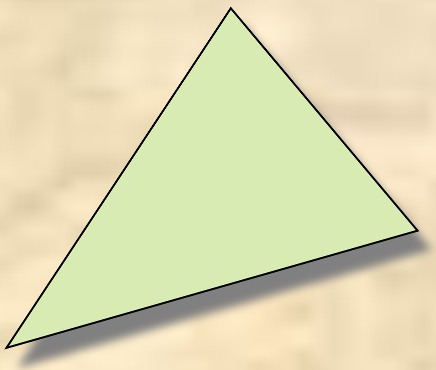
Треугольник

геометрия 7 класс

Тот, кто не знает математики,
не может узнать никакой другой науки и
даже не может обнаружить своего невежества,
а потому не ищет от него лекарства.
Роджер Бэкон, 1267 г.



Работа учителя математики
МОУ лицея №3
Г. Кр кина

План

Понятие треугольника.

Медианы, биссектрисы и высоты треугольника.

Классификация треугольников.

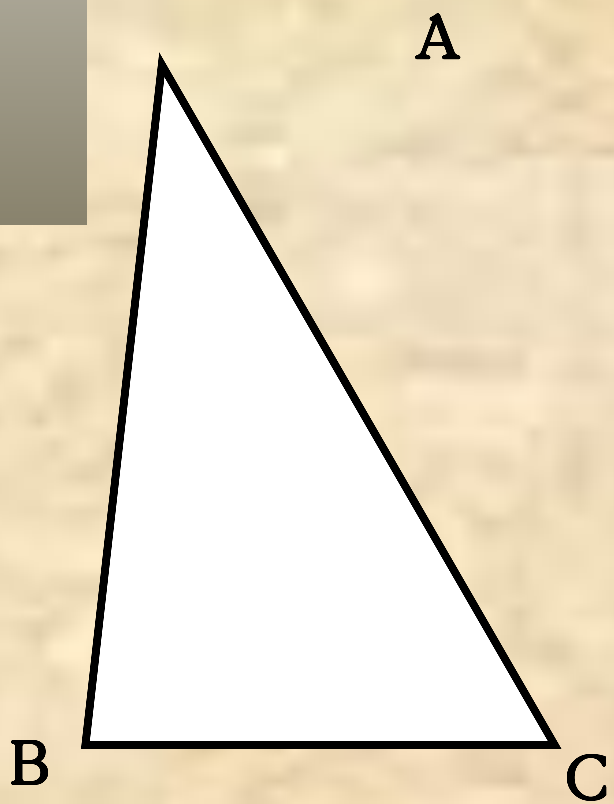
Первый признак равенства треугольников.

Второй признак равенства треугольников.

Третий признак равенства треугольников.

Тест .

