

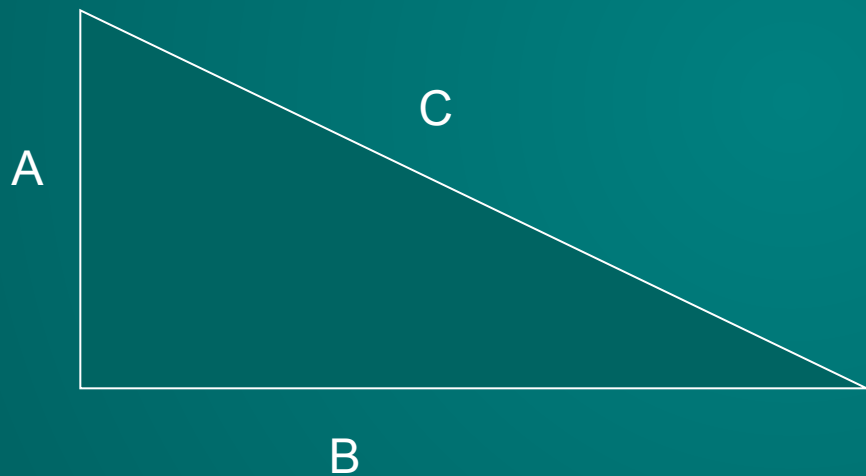
Теорема Пифагора вне школьной программ

Введение

Трудно найти человека, у которого имя Пифагора не ассоциировалось бы с его теоремой. Пожалуй, даже те, кто в своей жизни навсегда распрощался с математикой, сохраняют воспоминания о «пифагоровых штанах», - квадрате на гипотенузе, равновеликом двум квадратам на катетах.

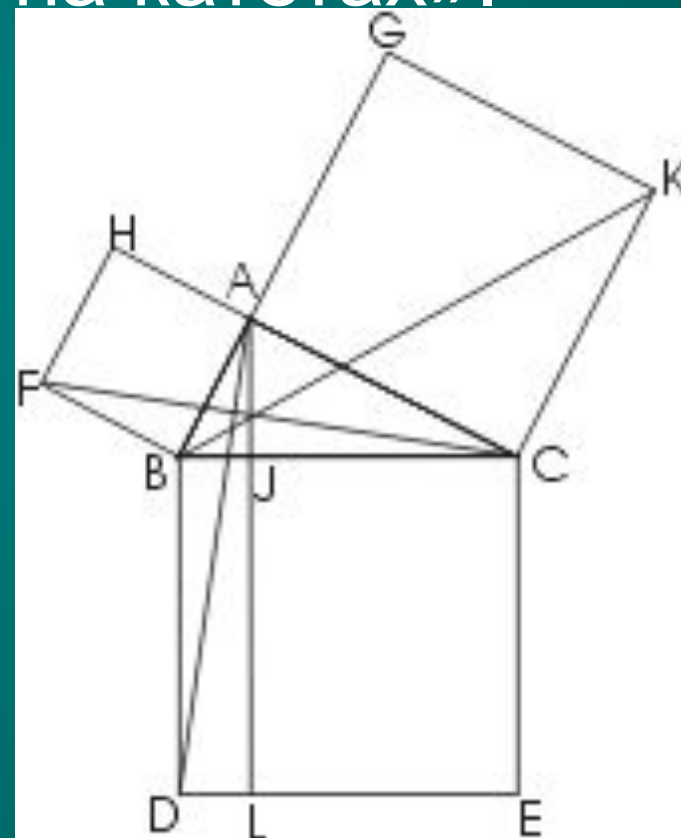
Причина такой популярности теоремы Пифагора триединая: это *простота* – *красота* – *значимость*.

В современных учебниках теорема сформулирована так: «В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов».



$$A^2 + B^2 = C^2$$

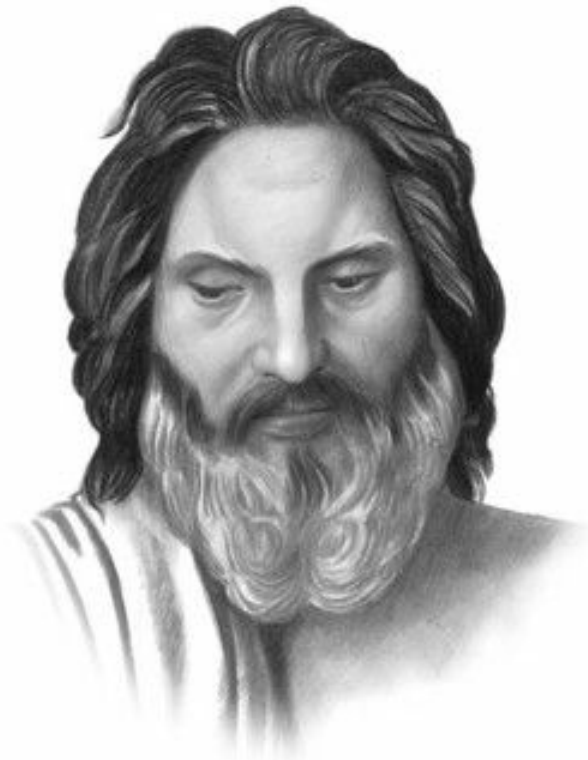
Во времена Пифагора она звучала так:
«Доказать, что квадрат, построенный на
гипотенузе прямоугольного
треугольника, равновелик сумме
квадратов, построенных на катетах».



