

УРОК №9

УМНОЖЕНИЕ

ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

ЗАДАЧА №1

Найдите:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$



б) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} =$



в) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} =$



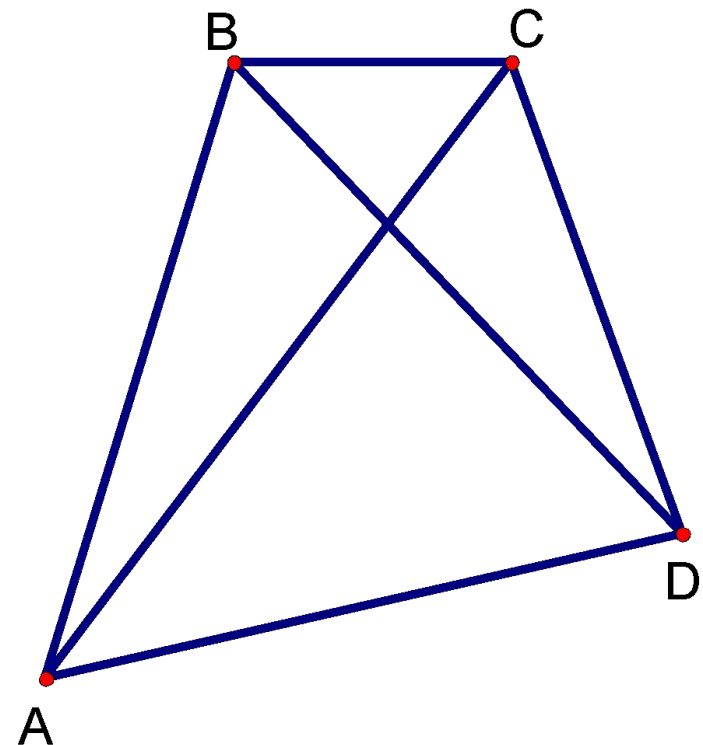
г) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} =$



д) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} =$



е) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DC} =$

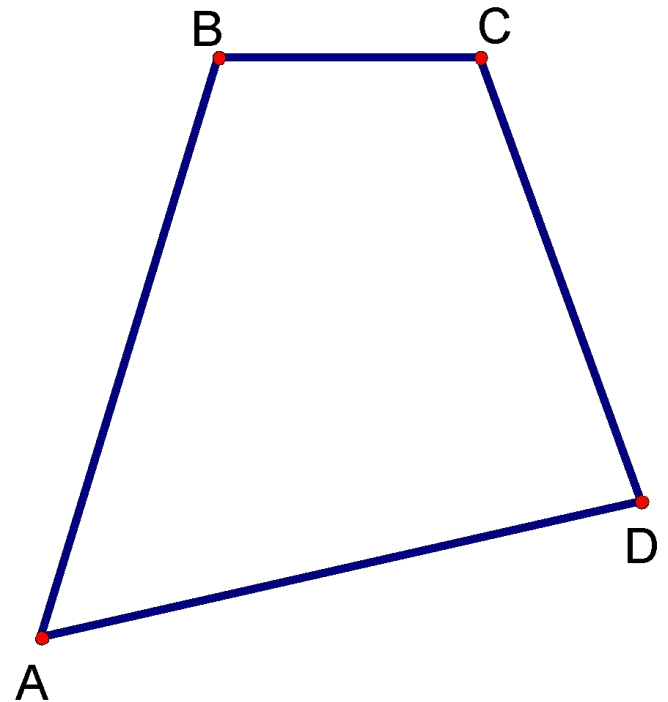


ЗАДАЧА №2

Докажите:

$$a) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$$

$$b) \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$$



ЗАДАЧА №3

ABCD-прямоугольник

AB=5; AD=12.

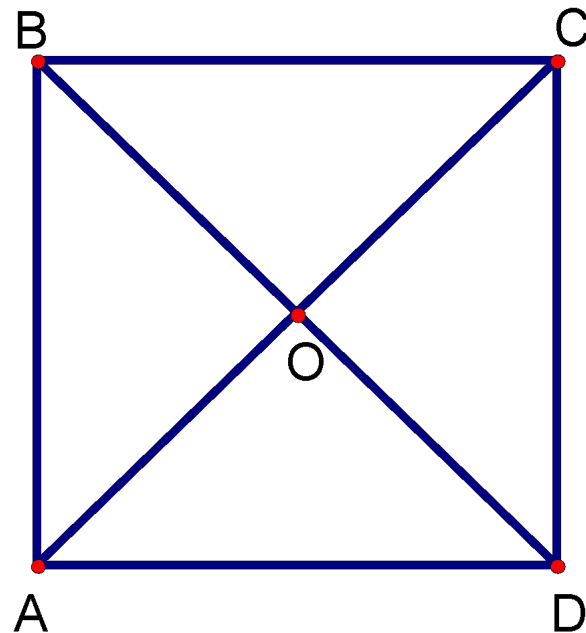
Докажите:

$$a) \left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \right| = 2 \cdot \left| \overrightarrow{AO} \right|$$

$$б) \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OB}$$

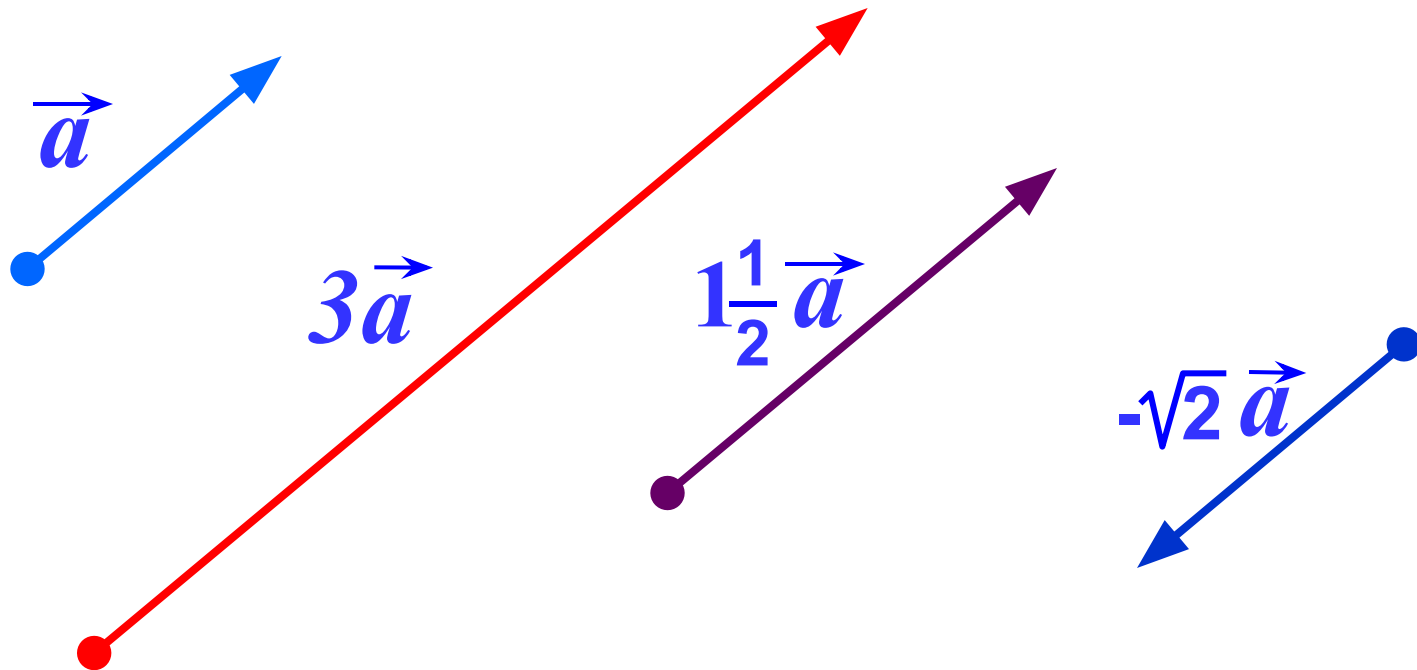
Найдите:

$$\left| \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO} - \overrightarrow{CD} \right|$$

