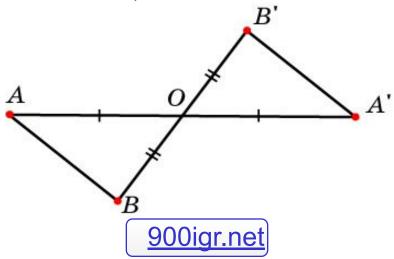
ДВИЖЕНИЕ

Движением называется преобразование пространства, сохраняющее расстояния между точками, т. е., если точки A и B переходят соответственно в точки A и B, то AB = A B.

Теорема 1. Центральная симметрия является движением.

Доказательство. Пусть точки A', B' получены центральной симметрией относительно точки O точек A, B. Тогда треугольники OAB и OA'B' равны по первому признаку равенства треугольников (по двум сторонам и углу между ними) и, значит, AB = A'B'. Таким образом, центральная симметрия сохраняет расстояния и, следовательно, является движением.



ДВИЖЕНИЕ

Теорема 2. Зеркальная симметрия является движением.

Доказательство. Пусть точки A', B' получены симметрией относительно плоскости α точек A, B, A'', B'' — ортогональные проекции точек A, B на плоскость α . Тогда точки A, B, A', B' принадлежат одной плоскости и точки A', B' симметричны в этой плоскости точкам A, B относительно прямой A''B''. Из свойств симметрии на плоскости следует, что AB = A'B'. Таким образом, зеркальная симметрия сохраняет расстояния и, следовательно, является движением.

A B"

Назовите движение, которое оставляет на месте только: а) одну точку; б) точки одной прямой; в) точки одной плоскости.

Ответ: а) Центральная симметрия;

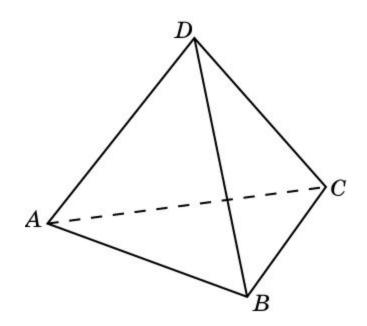
- б) осевая симметрия;
- в) зеркальная симметрия.

Существуют ли движения (если существуют, то какие), переводящие данную прямую в другую данную прямую: а) параллельную первой; б) пересекающую первую; в) скрещивающуюся с первой?

Ответ: а) Центральная симметрия, зеркальная симметрия, параллельный перенос;

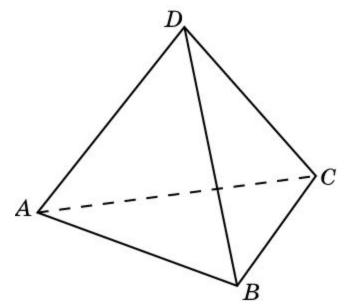
- б) осевая симметрия, поворот, зеркальная симметрия;
- в) осевая симметрия.

С помощью каких движений можно перевести грань ABC правильного тетраэдра ABCD в грань ABD так, чтобы ребро AB оставалось на месте?



Ответ: Поворот, зеркальная симметрия.

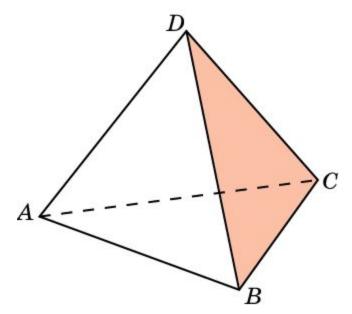
Существует ли движение (если существует, то какое), переводящее вершины A, B, C, D правильного тетраэдра ABCD соответственно в вершины: а) B, C, A, D; б) B, A, C, D; в) C, B, A, D?



Ответ: а) Поворот;

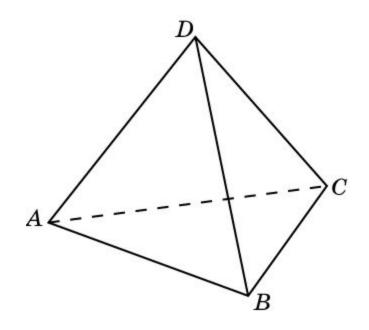
- б) зеркальная симметрия;
- в) зеркальная симметрия.