Цели и задачи проекта

- Преподать содержание теоремы в более простой и интересной форме;
- Доступнее передать материал учебника используя дополнительные средства информации;
- Показать значение теоремы Пифагора в развитии науки и техники.

«Золотые стихи» Пифагора

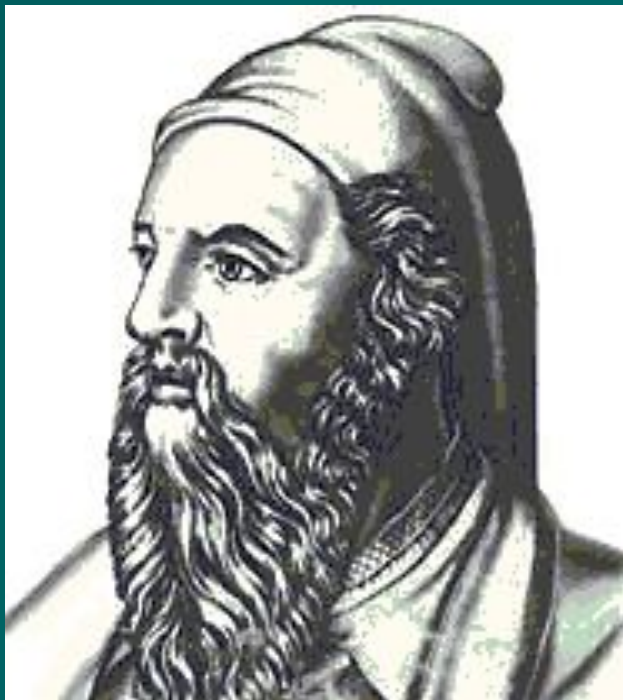


ПИФАГОР

VI в. до н. э.

Будь справедлив и в
словах , и в поступках
СВОИХ...

(Пифагор)



Пифагор, древнегреческий философ, религиозный и политический деятель, основатель пифагореизма, математик, родился ок. 570 г. до н. э. на острове Самосе в семье резчика по драгоценным камням. По многим античным свидетельствам, родившийся мальчик был сказочно красив, а вскоре проявил и свои незаурядные способности. Среди учителей юного Пифагора были старец Гермодамант и Ферекид Сиросский.

Пифагору приписывается изучение свойств целых чисел и пропорций, доказательство теоремы Пифагора и др. Страсть к музыке и поэзии великого Гомера Пифагор сохранил на всю жизнь. И, будучи признанным мудрецом, окруженным толпой учеников, Пифагор начинал день с пения одной из песен Гомера. Воображению юного Пифагора очень скоро стало тесно на маленьком Самосе, и он отправляется в Милет, где встречается с другим ученым — Фалесом. По совету Фалеса Пифагор отправляется в Египет за знаниями.

Несмотря на рекомендательное письмо фараона, хитроумные жрецы не спешили раскрывать Пифагору свои тайны, предлагая ему сложные испытания. Но влекомый жаждой к знаниям, Пифагор преодолел их все. Научившись всему, что дали ему жрецы, он двинулся на родину в Элладу. Пифагора не устраивала жизнь придворного полураба у правителя-тирана Поликрата, и он удалился в пещеры в окрестностях Самоса. Вскоре Пифагор переселяется в Кротон, где и задумывает создать собственную философскую школу.

Только в 60 лет, уже известный учёный Пифагор, всё ещё полный сил, полюбил одну из своих учениц – умницу и красавицу Теано. Последовательница его учения, она стала ему преданной женой и родила семерых детей.

Пифагор был очень счастлив в этом браке.

...Прошло 20 лет. Слава о братстве разнеслась по всему миру. Однажды к Пифагору приходит Килон, человек богатый, но злой, желая спьяну вступить в братство. Получив отказ, Килон начинает борьбу с Пифагором, воспользовавшись поджогом его дома. При пожаре пифагорейцы спасли жизнь своему учителю ценой своей, после чего Пифагор затосковал и вскоре покончил жизнь самоубийством.