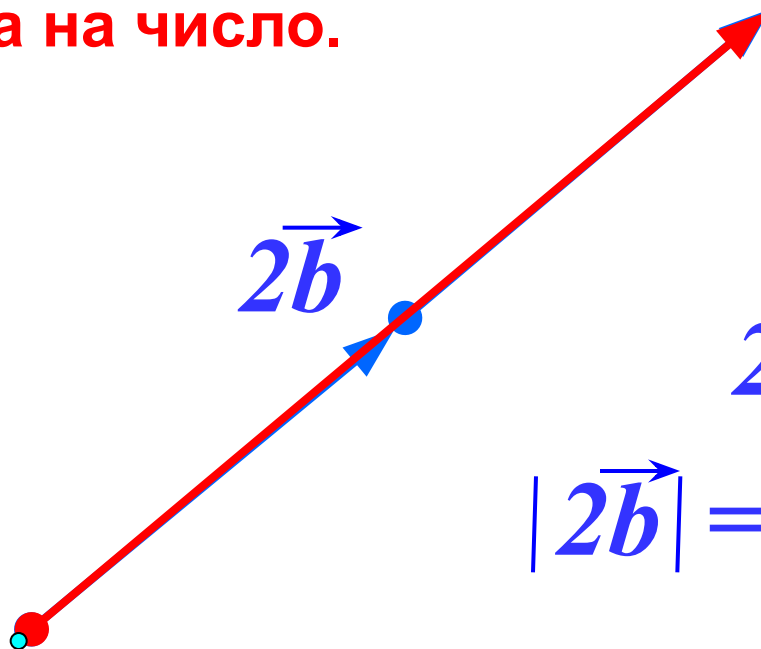
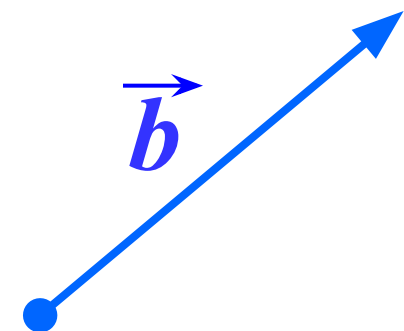


Умножение вектора на число.

Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна $|k| \cdot |\vec{a}|$, причем векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены при $k \geq 0$ и противоположно направлены при $k < 0$.

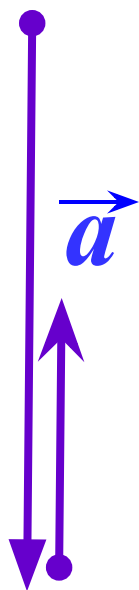


Умножение вектора на число.



$$2\vec{b} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

$$|2\vec{b}| = |2| \cdot |\vec{b}|$$



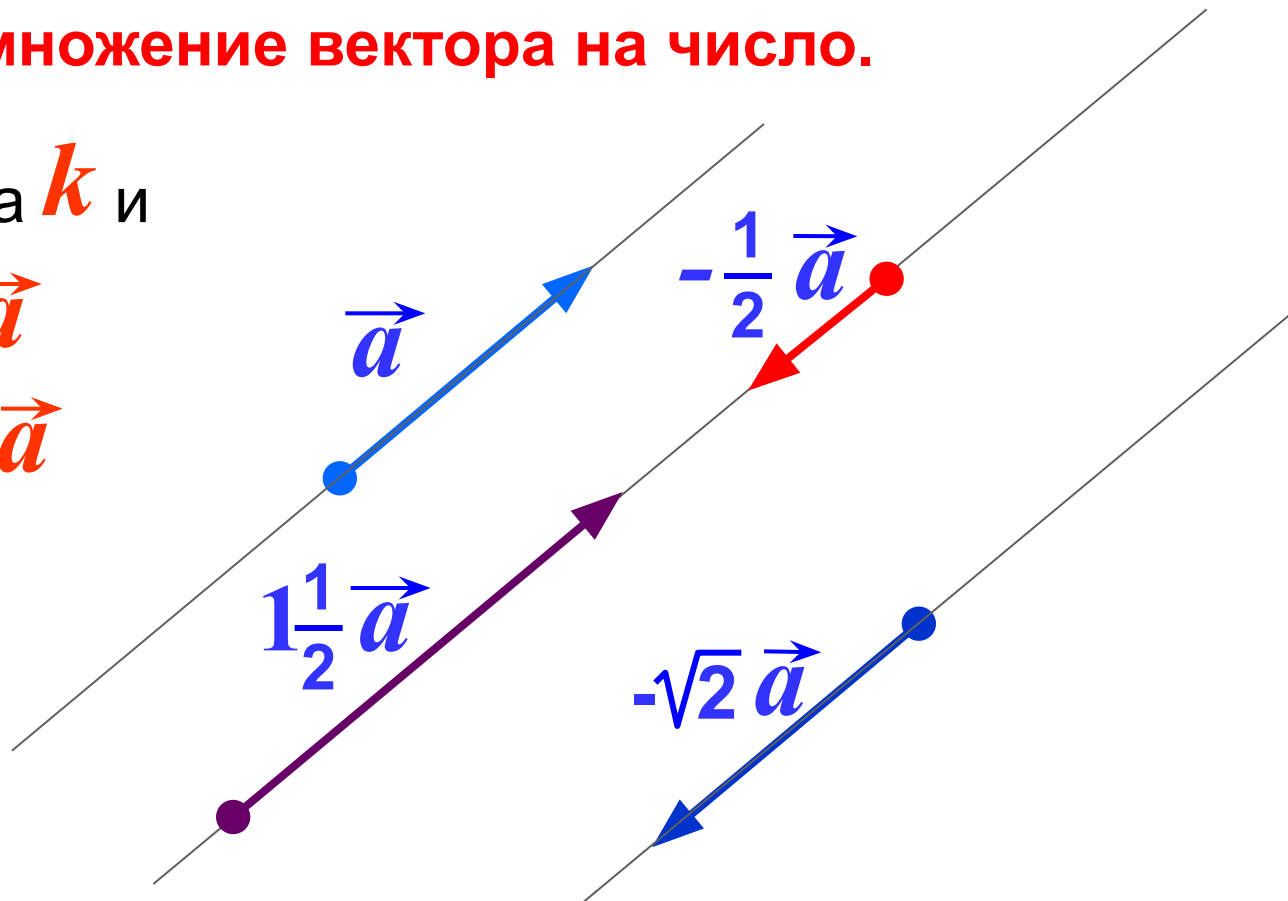
$$-\frac{1}{2}\vec{a} \updownarrow \vec{a}$$

$$-\frac{1}{2}\vec{a}$$

$$\left| -\frac{1}{2}\vec{a} \right| = \left| -\frac{1}{2} \right| \cdot |\vec{a}|$$

Умножение вектора на число.