Понятие треугольника



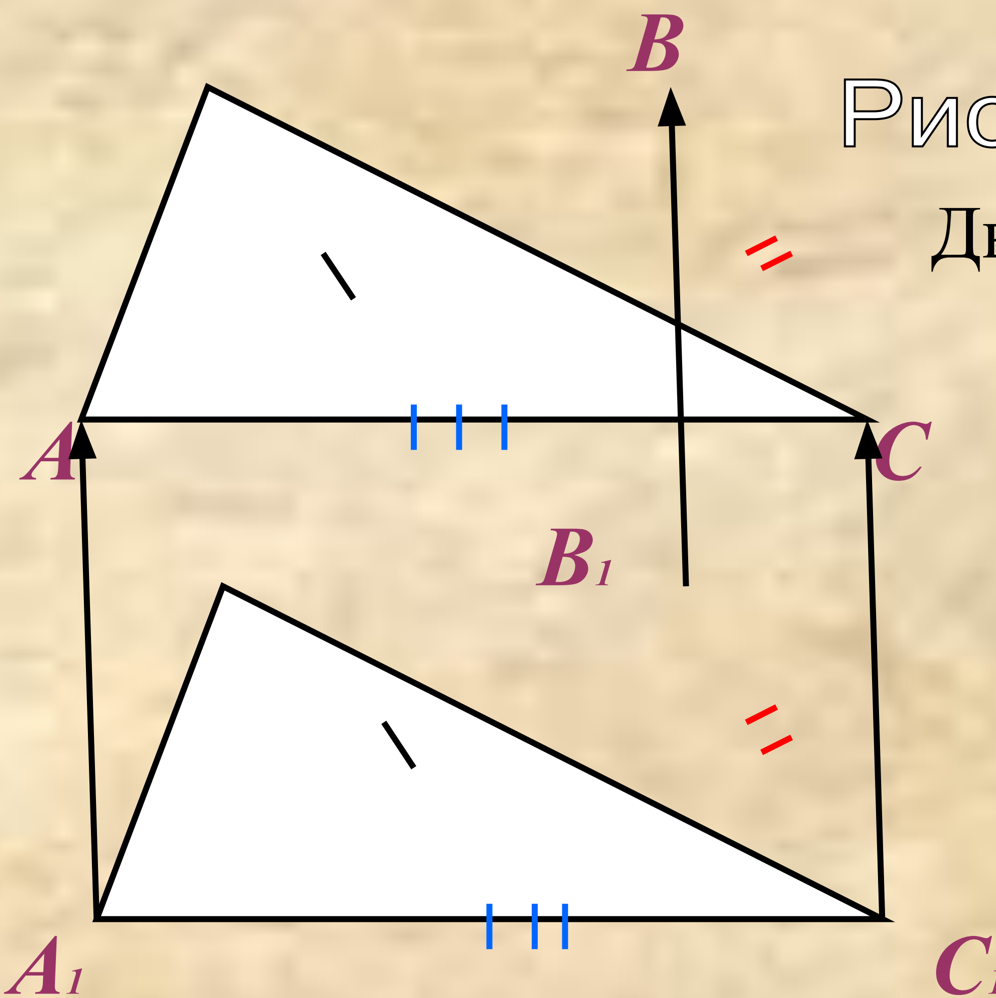
A,B,C- вершины треугольника

AB,BC,AC- стороны треугольника

AB+BC+AC=P, где

P – периметр треугольника

Рис 1



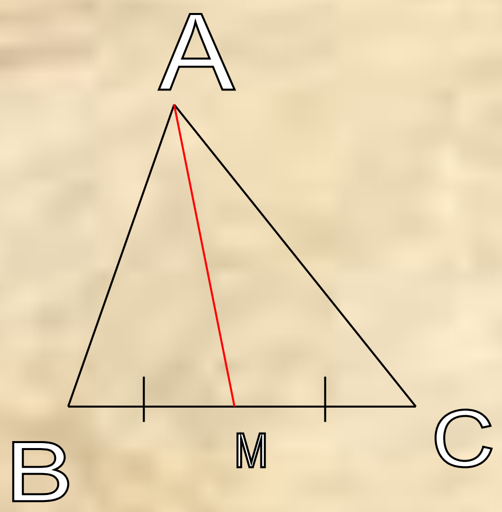
Два треугольника называются **равными** если их можно совместить наложением. Рис 1.

Каждый из треугольников можно наложить на другой так, что они полностью совместятся, т.е попарно совместятся их вершины и стороны. Таким образом, **если два треугольника равны, то элементы одного треугольника соответственно равны элементам другого треугольника.**

В равных треугольниках против соответственно равных сторон лежат равные углы, и обратно: против соответственно равных углов лежат равные стороны.

Медиана

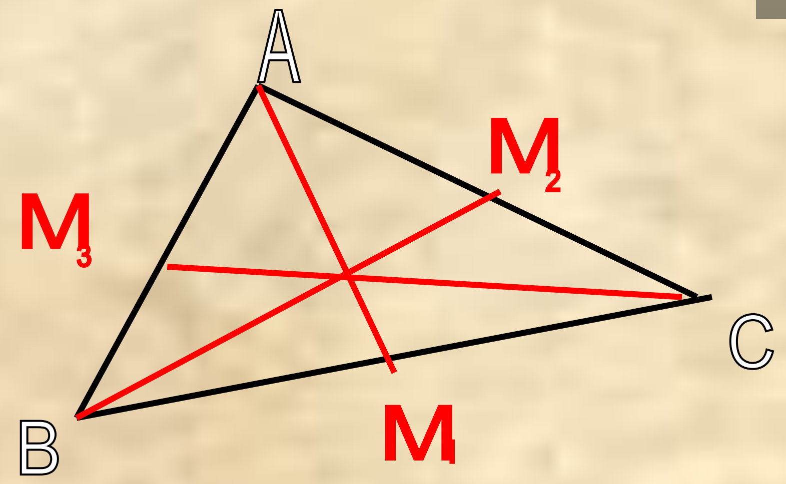
Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, называется **медианой треугольника.**



AM-медиана треугольника ABC.

Любой треугольник имеет три медианы.

AM_1 , AM_2 , AM_3 – медианы треугольника ABC.

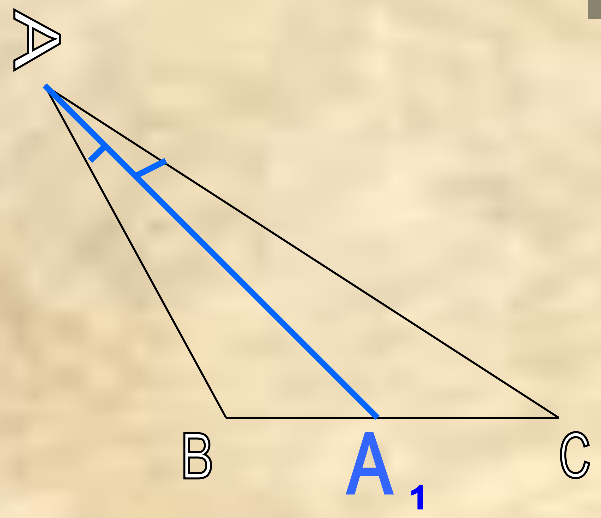


Биссектриса

Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны,

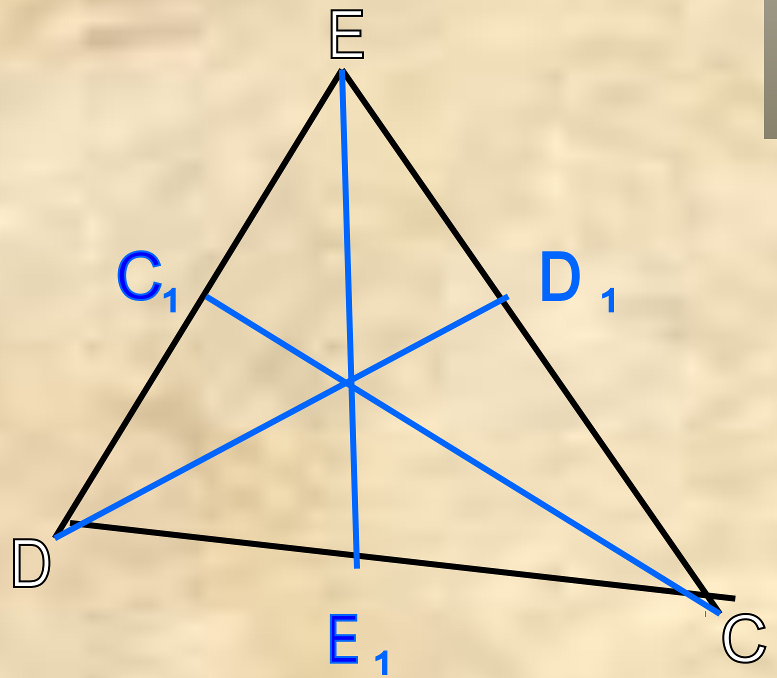
называется **биссектрисой угла треугольника.**

AA_1- биссектриса ∠ A треугольника ABC.

