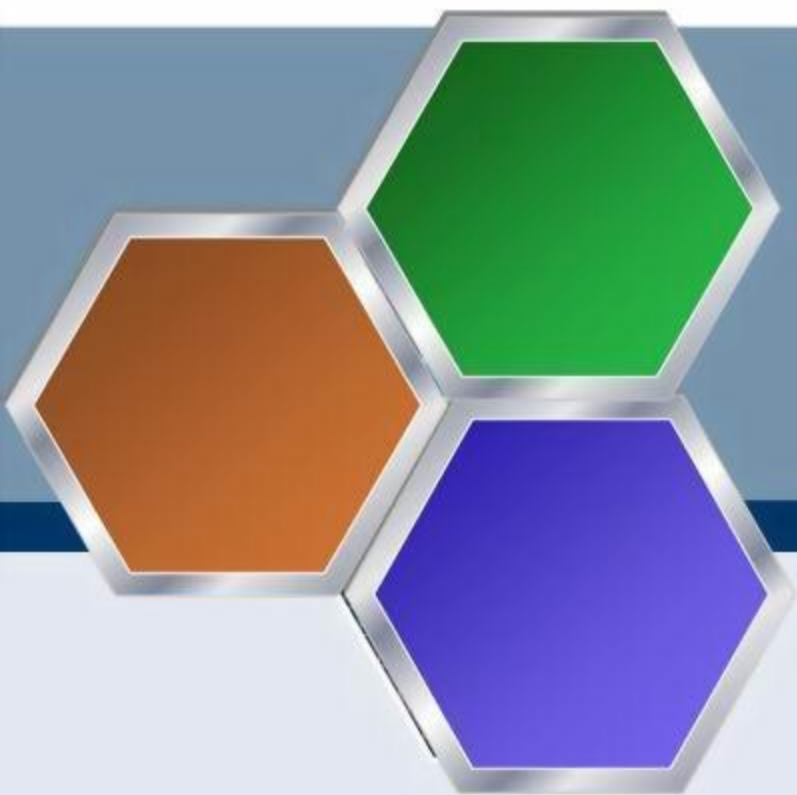


Подготовка к ГИА по геометрии



Треугольники





Задача 1

- Найдите высоту прямоугольного треугольника, проведенную к гипотенузе, если биссектриса острого угла делит катет на отрезки, равные 2 и 4.





Решение задачи 1

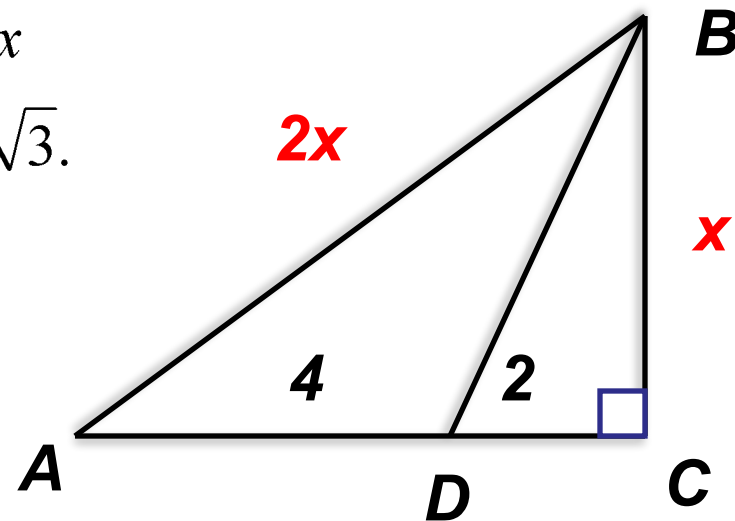
Дано: $\triangle ABC$
По свойству биссектрисы

$AC:BC = AD:1$, тогда, $BC = x$

$AD = 2$, $AB = \sqrt{4^2 - x^2} = x\sqrt{3}$.

$AC = 6$, $x\sqrt{3} = 6$, $x = 2\sqrt{3}$.
Найти: CH

$BC = 2\sqrt{3}$, $AB = 4\sqrt{3}$.