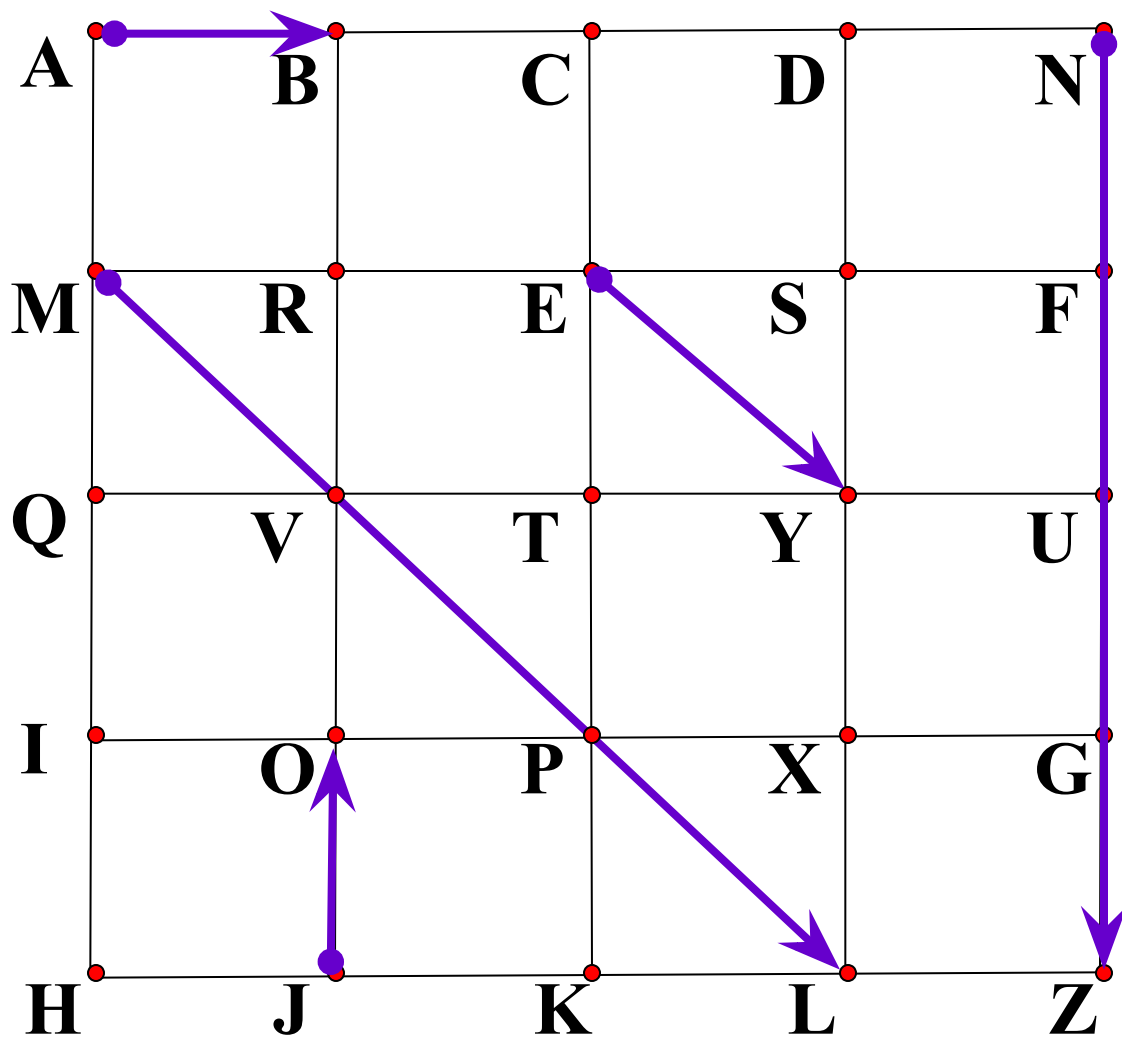
Для любого числа k и
любого вектора $\vec{a}$
векторы $\vec{a}$ и $k\vec{a}$
коллинеарны.



Произведение нулевого вектора на любое число
считается нулевым вектор. $k \cdot \vec{0} = \vec{0}$

Произведение любого вектора на число ноль есть
нулевой вектор. $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$

Назовите вектор, который получится в результате умножения.



$$\overrightarrow{JO} \cdot 3$$

$$\frac{1}{3} \overrightarrow{ML}$$

$$4 \overrightarrow{AB}$$

$$-4 \overrightarrow{EZ}$$

$$-\frac{3}{4} \overrightarrow{NZ}$$

$$\vec{CK} = -\cancel{4} \cdot \vec{JO}$$

$$\vec{JO} = -\cancel{\frac{1}{4}} \cdot \vec{CK}$$

$$\vec{XD} = -\cancel{\frac{3}{4}} \cdot \vec{CK}$$

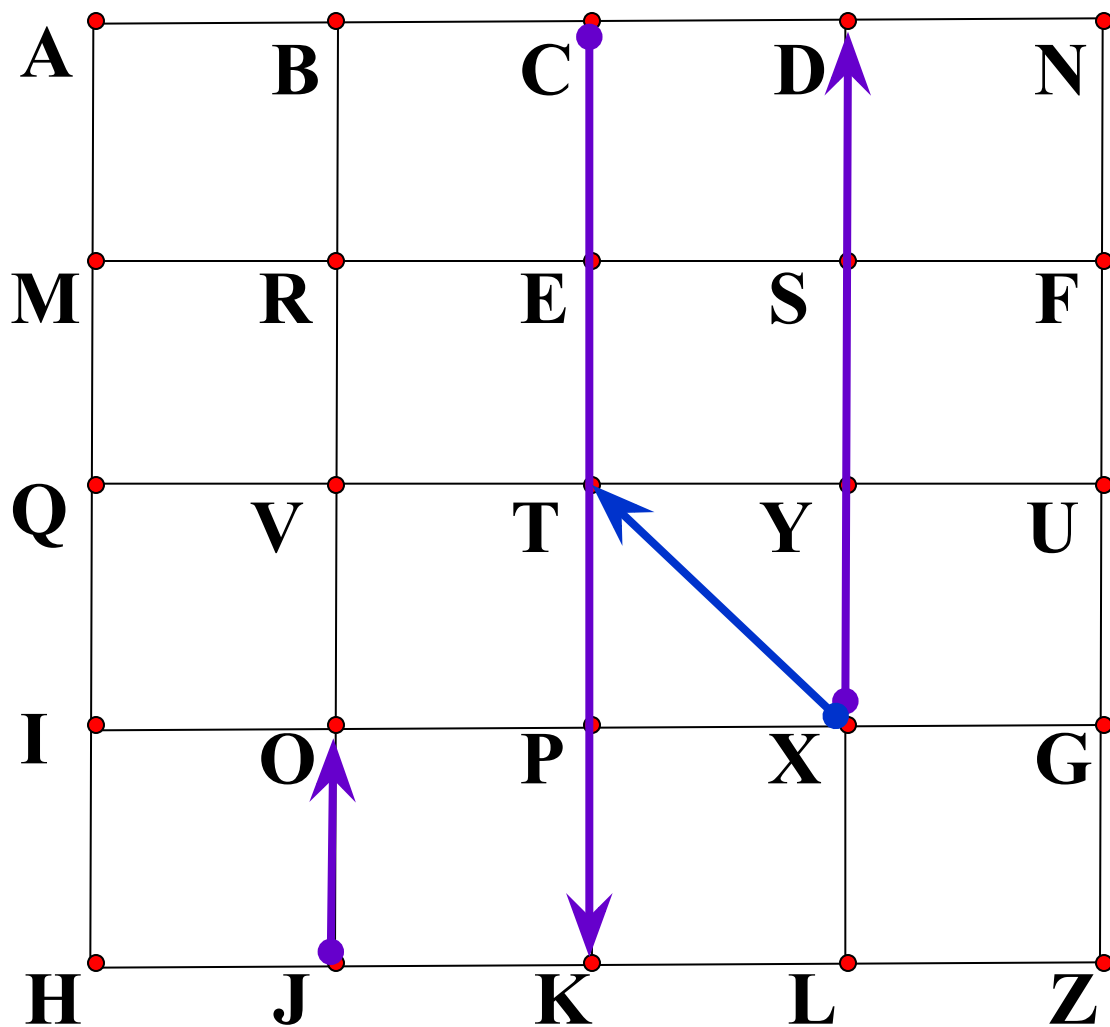
$$\vec{NN} = \cancel{0} \cdot \vec{XD}$$