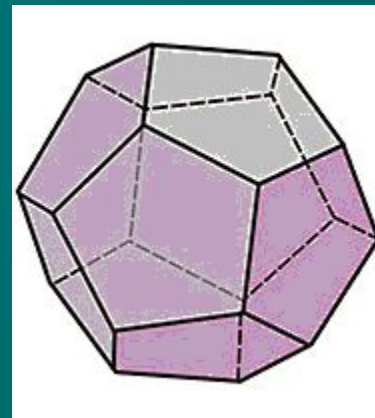
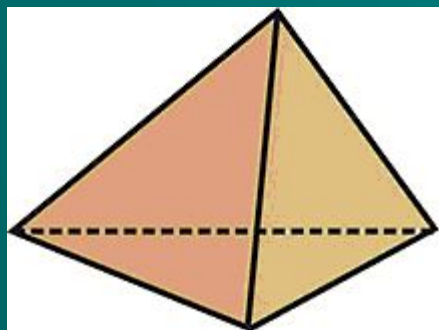
Достижения

Числа:

Числа, равные сумме своих делителей, воспринимались совершенными (6, 28, 496, 8128); дружественными называли пары чисел каждое из которых равнялось сумме делителей другого (220 и 184). Пифагор впервые разделил числа на четные и нечетные, простые и составные, ввел понятие фигурного числа.

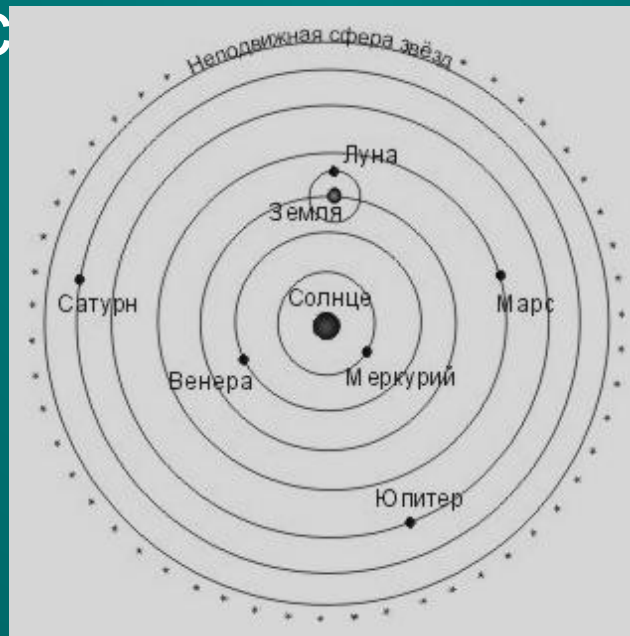
Тела:

Естественно, что геометрия у Пифагора была подчинена арифметике. Это ярко выражено в теореме, носящей его имя. По-видимому, уже тогда знали правильные тела: тетраэдр, куб, додекаэдр.



Земля:

Следует заметить, что Пифагор считал Землю шаром, движущимися вокруг солнца. Когда в XVI церковь начала преследовать учение Коперника, это учение упорно именовалось пифагорейс



Музыка:

Музыка – точная наука. Пифагор внёс немалый вклад в развитие теории музыки. Он задумывался над законами, управляющими созвучием и диссонансом. Пифагор смастерил инструмент – балку со струнами, отягощёнными гирьками разного веса.



Он выяснил, что колеблющиеся струны дают приятное для слуха звучание, когда их длины соотносятся как 3:4:6 и на основе этого вывел гармоничные музыкальные интервалы. Были получены простейшие созвучия: октава, квинта, кварта. Это позволило разработать теорию гармонических интервалов.



Нравственные правила Пифагора

В античности Пифагор был известен более всего как проповедник определённого образа жизни, что заключалось в соблюдении некоторых правил:

«Не почитай знания за одно с мудростью».

«Тело своё не делай гробом души».

«Если не можешь иметь верного друга, будь сам себе другом».

«Не гоняйся за счастьем: оно всегда находится в тебе самом».

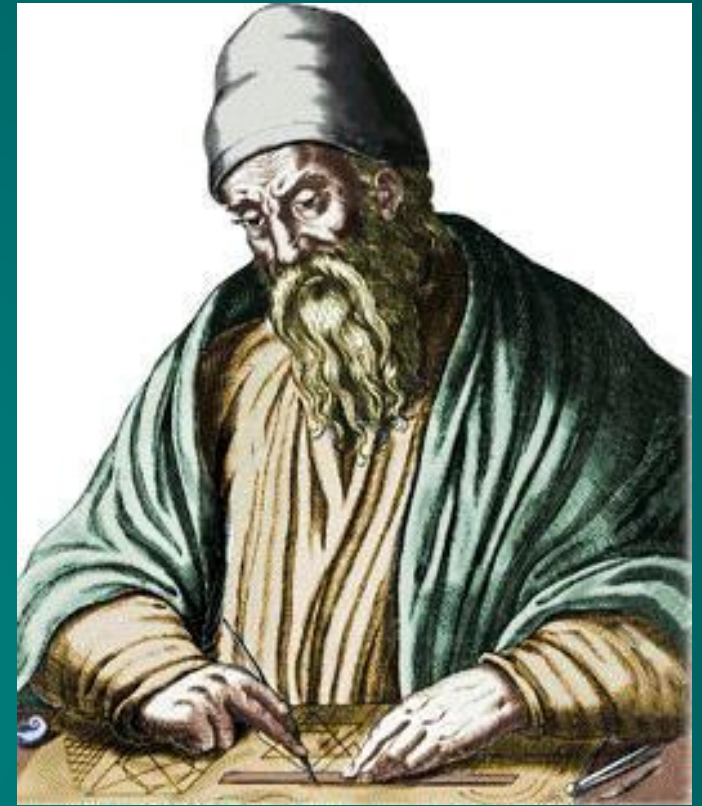
«Не делай никогда того, чего не знаешь. Но научись всему, что следует знать».