2) Найдем высоту CH , используя формулы:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h, \quad S = \frac{1}{2} a \cdot b.$$

$$S_{ABC} = 0,5 \cdot AC \cdot DC = 0,5 \cdot AB \cdot CH,$$

$$CH = \frac{AC \cdot BC}{AB}, \quad CH = \frac{6 \cdot 2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 3$$





Задача 2

- Найдите основание равнобедренного треугольника, если оно в 3 раза меньше боковой стороны, а медиана, проведенная к боковой стороне, равна $3\sqrt{11}$





Решение задачи 2

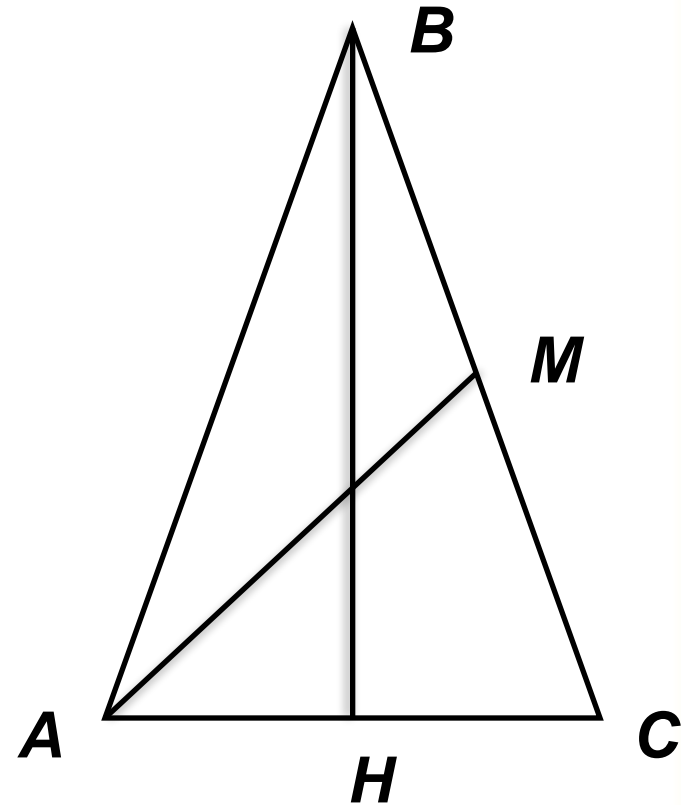
1) Пусть $HC = x$,
Дано: $\triangle ABC$ – равнобедренный
тогда AC также,

$$AB = 6x, \quad BM = MC = 3x.$$

2) $AM = 3\sqrt{11}$ – медиана.
 $\triangle BCH$:

Найти: AC

$$\cos C = \frac{CH}{BC} = \frac{1}{6}.$$



3) $\triangle AMC$: по теореме косинусов $AM^2 = 4x^2 + 9x^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3x \cdot \frac{1}{6} = 11x^2$.

$AM^2 = 99$, тогда $11x^2 = 99$, $x^2 = 9$, $x = 3$.

$AC = 6$.

Кустова Маргарита Олеговна





Задача 3

- Площадь треугольника MPK равна 21. Известно, что сторона MP равна 7, медиана PA равна $3\sqrt{2}$, а в треугольнике AMP сторона AM – наименьшая. Найдите сторону MK





Решение задачи 3

решение:
Дано: $\triangle MPK$

$$1. S_{MPK} = 21 = 2S_{MPA}, \text{ т. к.}$$

$$MP = 7$$

$$MK = 2MA, \text{ а высота}$$

$$PA = 3\sqrt{2}$$

одному также

AM – наименьшая.

$$2. S_{MPK} = 10,5$$

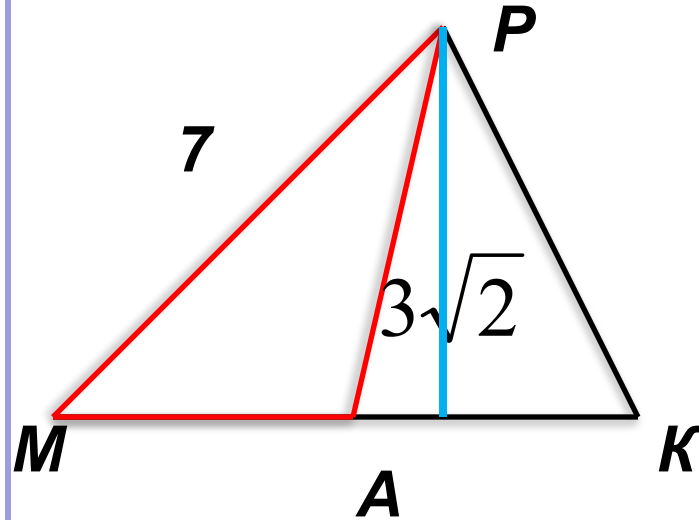
$$1. MK = 2AM$$

$$3. S_{MPA} = \frac{1}{2} MP \cdot PA \cdot \sin \alpha, \Rightarrow$$

2. Из $\triangle MAP$ можно найти

$$\sin M = \frac{10,5 \cdot 2}{7 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \angle M = 45^\circ$$

3. Угол можно поискать зная площадь



4. $\triangle MAP$: по теореме косинусов

$$AM^2 49 + 18 - 2 \cdot 7 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 25$$

$$AM = 5, MK = 10$$



Задача 4

- В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C биссектриса AD делит катет BC на отрезки $BD=15$ и $DC = 12$. Найдите площадь треугольника ABD .