$$\vec{XT} = \cancel{x} \cdot \vec{XD}$$

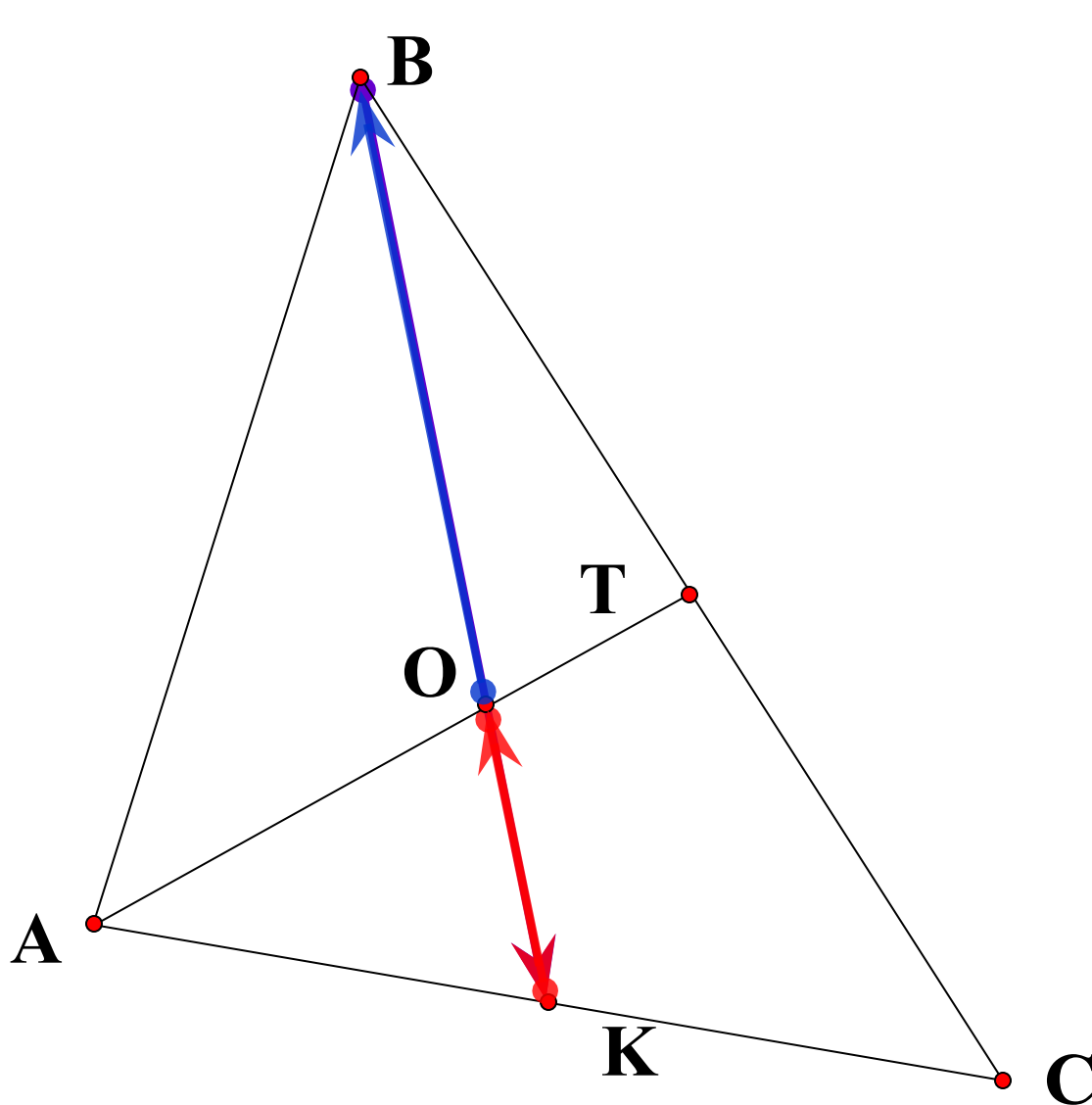
$\cancel{x}$ не существует

$$\vec{XT} = \cancel{x} \cdot \vec{XT}$$

$$\vec{TX} = -\cancel{1} \cdot \vec{XT}$$



О – точка пересечения медиан треугольника.



$$\vec{BK} = 2 \cdot \vec{OK}$$

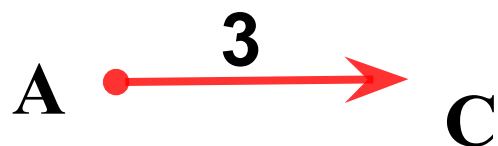
$$\vec{KO} = -\frac{1}{2} \cdot \vec{BK}$$

$$\vec{OB} = 2 \cdot \vec{KO}$$



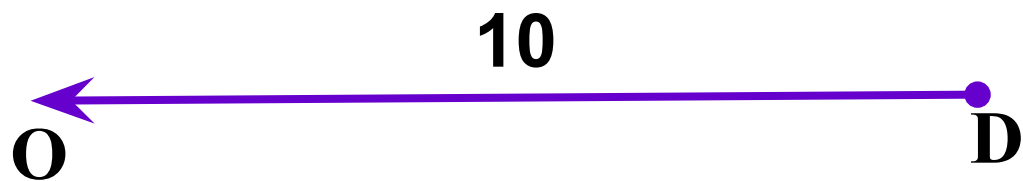
$$|\overrightarrow{TB}| = 7$$

$$\overrightarrow{AC} = \frac{3}{7} \cdot \overrightarrow{TB}$$



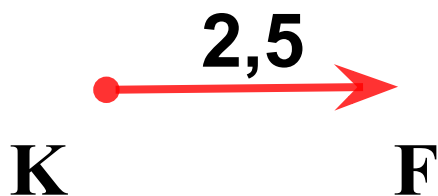
$$|\overrightarrow{AC}| = 3$$

$$\overrightarrow{TB} = \frac{7}{3} \cdot \overrightarrow{AC}$$



$$|\overrightarrow{DO}| = 10$$

$$\overrightarrow{KF} = -\frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{DO}$$



