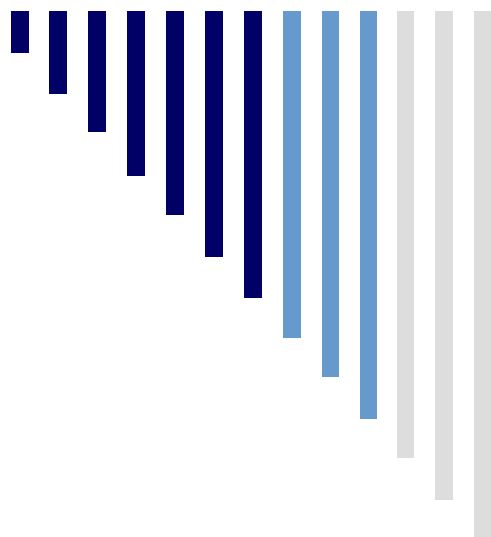
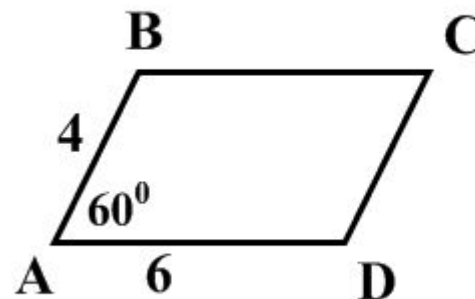
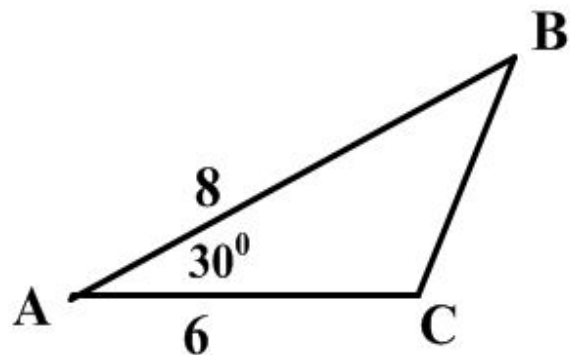