За легендой – истина

Открытие теоремы Пифагора окружено ореолом красивых легенд.



Прокл, комментируя последнее предложение I книги «Начал» Евклида, пишет: «Если послушать тех, кто любит повторять древние легенды, то придётся сказать, что эта теорема восходит к Пифагору; рассказывают, что он в честь этого принёс в жертву 100 быков».



Оптимист Михайло
Ломоносов писал:
«Пифагор за изобретение
одного геометрического
правила принёс на
жертву сто волов. Но
ежели бы за найденные в
нынешние времена от
остроумных математиков
правила по суеверной
его ревности поступать,
то едва бы в целом свете
столько рогатого скота
сыскалось».



А ироничный Генрих Гейне видел развитие той же ситуации несколько иначе: «Кто знает! Кто знает! Возможно, душа Пифагора переселилась в беднягу, который не смог доказать теорему Пифагора и провалился из-за этого на экзаменах, тогда как в его экзаменаторах обитают души тех быков, которых Пифагор, обрадованный открытием теоремы, принёс в жертву бессмертным богам».



История открытия теоремы

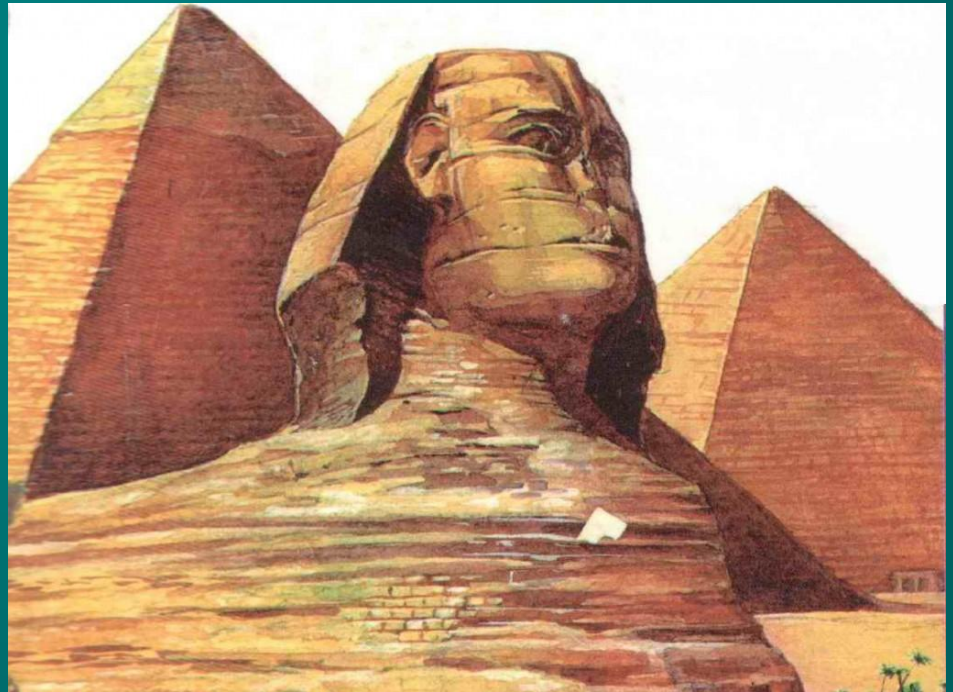
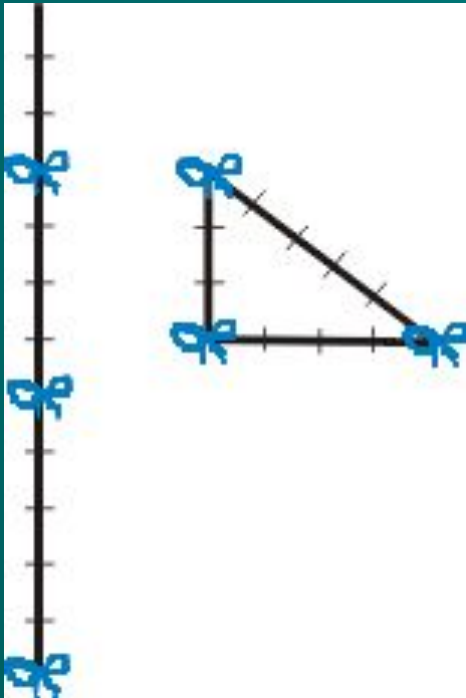
Обычно открытие теоремы Пифагора приписывают древнегреческому философу и математику Пифагору, но изучение вавилонских клинописных таблиц и древнекитайских рукописей показало, что это утверждение было известно задолго до Пифагора, а его заслуга состояла в том, что он открыл доказательства этой теоремы.

В математической древнекитайской книге «Чу-пей» говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5: «Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4».

