰ Ерь
Ѣ ¹⁰⁰⁰ Ѧтъ	Ю ¹⁰⁰⁰ Юнь	Ѧ ¹⁰⁰⁰ Аръ	Ѣ ¹⁰⁰⁰ Ѧдо	Ѣ ¹⁰⁰⁰ Ом	Ѣ ¹⁰⁰⁰ Енъ	Ѣ ¹⁰⁰⁰ Одь
Ѣ ¹⁰⁰⁰ Ѧта	Ѣ ¹⁰⁰⁰ Ота	Ѣ ⁶⁰ Кси	Ѣ ⁷⁰⁰ Пси	Ѣ ⁹ Ѧита	Ѣ ¹⁰⁰⁰ Ижица	Ѣ ¹⁰⁰⁰ Ижа

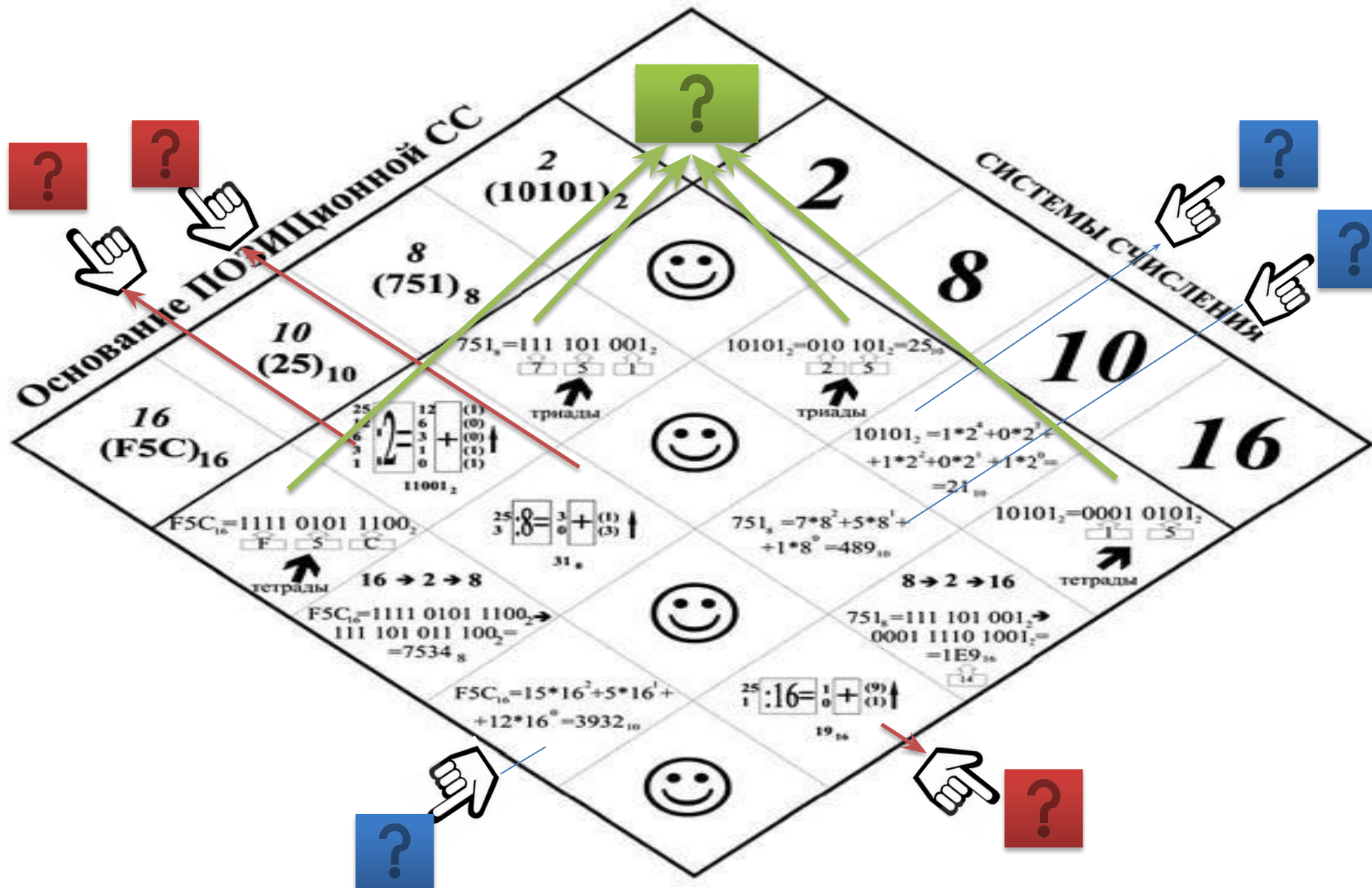
- Этой системой на Руси пользовались до XVIII века.

В 1708 году Петр 1 приказал заменить буквенные обозначения чисел европейскими (арабскими) цифрами.