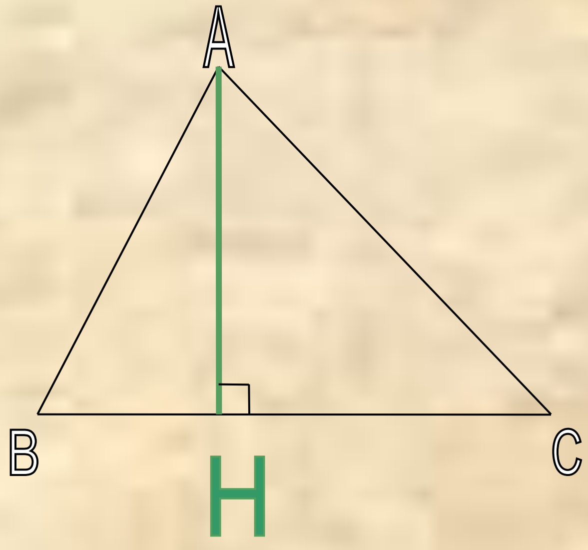


Любой треугольник имеет три биссектрисы.

CC_1, DD_1 и EE_1- биссектрисы треугольника CDE.



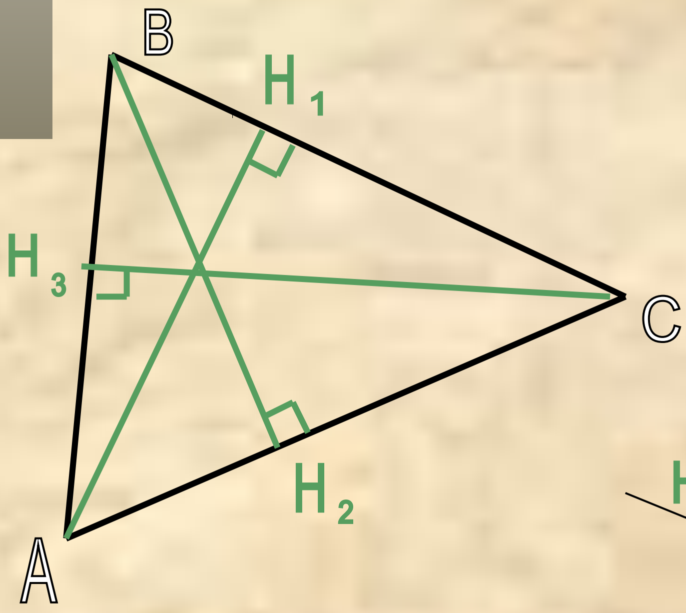
Высота

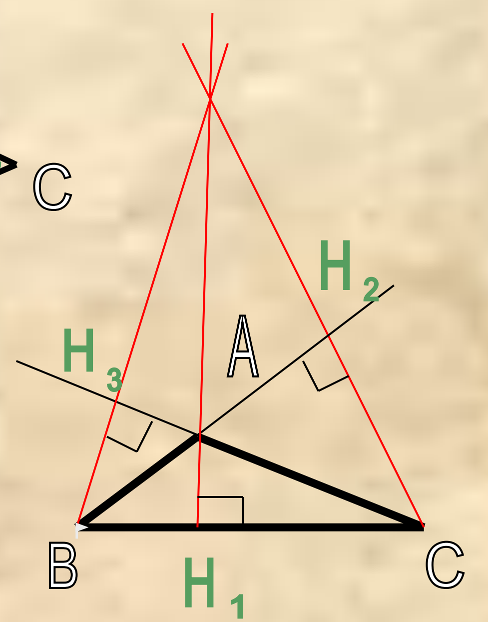


Перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, называется **высотой треугольника.**

АН-высота треугольника АВС

Любой треугольник имеет три высоты.





На рисунках отрезки AH_1, BH_2, CH_3 – высоты треугольника ABC.

Медианы, биссектрисы и высоты треугольника обладают замечательными свойствами:

в любом треугольнике медианы пересекаются в одной точке; биссектрисы пересекаются в одной точке; высоты или их продолжения также пересекаются в одной точке

Классификация треугольников

По сторонам

разносторонний

равнобедренный

равносторонний

По углам

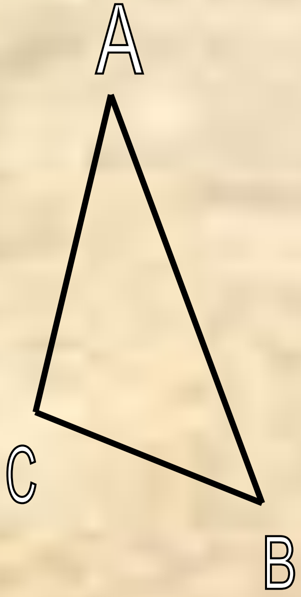
о с т р о у г о л ь н ы й

т у п о у г о л ь н ы й

п р я м о у г о л ь н ы й

Разносторонний

Треугольник называется **разносторонним,** если он имеет разные стороны и углы.