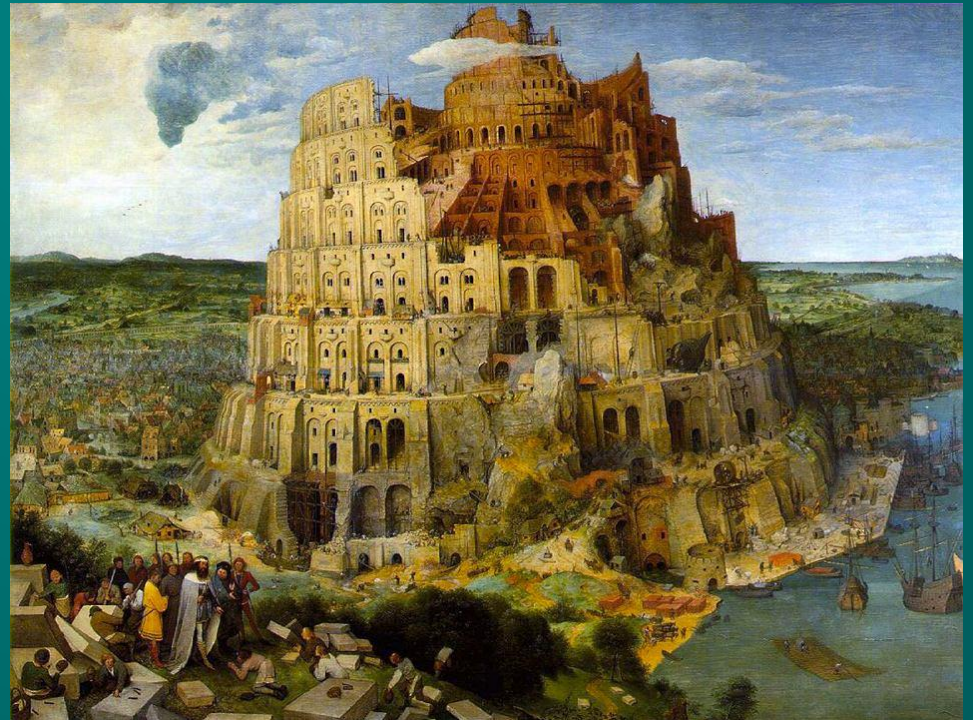
В древнекитайском трактате «Чжоу – би суань цзинь» утверждается, что в XV в. до н. э. китайцы знали свойства египетского треугольника.



Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство $3^2+4^2=5^2$ было известно уже египтянам ещё около 2300 г. до н. э. во времена царя Аменемхета I.



О теореме Пифагора знали и вавилоняне. В одном тексте, относимом ко времени Хаммурапи, т.е. к 2000 г. до н.э., приводится приближённое вычисление гипотенузы прямоугольного треугольника. Отсюда можно сделать вывод, что в Междуречье умели производить вычисления с прямоугольными треугольниками.



Доказательства

Существует около 500 различных доказательств этой теоремы. Вот некоторые из них.

Школьное доказательство:

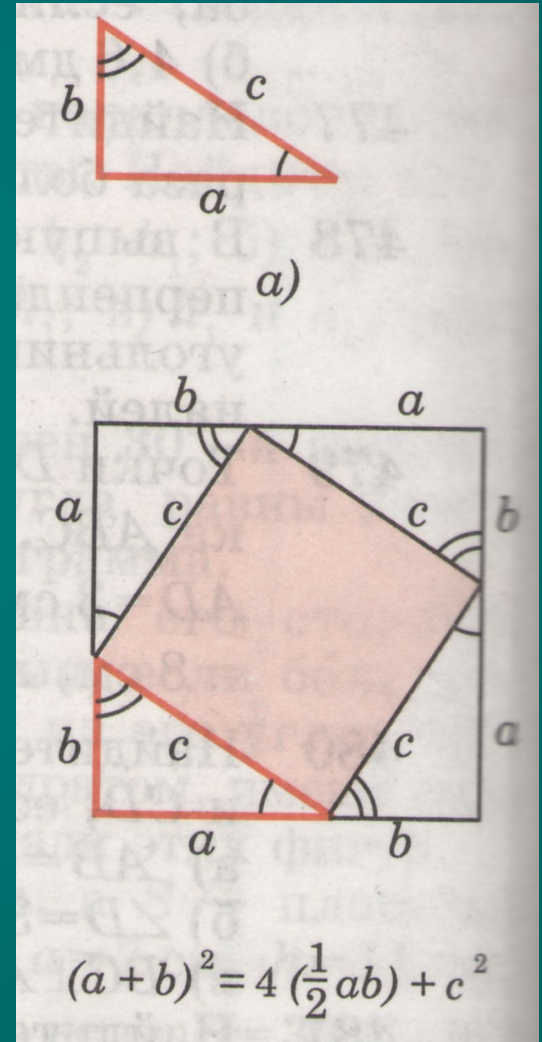
Рассмотрим прямоугольный треугольник с катетами a , b и гипотенузой c .