Теорема синусов

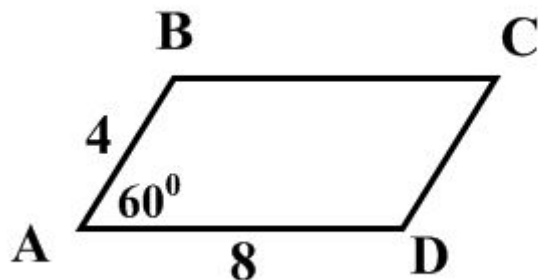
Геометрия 9 класс

Вычислить площадь фигуры

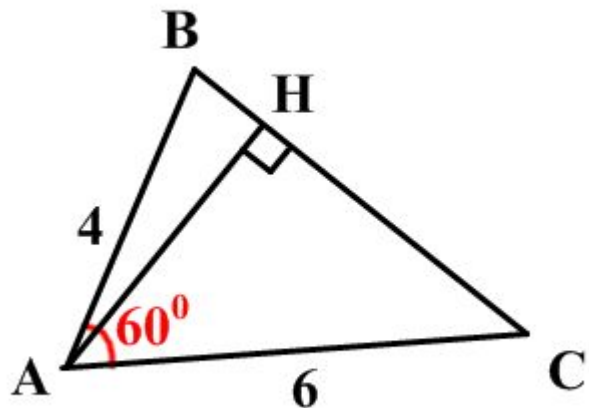


Найти

высоты параллелограмма



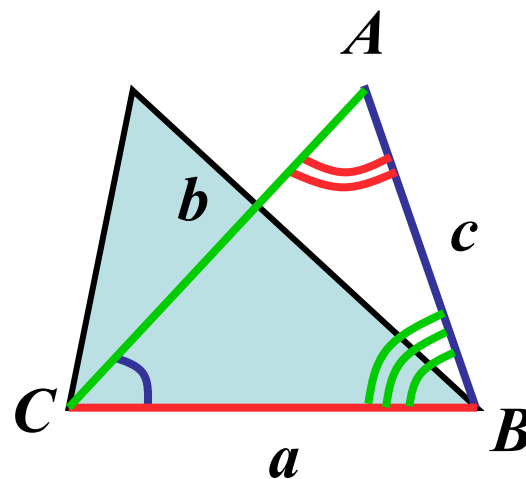
высоту АН треугольника



Теорема синусов

Формулировка. Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

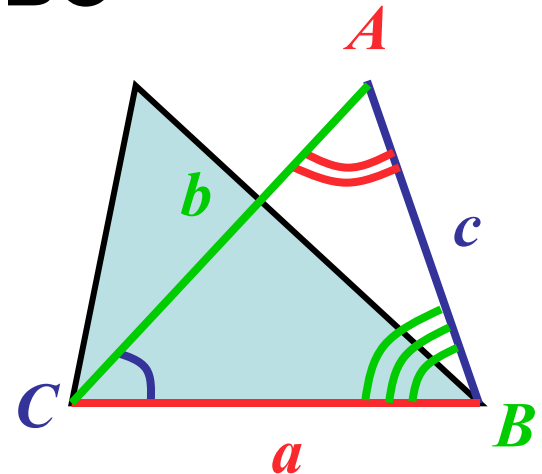


Доказательство

Дано: $\triangle ABC$

$BC = a$, $CA = b$, $AB = c$

Доказать: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$



Доказательство:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$S = \frac{1}{2} ca \sin B$$

$$\frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$\frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B$$

$$a \sin C = c \sin A$$

$$b \sin A = a \sin B$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Задачи

Нахождение стороны

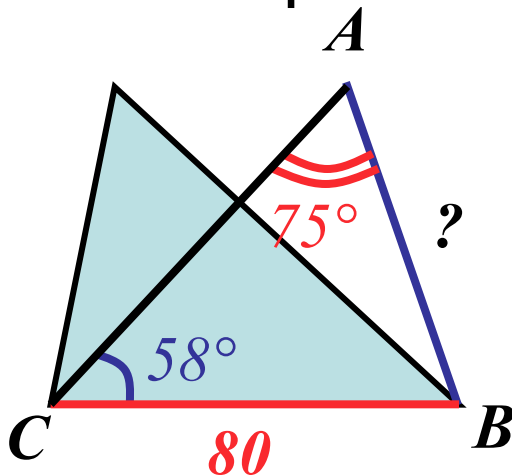
Дано:

$$BC = 80,$$

$$\angle C = 58^\circ$$

$$\angle A = 75^\circ$$

Найти: AB



Решение.

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$AB = \frac{BC \cdot \sin C}{\sin A}$$

$$AB = \frac{80 \cdot \sin 58^\circ}{\sin 75^\circ} \approx \frac{80 \cdot 0,85}{0,97}$$

$$AB \approx 70$$

Нахождение угла

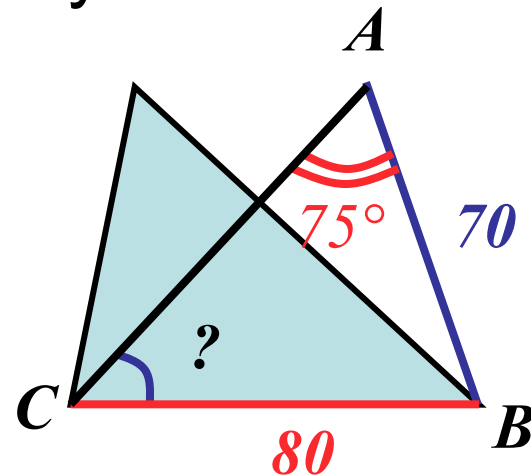
Дано:

$$BC = 80,$$

$$AB = 70$$

$$\angle A = 75^\circ$$

Найти: $\angle C$



Решение.

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$\sin C = \frac{AB \cdot \sin A}{BC}$$

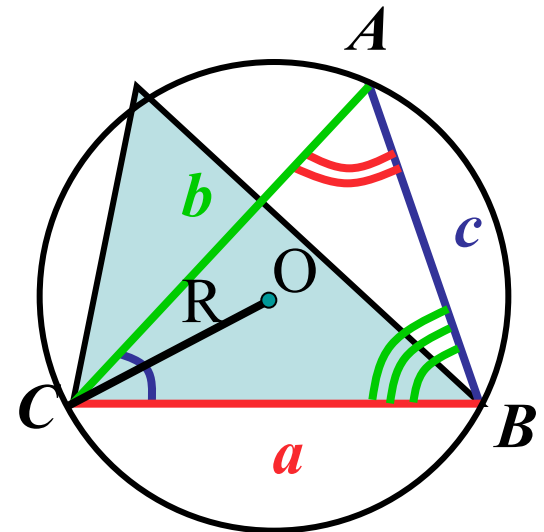
$$\sin C = \frac{70 \cdot \sin 75^\circ}{80} \approx \frac{70 \cdot 0,97}{80}$$

$$\sin C \approx 0,85, \quad \angle C \approx 58^\circ$$

Замечание

Отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру описанной окружности

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



Пример

$$BC = 16 \text{ см}$$

$$\angle A = 60^\circ$$

$$R = ?$$

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R$$

$$R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{16}{2 \sin 60^\circ}$$

$$R = \frac{16}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