$$|\overrightarrow{KF}| = 2,5$$

$$\overrightarrow{DO} = -4 \cdot \overrightarrow{KF}$$

Длина вектора $\vec{TB}$ на 25% больше длины вектора $\vec{AC}$



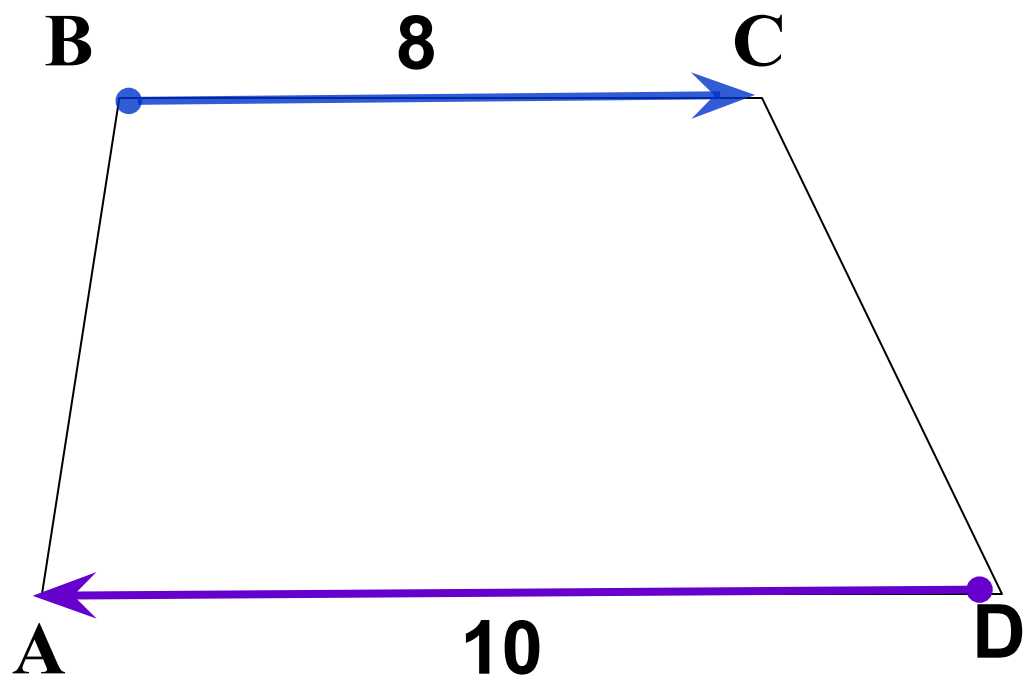
$$\vec{TB} = 1,25 \vec{AC}$$

Длина вектора $\vec{SD}$ на 25% меньше длины вектора $\vec{LK}$



$$\vec{SD} = -0,75 \vec{LK}$$

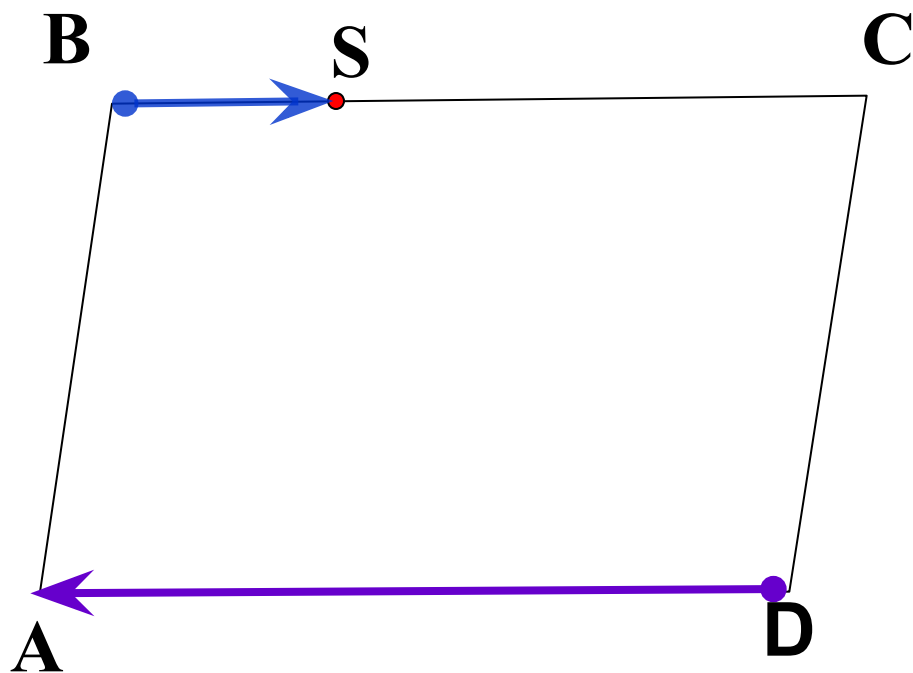
ABCD – трапеция.



$$\vec{BC} = -\cancel{0}8 \cdot \vec{DA}$$

$$\vec{DA} = -\frac{10}{\cancel{8}} \cdot \vec{BC}$$

ABCD – параллелограмм. $CS : SB = 5 : 3$



$$\vec{BS} = -\frac{3}{8} \cdot \vec{DA}$$

$$\vec{DA} = -\frac{8}{3} \cdot \vec{BS}$$

Умножение вектора на число обладает следующими основными свойствами.

Для любых $\vec{a}$, $\vec{b}$ и любых чисел k , l справедливы равенства:

1 $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$ Сочетательный закон

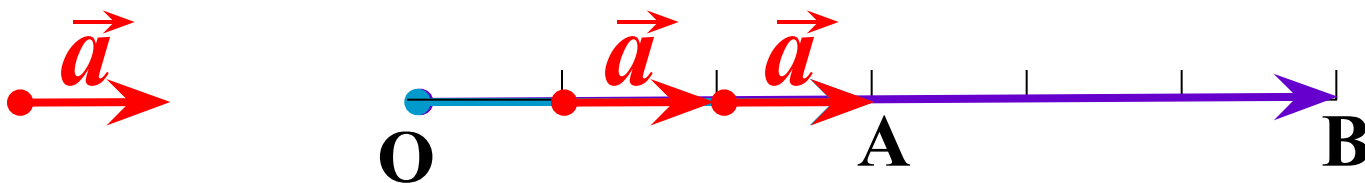
2 $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$
Первый распределительный закон

3 $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$
Второй распределительный закон

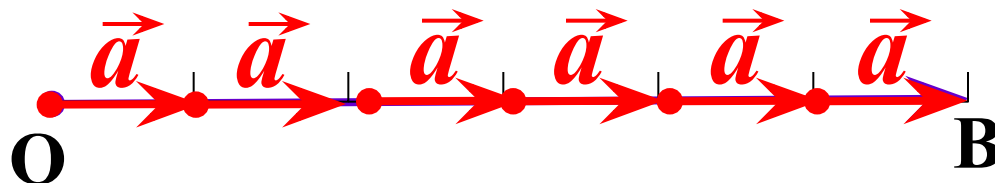
Рисунок иллюстрирует сочетательный закон.

Представлен случай, когда $k = 2, l = 3$.