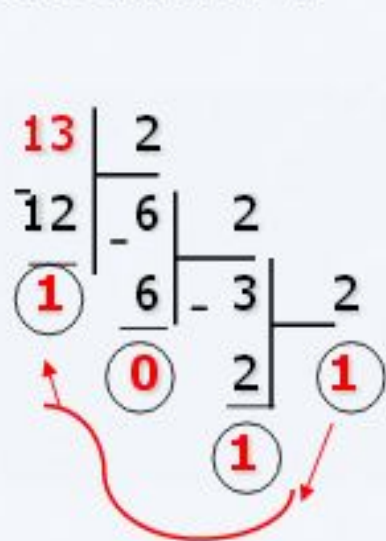
- Иногда все же писали смешанной системой записи чисел, например, на медных копейках 1721 года дата отчеканена – 17К1
В настоящее время кириллическая система счисления используется в книгах на церковнославянском языке.



Для перевода чисел из одной системы счисления в другую воспользуемся табличкой-подсказкой



- Возьмем десятичное число, например, 13_{10} и
- переведем его в двоичное, выполняя деление на основание: 2



Ответ читаем по остаткам - наоборот!

Получили что $13_{10} = 1101_2$

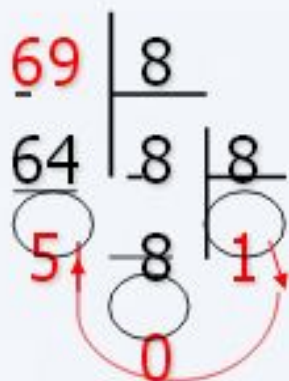
Итак, перевод из десятичной системы в любую другую происходит путем деления исходного числа на основание той системы, в которую переводим.



Второй способ



■ Теперь возьмем десятичное число,
например, 69_{10} и переведем его в
восьмеричное, выполняя деление на
основание: 8



Ответ читаем по
остаткам - наоборот!

Получили: $69_{10} = 105_8$



■ Возьмем то же десятичное число 69_{10} и переведем его в шестнадцатеричное, только теперь выполняя деление на основание: 16

$$\begin{array}{r|l} 69 & 16 \\ \hline 64 & \textcircled{4} \\ \hline \textcircled{5} & \end{array}$$

Ответ читаем по остаткам - наоборот!

Получили $69_{10} = 45_{16}$



ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ в десятичную систему

- ПЕРЕВОД чисел в десятичную систему числения выполнить довольно легко. Для этого необходимо записать число в развернутой форме и вычислить его значение в десятичном виде.

- Перевод числа из двоичной системы в десятичную:

4 3 2 1 0

- 1) $11010_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$

- $= 16 + 8 + 0 + 2 + 0 = \underline{26}$

4 3 2 1 0

- 2) $10011_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 =$

- $= 16 + 0 + 0 + 2 + 1 = \underline{19}$

2 1 0

- 3) $111_2 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 4 + 2 + 1 = \underline{7}$



Перевод числа из восьмеричной системы в десятичную:

3 2 1 0

$$1) \text{ } 1270_8 = 1 \cdot 8^3 + 2 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 = \\ = 512 + 128 + 56 + 0 = \underline{696}$$

2 1 0

$$2) \text{ } 346_8 = 3 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = \\ = 192 + 32 + 6 = \underline{230}$$

1 0

$$3) \text{ } 57_8 = 5 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 40 + 7 = \underline{47}$$



Каждую цифру восьмеричного числа заменяем двоичным кодом из трех бит (триадой).

5	7	1
101	111	001

Триады			Тетрады	
2-чная (триады)	8-чная		2-чная (тетрады)	16-чная
000	0		0000	0
001	1		0001	1
010	2		0010	2
011	3		0011	3
100	4		0100	4
101	5		0101	5
110	6		0110	6
111	7		0111	7
			1000	8
			1001	9
			1010	A
			1011	B
			1100	C
			1101	D
			1110	E
			1111	F

Каждую цифру шестнадцатеричного числа заменяем двоичным кодом из четырех бит (тетрадой).

$$AB12_{16} = 1010101100010010_2$$

A	B	1	2
1010	1011	0001	0010



Второй способ перевода из десятичной системы счисления в двоичную.

Каждому числу 10-й системы соответствует число из 2-й системы:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	

Любое число можно представи
как сумму чисел из таблицы →

$$13_{10} = 8 + 4 + 1 =$$

↓	↓	↓
1000	+100	+1
= 1101 ₂		

N	2^n	
0	1	1
1	2	10
2	4	100
3	8	1000
4	16	10000
5	32	100000
6	64	1000000
7	128	10000000
8	256	100000000
9	512	1000000000
10	1024	10000000000
11	2048	100000000000
12	4096	1000000000000

Задания для закрепления:

Выполните переход из одной системы счисления в другую и обратно

$$67_{10} = ?_2$$

$$75_{10} = ?_2$$

$$96_{10} = ?_8$$

$$75_{10} = ?_8$$

$$346_{10} = ?_{16}$$

$$75_{10} = ?_{16}$$