Решение задачи 4

1) По биссектрисы
Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$

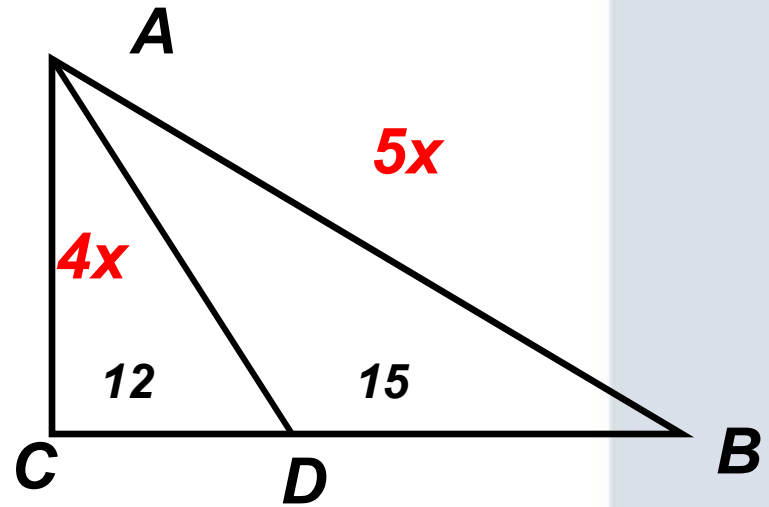
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

AD — биссектриса

$$BD = 15, DC = 12 \Rightarrow 4x$$

$$BC = \sqrt{25x^2 + 16x^2} = 3x$$

$$3x = 27, x = 9, AC = 36$$



$$2) S_{ABD} : S_{ACD} = BD : DC = 5 : 4 (\text{т. к. общая высота } AC)$$

$$S_{ABD} = \frac{5}{9} S_{ABC} = \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot 27 \cdot 36 = 270$$





Задача 5

- Найдите площадь остроугольного треугольника ABC , если известно, что угол BAC равен 45° , $AB=4\sqrt{2}$, а медиана $AM = \sqrt{29}$.

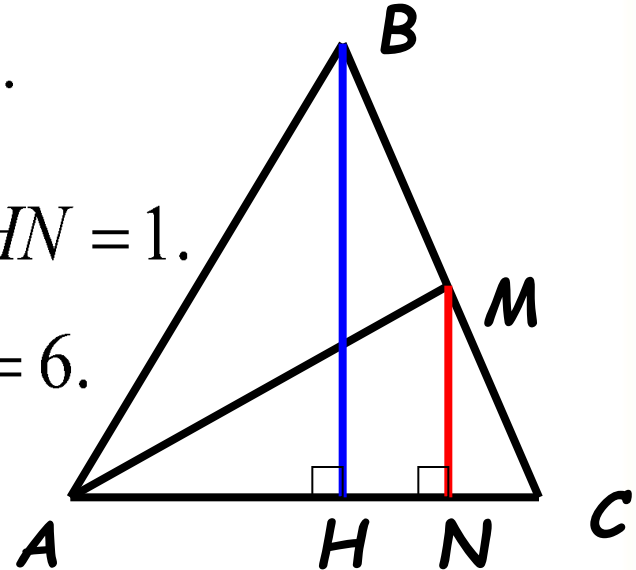




Решение задачи 5

1) Докажем, что $BH \perp AC$.
 4) $\triangle AMN : AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = 5$.

2) $\triangle ABH, \angle H = 90^\circ$:
 $\angle BAH = 45^\circ$, то $HN = AN - AH$ и $HN = 1$.
 $BH = AB \cdot \sin 45^\circ$, $BH = 4$
 $AC = AN + NC$ и $HN = NC$, $AC = 6$.
 $AB = 4\sqrt{2}$ (из $\triangle ABH$).



3) Проведем $MN, MN \parallel BH$
 $AM = \sqrt{29}$ — медиана

3) По теореме Фалеса $HN = NC$.

5) Средняя линия $MN \parallel BH$, $S_{ABC} = 12$

$MN = \frac{1}{2} BH = 2$ и $MN \perp AC$.

*

Кустова Маргарита Олеговна