1 $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$ Сочетательный закон



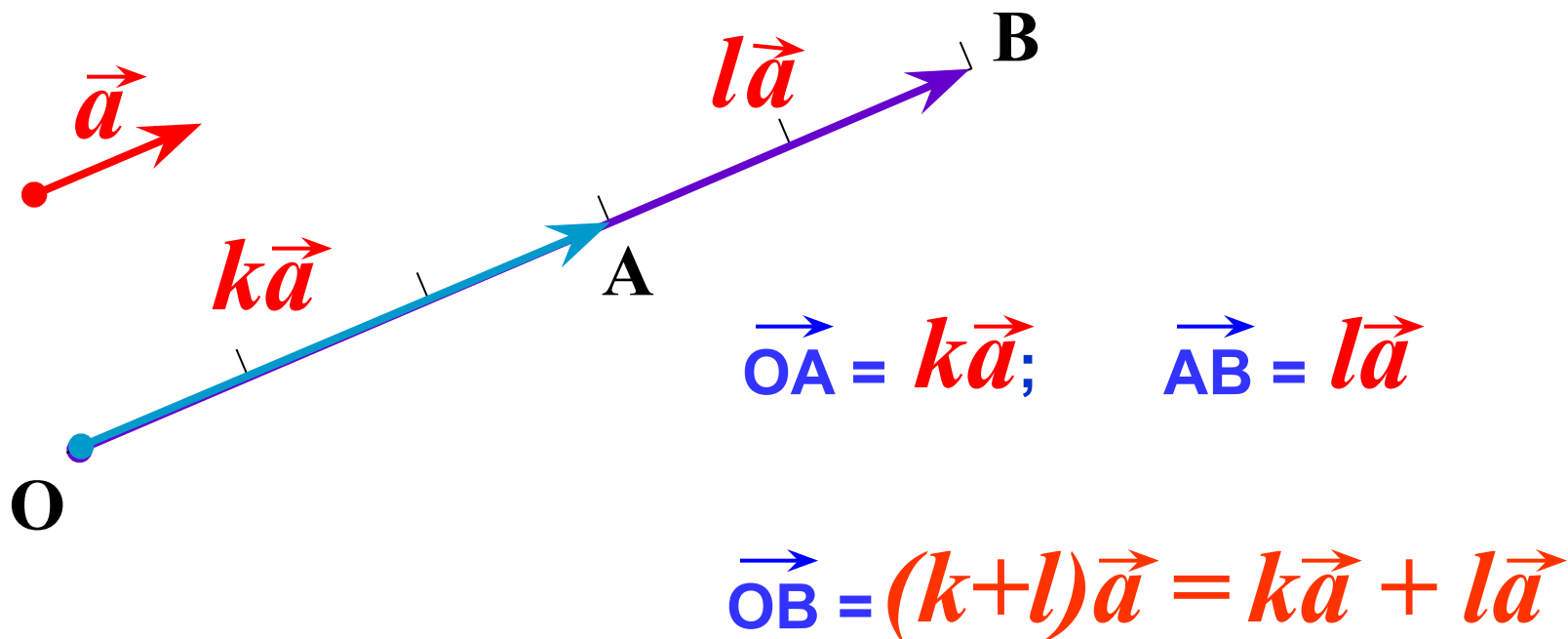
$$\vec{OB} = 2\vec{OA} = 2(3\vec{a})$$



$$\vec{OB} = 6\vec{a} = (2 \cdot 3)\vec{a}$$

Рисунок иллюстрирует первый распределительный закон. Представлен случай, когда $k = 3, l = 2$.

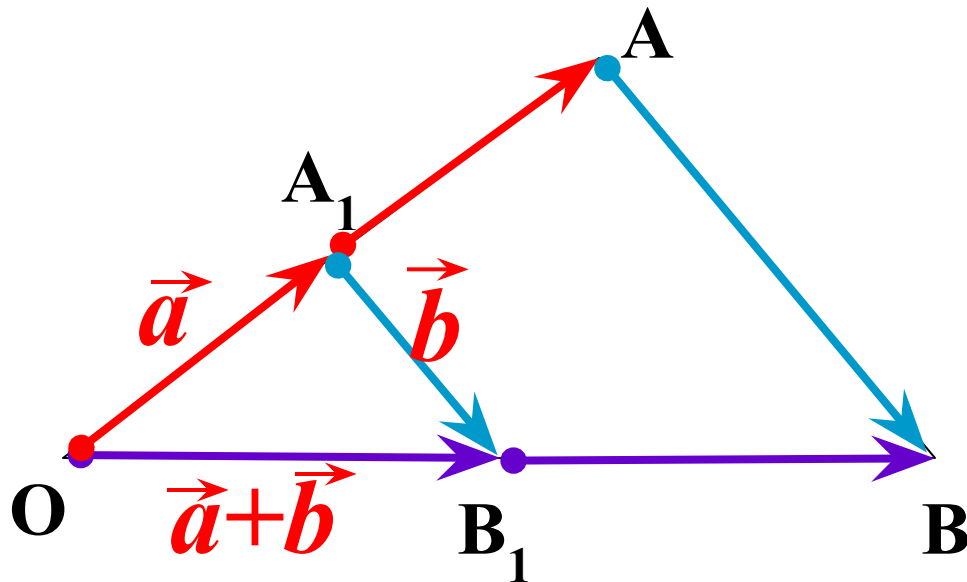
2 $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ Первый распределительный закон



Второй

3 $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ распределительный закон

Рисунок иллюстрирует второй распределительный закон. На рисунке $\triangle OAB \sim \triangle OA_1B_1$, коэффициент подобия k



$$\vec{OA} = k\vec{a}$$

$$\vec{AB} = k\vec{b}$$

$$\vec{OB} = k(\vec{a} + \vec{b})$$

С другой стороны, $\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB} = k\vec{a} + k\vec{b}$