Докажем, что $c^2 = a^2 + b^2$.

Достроим треугольник до квадрата со стороной $a + b$ так, как показано на рисунке. Площадь S этого квадрата равна $(a + b)^2$. С другой стороны, этот квадрат составлен из четырех равных прямоугольных треугольников, площадь каждого из которых равна $2ab$, и квадрата со стороной c , поэтому

$$S = 4\left(\frac{1}{2}a^2 + c^2\right) = 2ab + c^2.$$

Таким образом, $(a + b)^2 = 2ab + c^2$, откуда $c^2 = a^2 + b^2$.



Векторное доказательство:

Пусть ABC - прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине C, построенный на векторах. Тогда справедливо векторное равенство: $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$, откуда имеем

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$

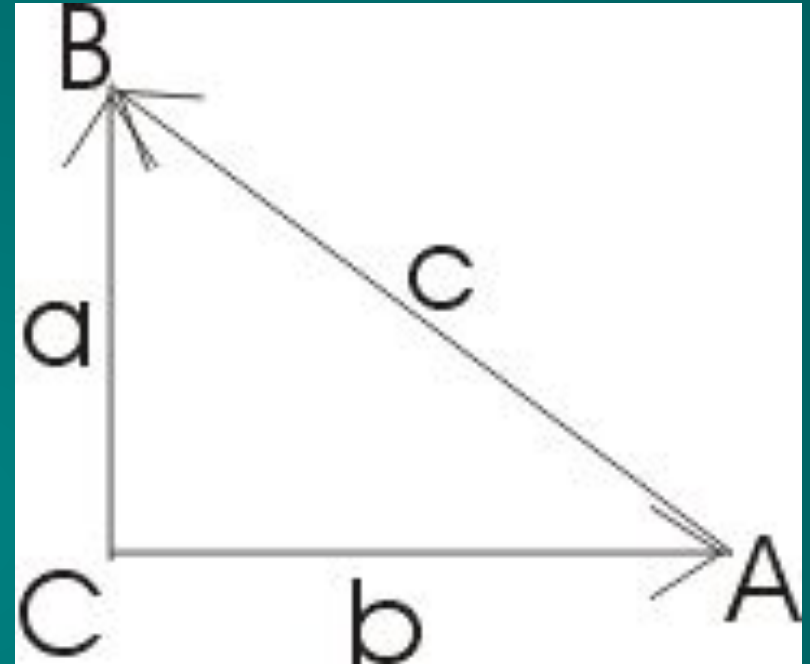
возводя обе части в квадрат, получим

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

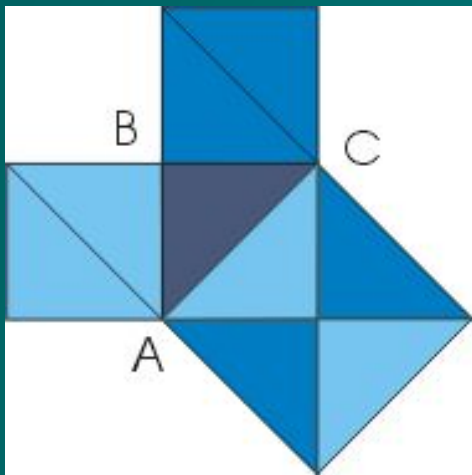
Так как $\vec{a}$ перпендикулярно $\vec{b}$, то $ab=0$, откуда

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ или } c^2 = a^2 + b^2$$

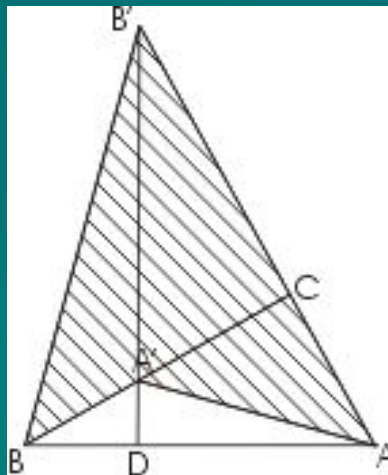
Теорема доказана.



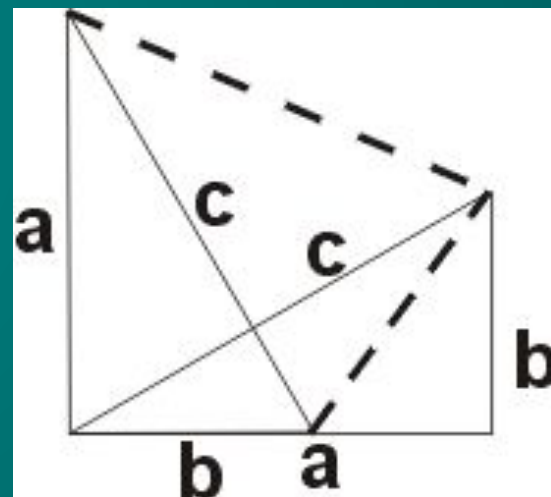
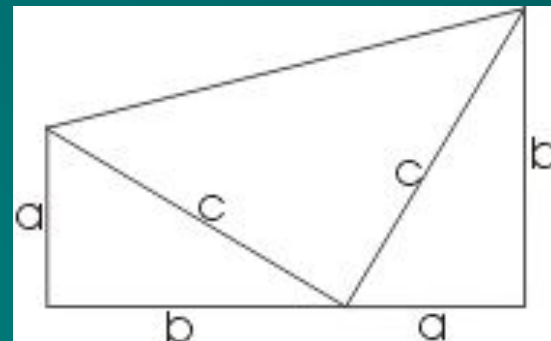
Другие доказательства