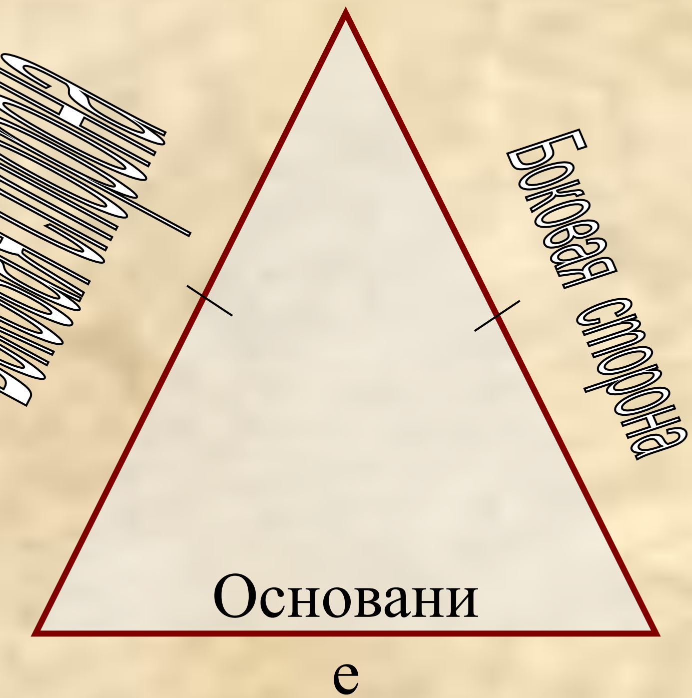
$\angle A \neq \angle B \neq \angle C$

$AB \neq BC \neq CA$

Равнобедренный

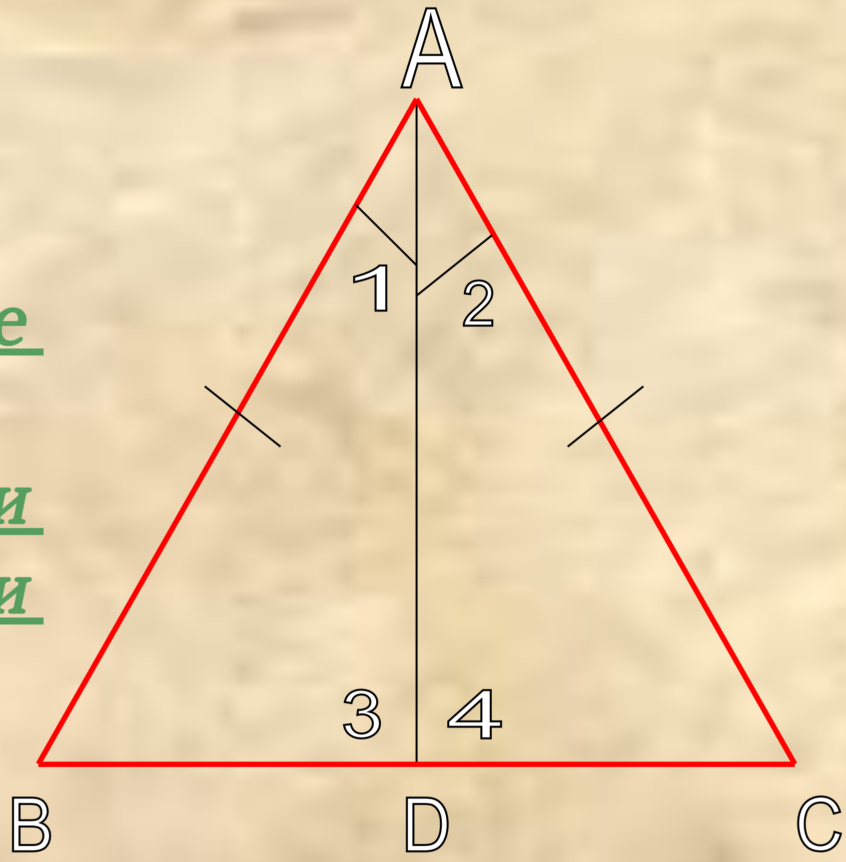
Треугольник называется ***равнобедренным,***

если две его стороны равны. Равные стороны называются ***боковыми сторонами***, а третья сторона – ***основанием*** равнобедренного треугольника.



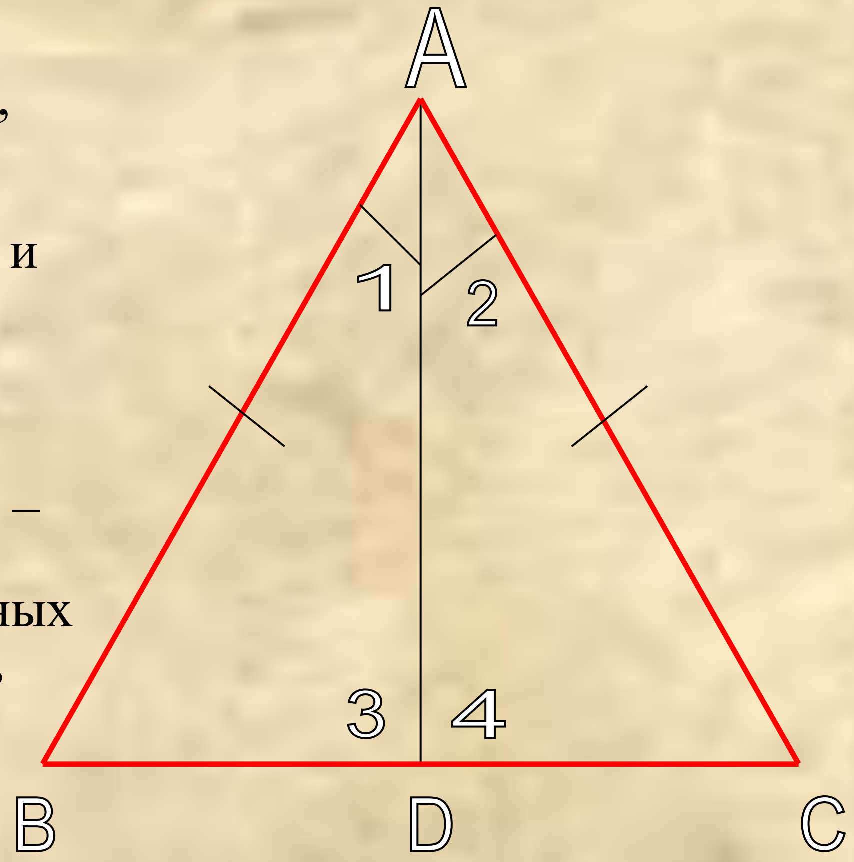
Теорема

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.