Таким образом, $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$

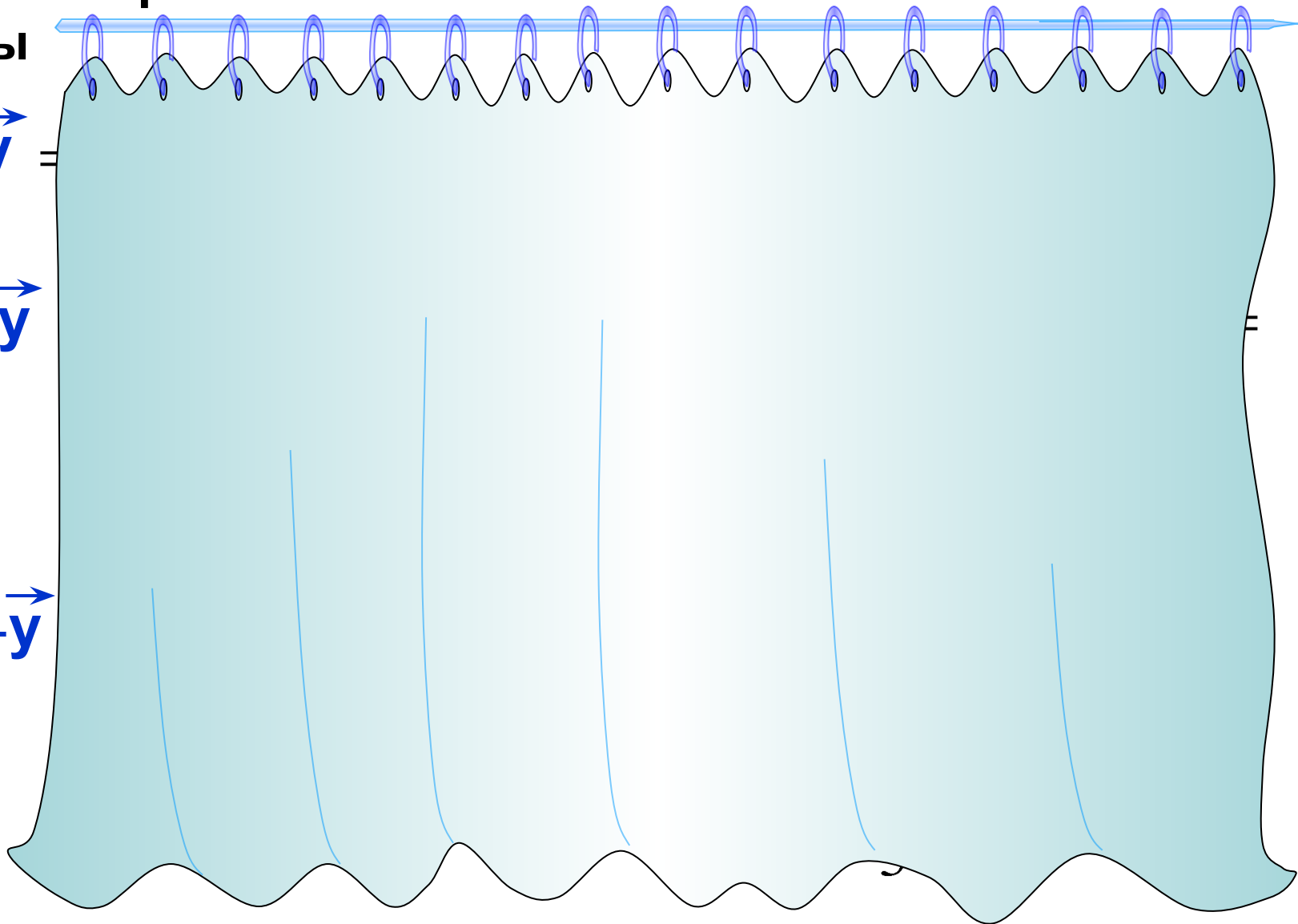
№ 781 Пусть $\vec{x} = \vec{m} + \vec{n}$, $\vec{y} = \vec{m} - \vec{n}$

Выразите через $\vec{m}$ и $\vec{n}$
векторы

$$2\vec{x} - 2\vec{y} =$$

$$2\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y} =$$

$$-\vec{x} - \frac{1}{3}\vec{y} =$$



ЗАДАЧА №4

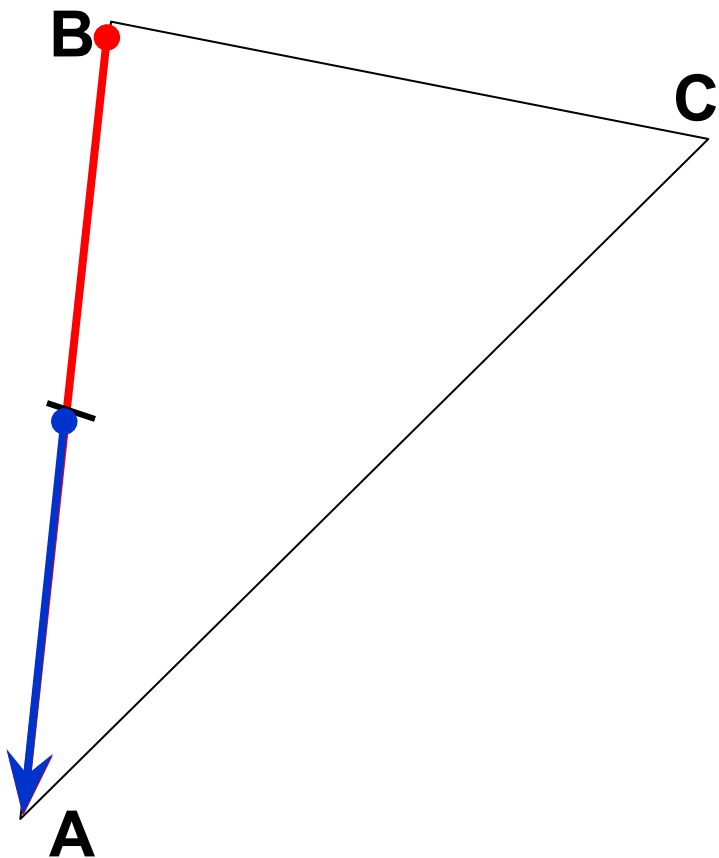
Построить вектор

$$\frac{3}{7}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{14}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{7}\overrightarrow{AC} = \frac{3}{7}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}) - \frac{1}{14}\overrightarrow{AB} =$$

$$= \frac{3}{7}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) - \frac{1}{14}\overrightarrow{AB} =$$

$$= \frac{3}{7}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{14}\overrightarrow{BA} = \frac{7}{14}\overrightarrow{BA} =$$

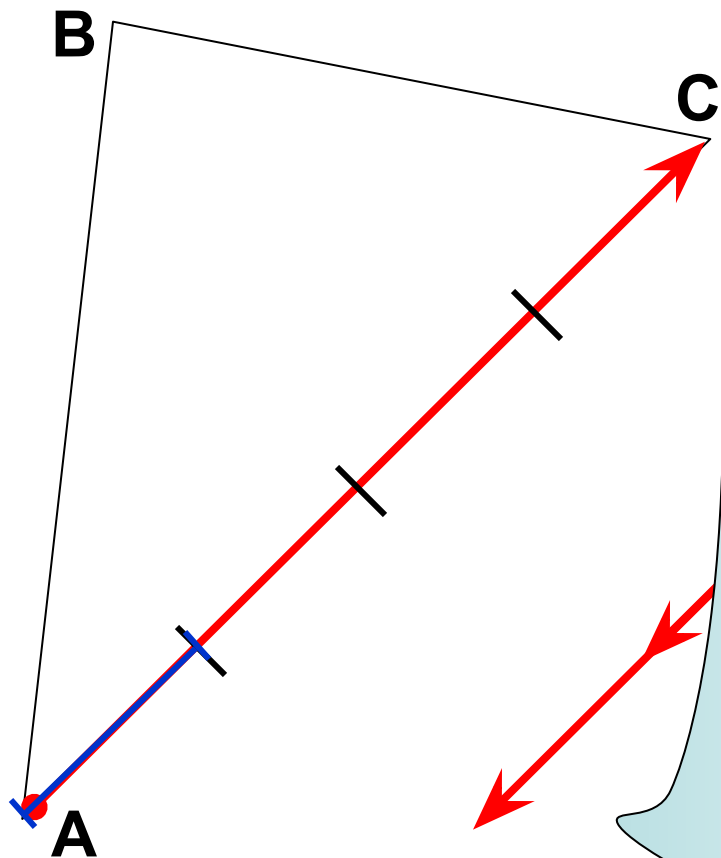
$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$$