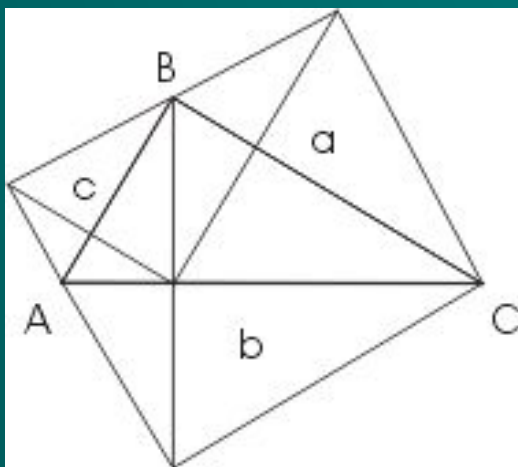
Простейшее



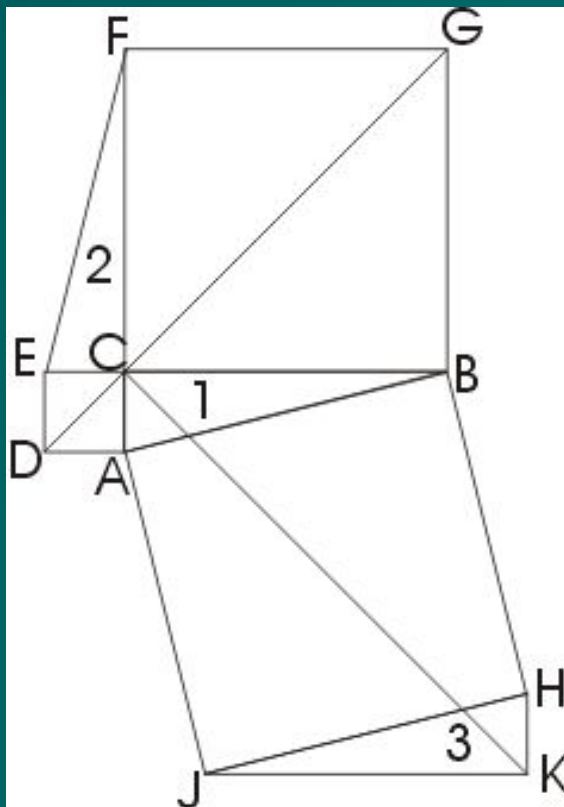
Хоукинса



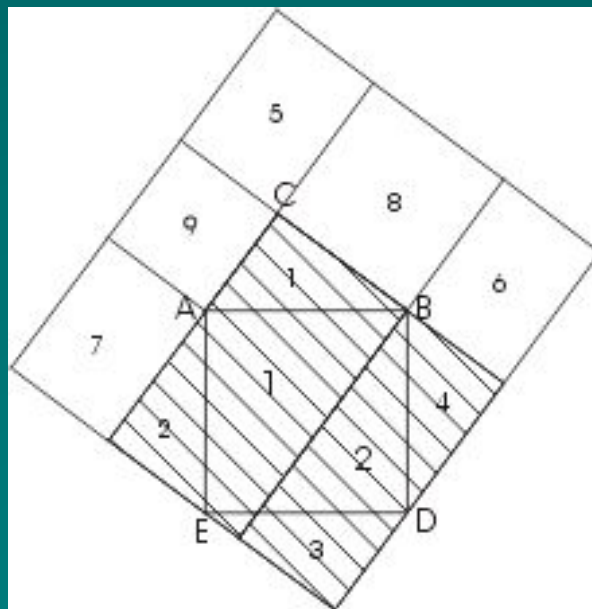
Вальдхейма



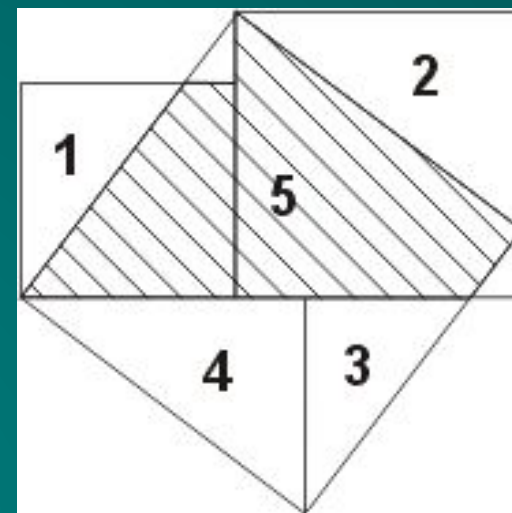
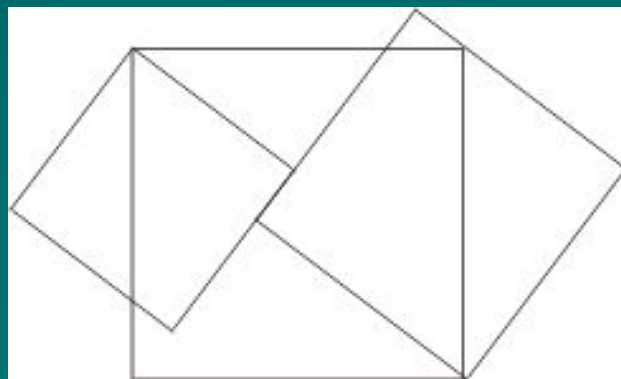
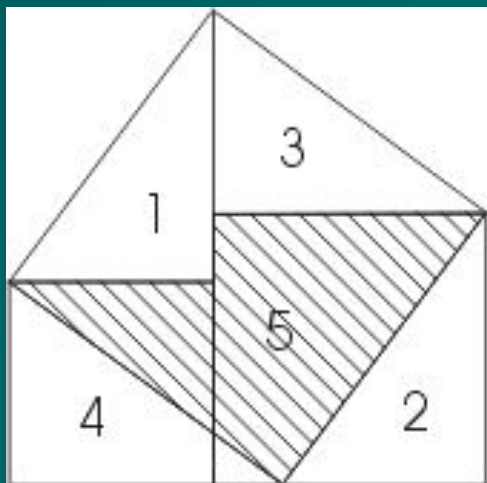
Гиппократ



Метод
дополнения

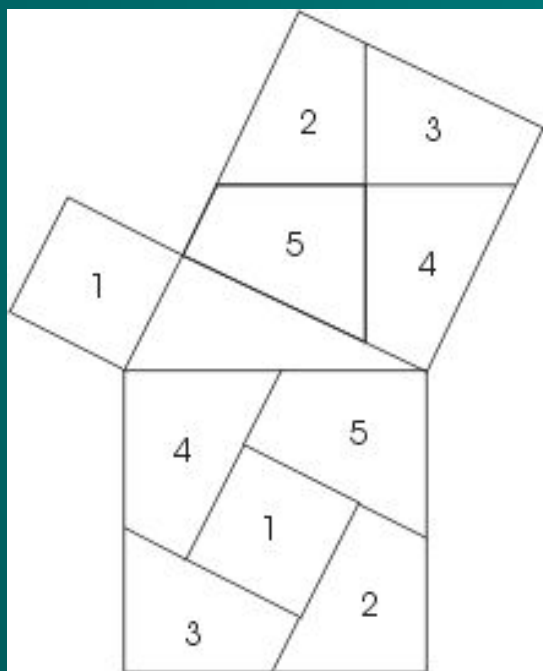


Метод
вычитания



Док-во 9 века до н. э.

(«Стул невесты»)



Доказательство
Гухтейля

Значение и применение теоремы

Теорема Пифагора – это одна из самых важных теорем геометрии. Значение её состоит в том, что из неё или с её помощью можно вывести большинство теорем геометрии.

Теорема Пифагора была первым утверждением, связавшим длины сторон треугольников, потом узнали, как находить стороны и углы других треугольников. Возникла целая наука – тригонометрия, которая нашла применение в землемерии. Сейчас её применяют даже для измерения расстояний между космическими кораблями.

Знание теоремы позволяет находить высоту предмета и расстояния до недоступных объектов.

Подобные задачи решаются в повседневной жизни: строительстве и машиностроении при проектировании любых строительных объектов.

Заключение

Основной метод, который я использовал в своей работе, - это метод систематизации и обработки данных.

Используя информационные технологии, я хотел разнообразить материал различными красочными иллюстрациями, привлекая внимание людей различных возрастов и профессий.

Практическое применение работы состоит в том, чтобы использовать мои знания и умения в методике преподавания алгебры и геометрии в школах.

Думаю, что моя работа стоит затраченных усилий.

Литература

Печатные источники:

1. Геометрия. Учебник для 7-9 кл. авт. Л. С. Атанасян и др. Москва. Просвещение. 2002 г.
2. Математика 9-11 кл. Проектная деятельность учащихся. Авт. М. В.Величко. Волгоград. Учитель. 2007
3. Справочная серия «Эрудит». «История с древнейших времён до XV века». Москва. Мир книги. 2007 г.
4. Детская энциклопедия «Я познаю мир». «Великие учёные». Авт. Т.Д.Пономарёва. Москва. Астрель. 2004 г.
5. Иллюстрированный энциклопедический словарь. Ридерз Дайджест. Франция. 2003 г.

Электронные источники:

1. «Портреты великих учёных с краткой биографией». Учитель.2008 г.
2. Большая энциклопедия Кирилла и Мефодия. 2008 г.
3. Internet.