В правильном тетраэдре закрасили одну грань. В результате каких движений, оставляющих на месте закрашенную грань, он самосовместится?



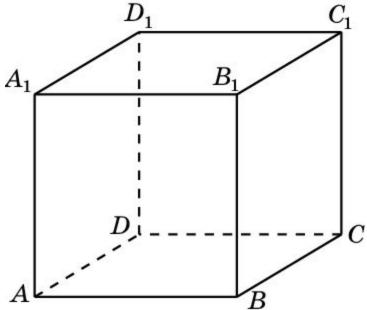
Ответ: При повороте на 120° вокруг оси, проходящей через центр закрашенной грани; при симметрии относительно плоскости, перпендикулярной закрашенной грани.

Сколько существует различных движений, переводящих правильный тетраэдр в себя?



Ответ: 24.

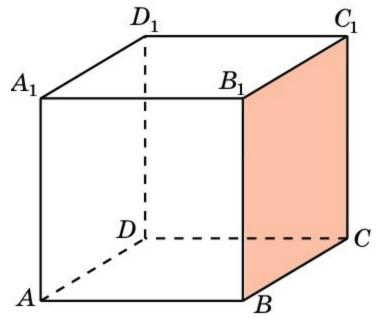
Существует ли движение (если существует, то какое), переводящее вершины A, B, C, D куба $A\dots D_1$ соответственно в вершины: а) A_1 , B_1 , C_1 , D_1 ; б) A_1 , D_1 , C_1 , B_1 ; в) A_1 , B_1 , D_1 , C_1 ?



Ответ: а) Да, параллельный перенос, зеркальная симметрия;

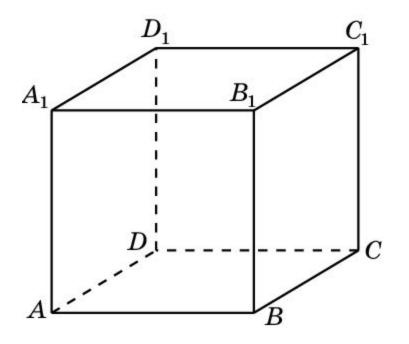
- б) да, осевая симметрия;
- в) нет.

В кубе закрасили одну грань. В результате каких движений, оставляющих на месте закрашенную грань, он самосовместится?



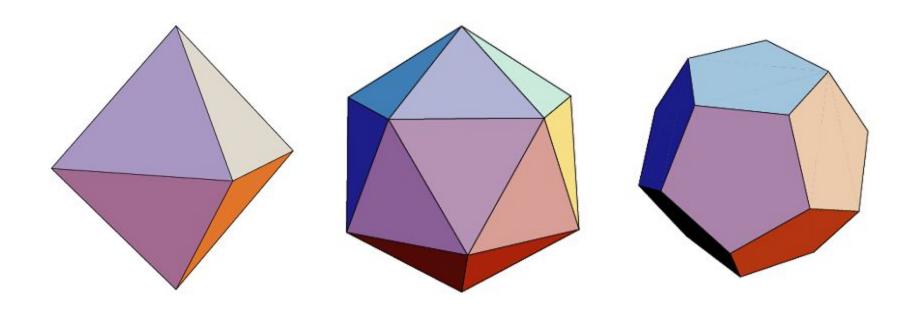
Ответ: В результате: а) поворота на 90° вокруг оси, перпендикулярной закрашенной грани; б) осевой симметрии относительно оси, перпендикулярной закрашенной грани; в) зеркальной симметрии относительно плоскостей, перпендикулярных закрашенной грани.

Сколько существует различных движений, переводящих куб в себя?



Ответ: 48.

Сколько имеется различных движений, переводящих в себя: а) октаэдр; б) икосаэдр; в) додекаэдр?



Ответ: а) 48; б) 120; в) 120.