ЗАДАЧА №5

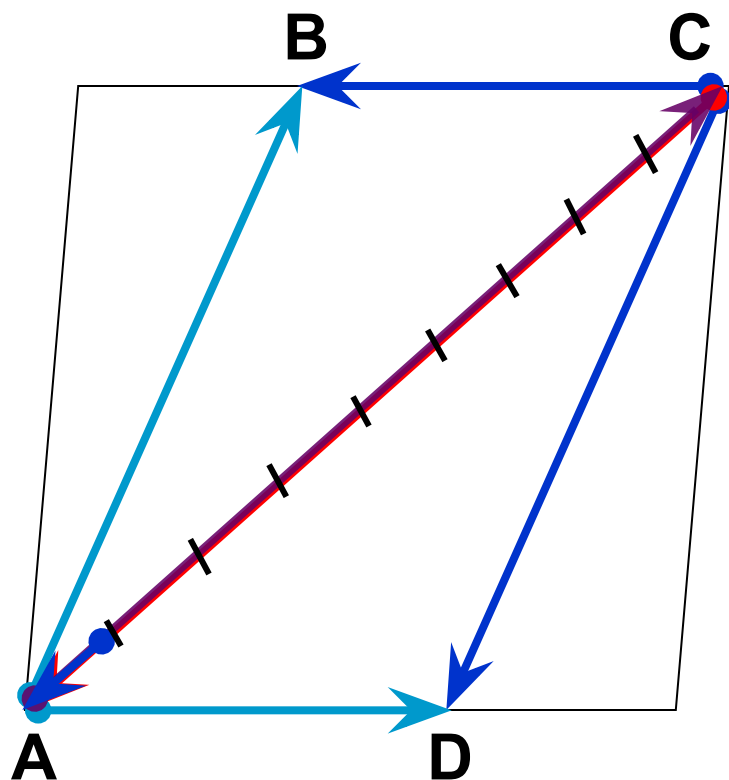
Построить вектор

$$-\frac{5}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}) =$$



ЗАДАЧА №6

Построить вектор.



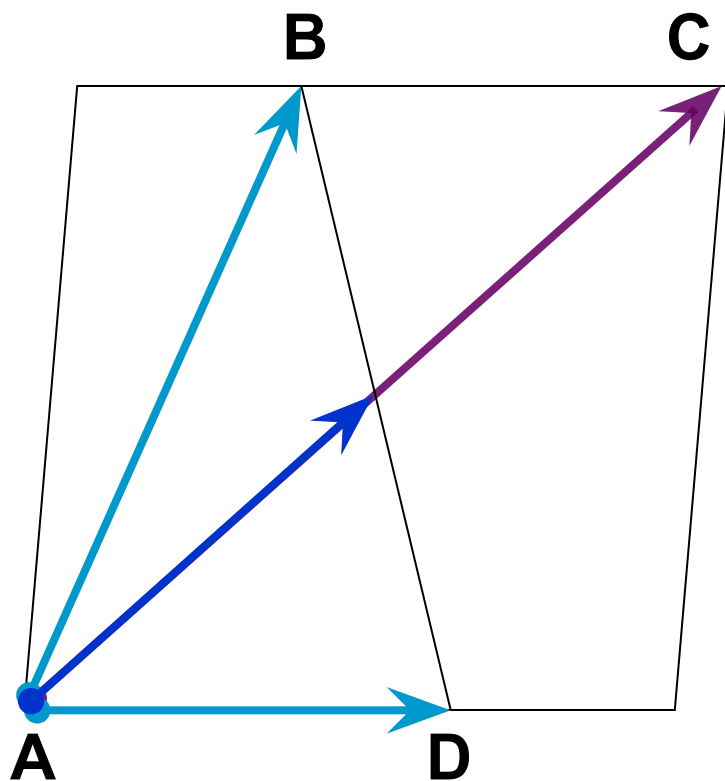
ABCD – параллелограмм.

$$\begin{aligned}
 & \frac{2}{9} \overrightarrow{CD} - \frac{1}{3} \overrightarrow{DA} - \frac{2}{9} \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} = \\
 & = \frac{2}{9} (\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}) + \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}) = \\
 & = \frac{2}{9} (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}) + \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \\
 & = \frac{2}{9} \overrightarrow{CA} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} = \frac{2}{9} \overrightarrow{CA} - \frac{1}{3} \overrightarrow{CA} = \\
 & = -\frac{1}{9} \overrightarrow{CA}
 \end{aligned}$$

ЗАДАЧА №7

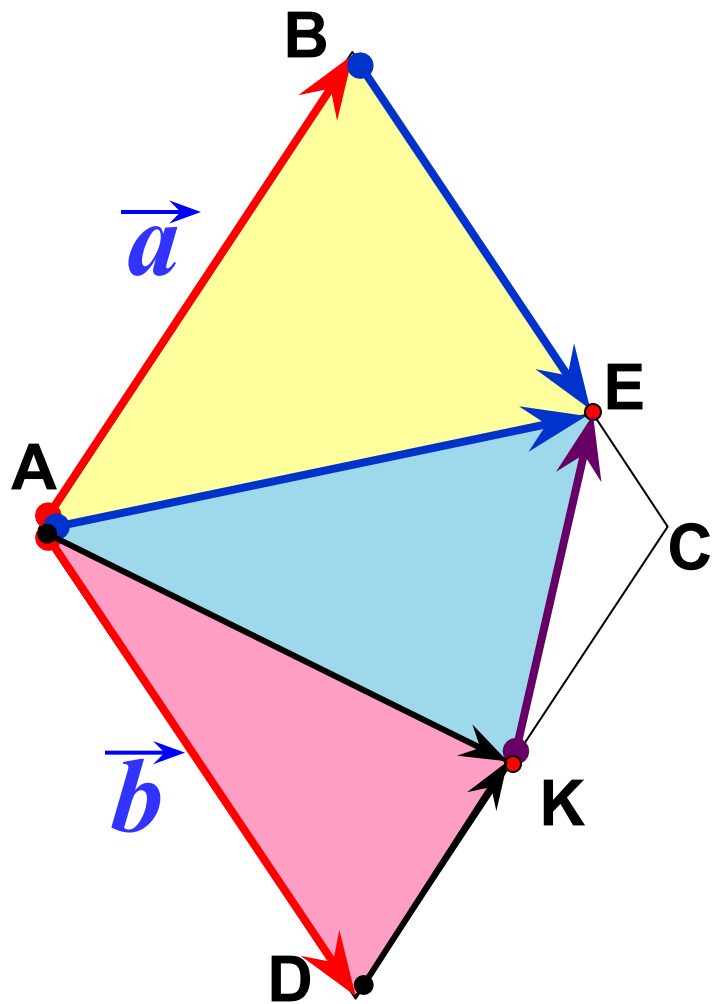
Построить вектор.

$$\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{10}\overrightarrow{CA} - \frac{2}{5}\overrightarrow{DA}$$



ABCD – параллелограмм.

ABCD – ромб. E – BC, BE : EC = 3 : 1,
 K – середина DC, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Выразите через
 векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторы:



$$\overrightarrow{AE} =$$

из $\triangle ABE$

$$\overrightarrow{AK} =$$

из $\triangle ADK$

$$\overrightarrow{KE} =$$

из $\triangle AEK$

Проведение операции над векторами дает такое же
 значение, что и сложение или вычитание векторов, но
 мы можем использовать для этого правило, которое такое же,
 как и для сложения векторов, в том же направлении, что и
 вектор, на который мы хотим сложить или вычитать этот
 вектор. Если мы хотим сложить вектор $\vec{v}$ с вектором $2\vec{v}$,
 то мы получим вектор $3\vec{v}$, а если вычитать, то получим
 вектор $-\vec{v}$.