Доказательство:

Рассмотрим равнобедренный треугольник ABC с основанием BC и докажем, что $\angle$B=$\angle$C. Пусть AD – биссектриса треугольника ABC . Треугольники ABD и ACD равны по первому признаку равенства треугольников (AB=AC по условию, AD – общая сторона, $\angle$1=$\angle$2, так как AD – биссектриса). В равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы, поэтому $\angle$B=$\angle$C. **Теорема доказана.**

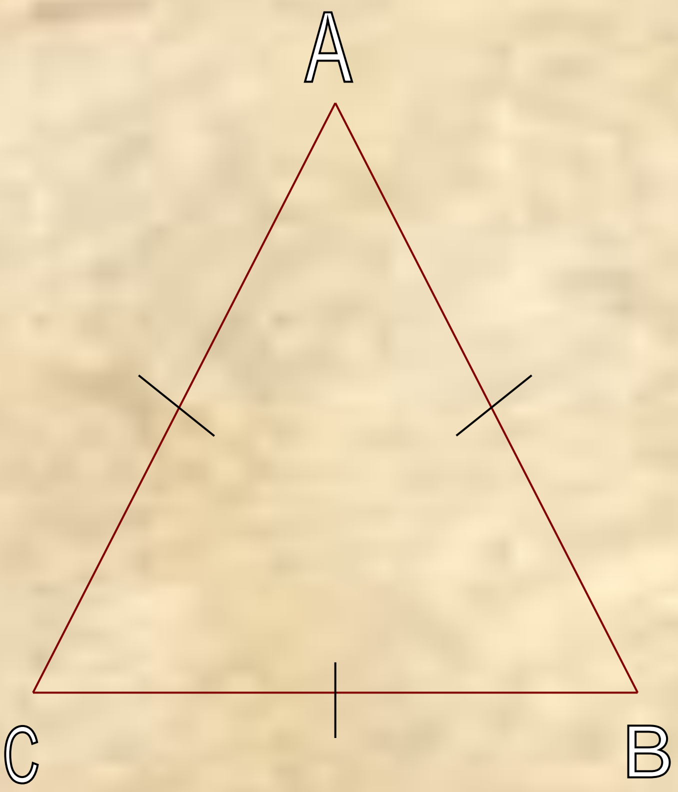


Равносторонний

Треугольник, все стороны которого равны, называется **равносторонним или правильным**

AB=BC=CA

$\angle A \neq \angle B \neq \angle C$



Первый признак равенства треугольников

ТЕОРЕМА

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

Первый признак равенства треугольников

Дано:

$\Delta\ ABC, \Delta\ A_1B_1C_1$

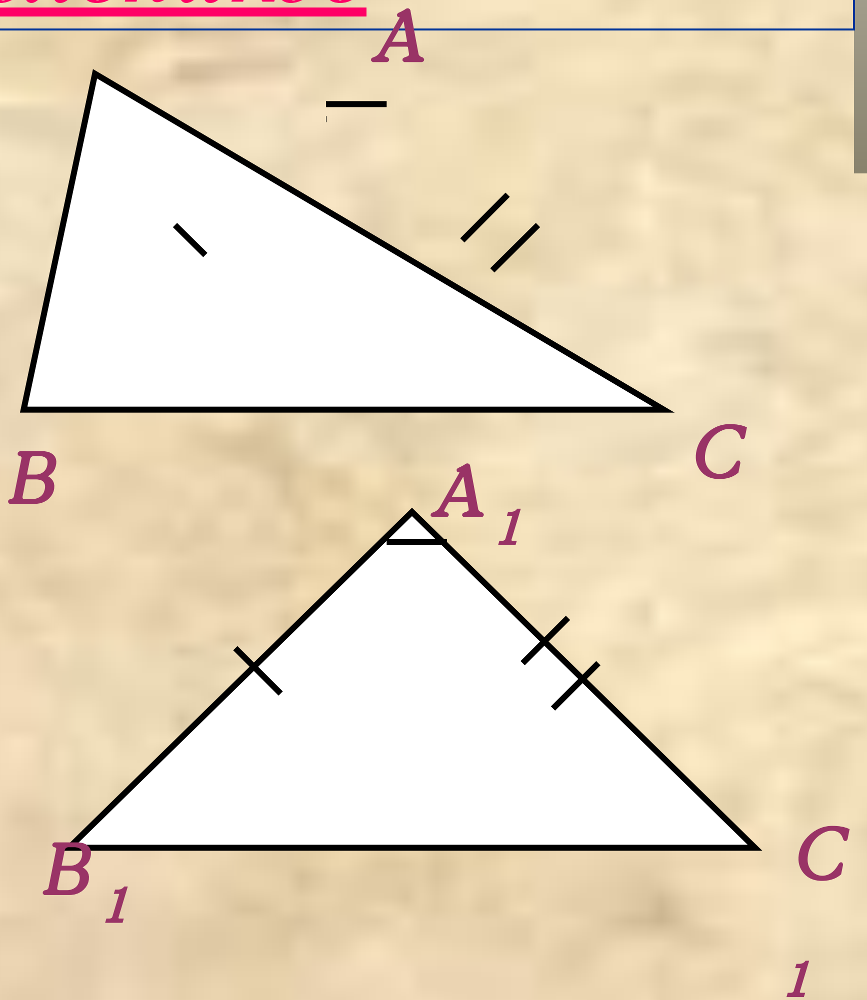
$AB = A_1B_1,$

$AC = A_1C_1,$

$\angle A = \angle A_1.$

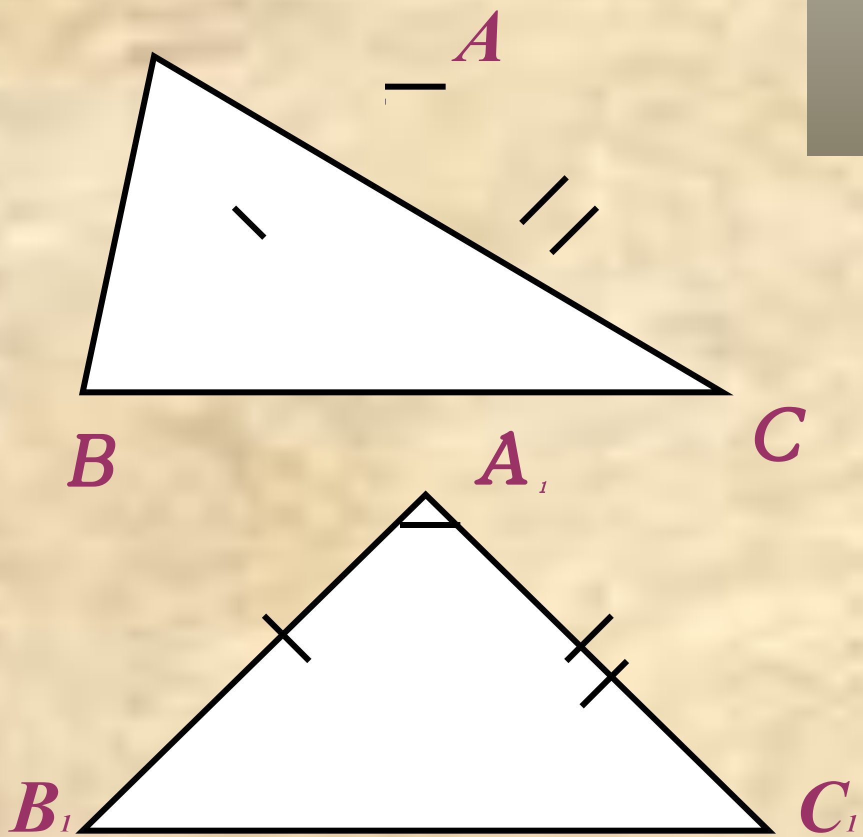
Доказать:

$\Delta\ ABC = \Delta\ A_1B_1C_1.$



Доказательство

Так как $\angle A = \angle A_1$, то треугольник ABC можно наложить на треугольник $A_1B_1C_1$ так, что вершина A совместится с вершиной A_1, а стороны AB и AC наложатся соответственно на лучи A_1B_1 и A_1C_1. Поскольку $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, то сторона AB совместится со стороной A_1B_1, а сторона AC - со стороной A_1C_1; в частности, совместятся точки B и B_1, C и C_1. Следовательно, совместятся стороны BC и B_1C_1. Итак, треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ полностью совместятся, значит, они равны. **Теорема доказана.**



Второй признак равенства треугольников

ТЕОРЕМА

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны

Второй признак равенства треугольников

Дано:

Δ ABC , Δ $A_1B_1C_1$

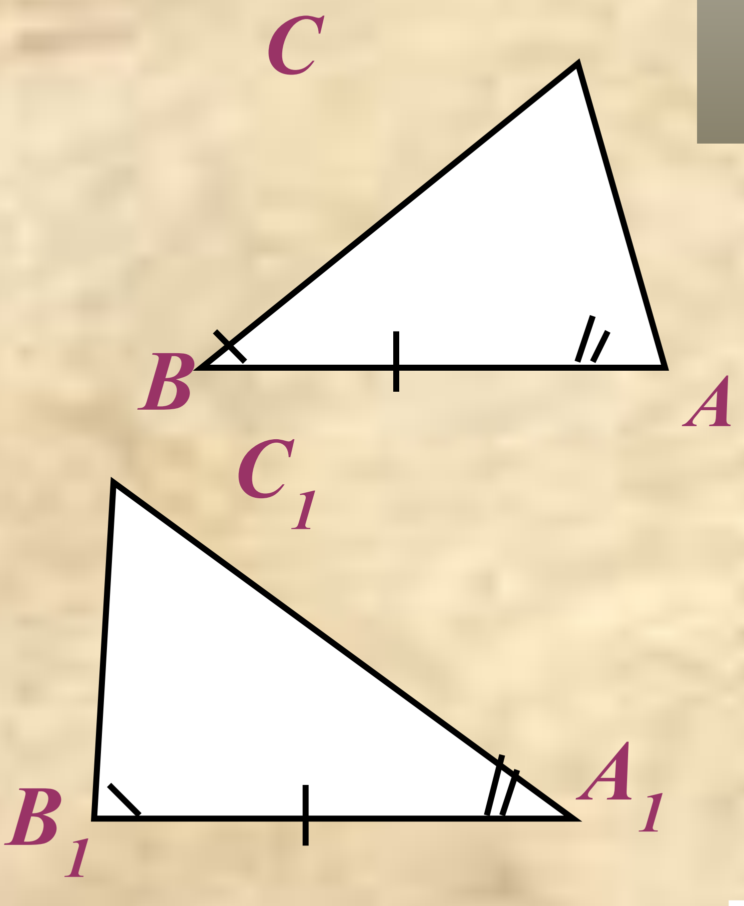
$BA = B_1A_1$,

$\angle B = \angle B_1$..

$\angle A = \angle A_1$..

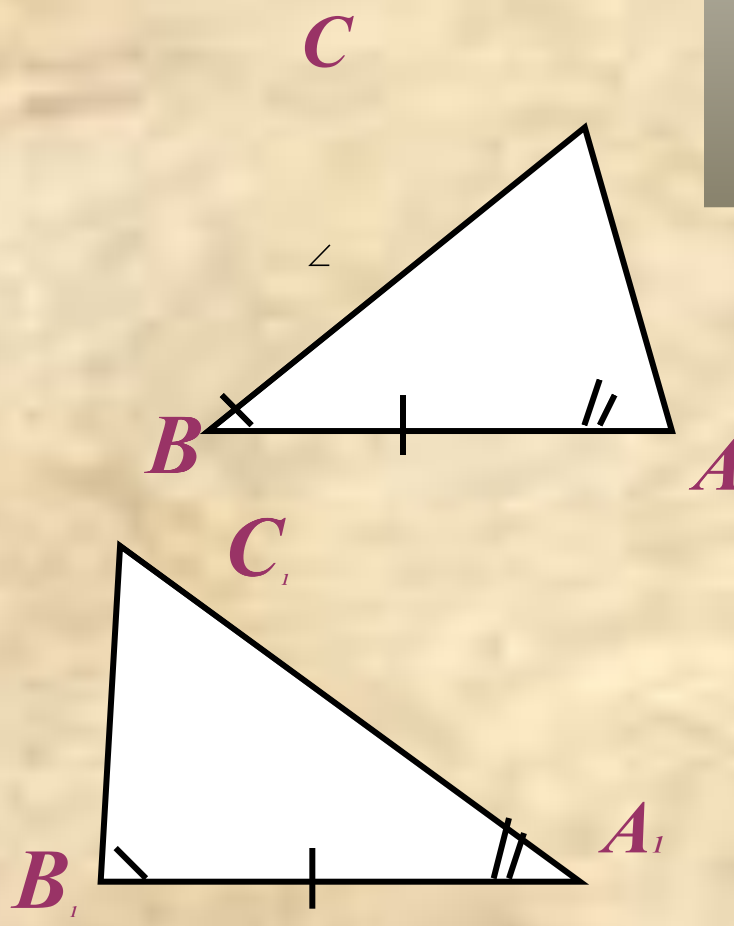
Доказать:

Δ $ABC = \Delta$ $A_1B_1C_1$



Доказательство

Наложим треугольник ABC на $A_1B_1C_1$ так, чтобы вершина A совместилась с вершиной A_1, сторона AB – с равной ей стороной A_1B_1, а вершины C и C_1 оказались по одну сторону от прямой A_1B_1. Так как $\angle A = \angle A_1$ и $\angle B = \angle B_1$, то сторона AC наложится на луч A_1C_1, а сторона BC – на луч B_1C_1. Поэтому вершина C – общая точка сторон AC и BC – окажется лежащей как на луче A_1C_1, так и на луче B_1C_1 и, следовательно, совместится с общей точкой этих лучей – вершиной C_1. Значит, совместятся стороны AC и A_1C_1, BC и B_1C_1. Итак, треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ полностью совместятся, поэтому они равны. **Теорема доказана.**



Третий признак равенства треугольников

ТЕОРЕМА

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Третий признак равенства треугольников

Дано:

$\Delta\ ABC,\ \Delta\ A_1B_1C_1$

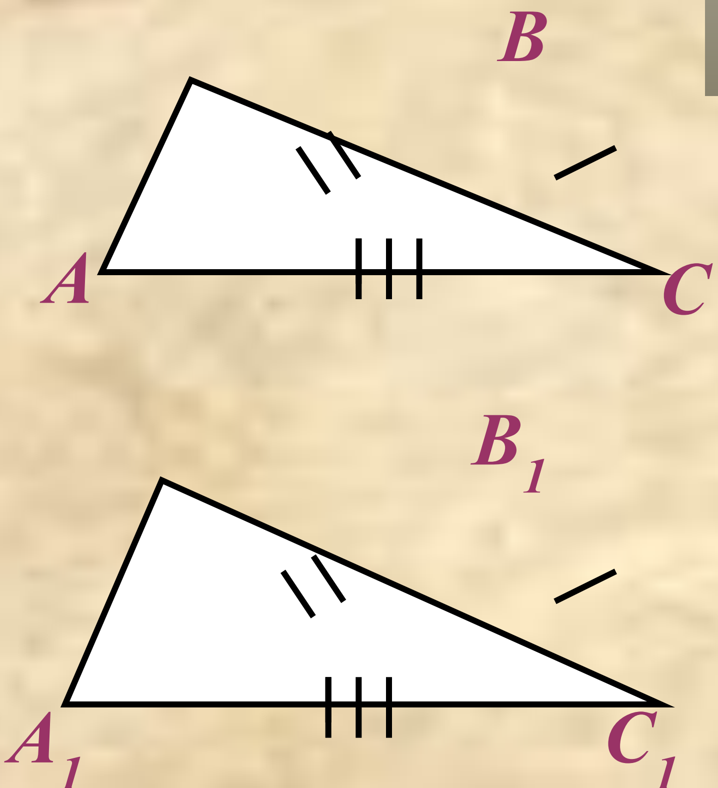
$AC = A_1C_1$

$AB = A_1B_1$

$BC = B_1C_1$

Доказать:

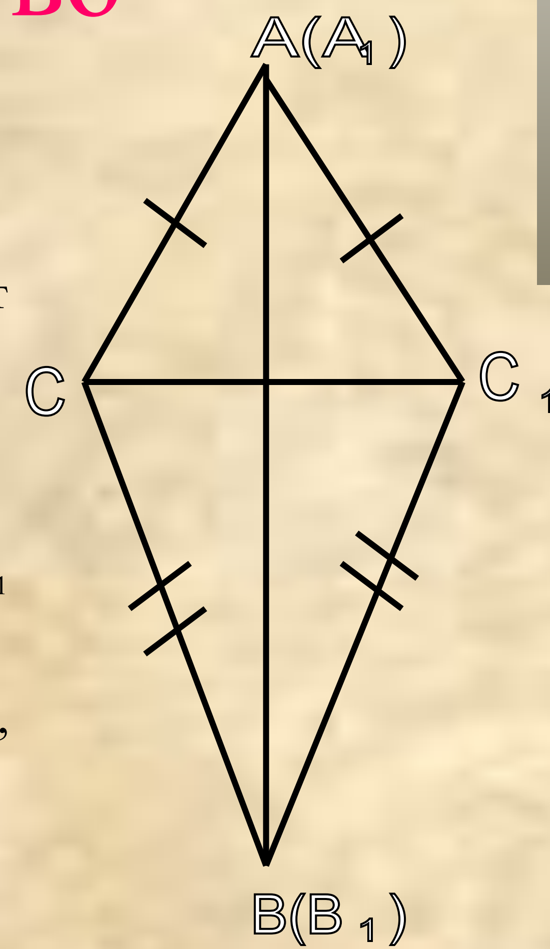
$\Delta\ ABC = \Delta\ A_1B_1C_1$



Доказательство

Приложим треугольник ABC к треугольнику $A_1B_1C_1$ так, чтобы вершина A совместилась с вершиной A_1, вершина B – с вершиной B_1, а вершины C и C_1 оказались по разные стороны от прямой A_1B_1.

Возможны три случая: луч C_1C проходит внутри угла $A_1C_1B_1$. Луч C_1C совпадает с одной из сторон этого угла. Луч C_1C проходит вне угла $A_1C_1B_1$. Рассмотрим первый случай. Так как по условию теоремы стороны AC и A_1C_1, BC и B_1C_1 равны, то треугольники A_1C_1C и B_1C_1C – равнобедренные. По теореме о свойстве углов равнобедренного треугольника $\angle ACC_1 = \angle A_1C_1C$, угол $\angle BC_1C = \angle B_1CC_1$, поэтому $\angle A_1C_1B_1 = \angle ACB$. Итак, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1$. Следовательно, треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны по первому признаку равенства треугольников. **Теорема доказана.**



Тест.

1.Для доказательства равенства треугольников ABC и DEF(рис1) достаточно знать, что:
а) AB=DF; б)AC=DE; в)AB=DE.

2.Для доказательства равенства треугольников ABC и EDF(рис 2) достаточно доказать, что:
а)∠A=∠D б) ∠B=∠D в) ∠A=∠E .

3.Из равенства треугольников ABC и FDE(рис 3)следует, что:
а)AB=FD б)AC=DF в)AB=EF .

4.Из равенства треугольников ABC и DEF(рис 4) следует, что:
а) ∠B=∠D б) ∠A=∠E в) ∠C=∠F .

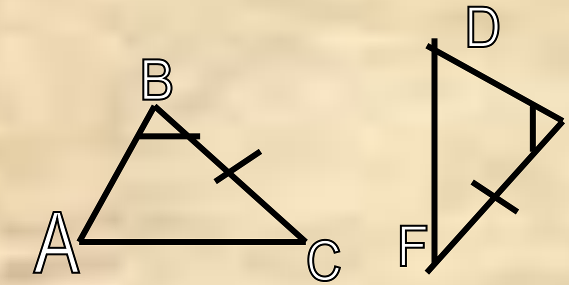


рис.1

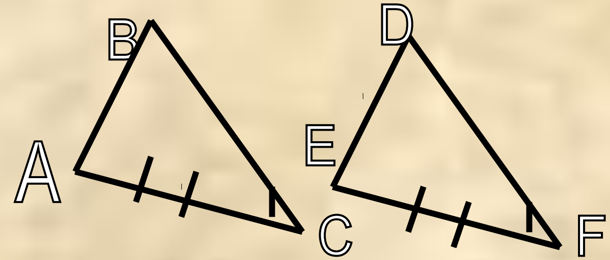


рис.2

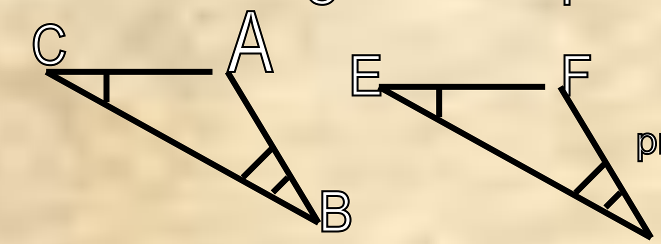


рис.3

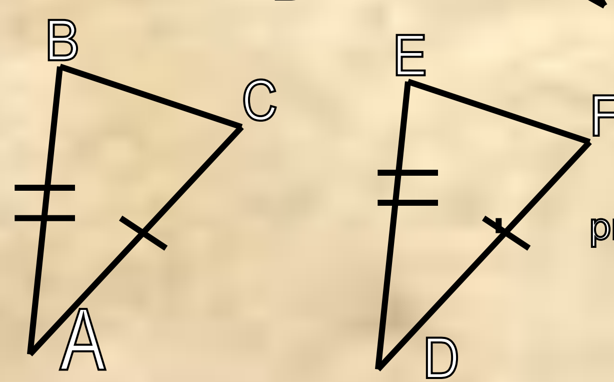


рис.4

5.В треугольнике ABC все стороны равны, и в треугольнике DEF все стороны равны. Чтобы доказать равенство треугольников ABC и DEF достаточно доказать, что :

а) $\angle B = \angle D$; б)AB=DE; в)$P_{ABC} = P_{DEF}$.

6. «Медиана в равнобедренном треугольнике является биссектрисой и высотой».Это утверждение :

а)верно всегда; б)всегда неверно; в)может быть верно.

7.В каком треугольнике только одна его высота делит треугольник на два равных треугольника?

а)в любом; б)в равнобедренном; в)в равностороннем.

8.Если в треугольнике два угла равны, то этот треугольник:

а)равнобедренный; б)равносторонний; в)прямоугольный.

9.Если треугольник равносторонний, то:

а)он равнобедренный; б)все его углы равны;

в) любая его биссектриса является медианой и высотой.

Ответы к тесту.

1. В
2. В
3. А
4. В
5. Б
6. В
7. Б
8. А
9. А,Б,В