

Урок 2

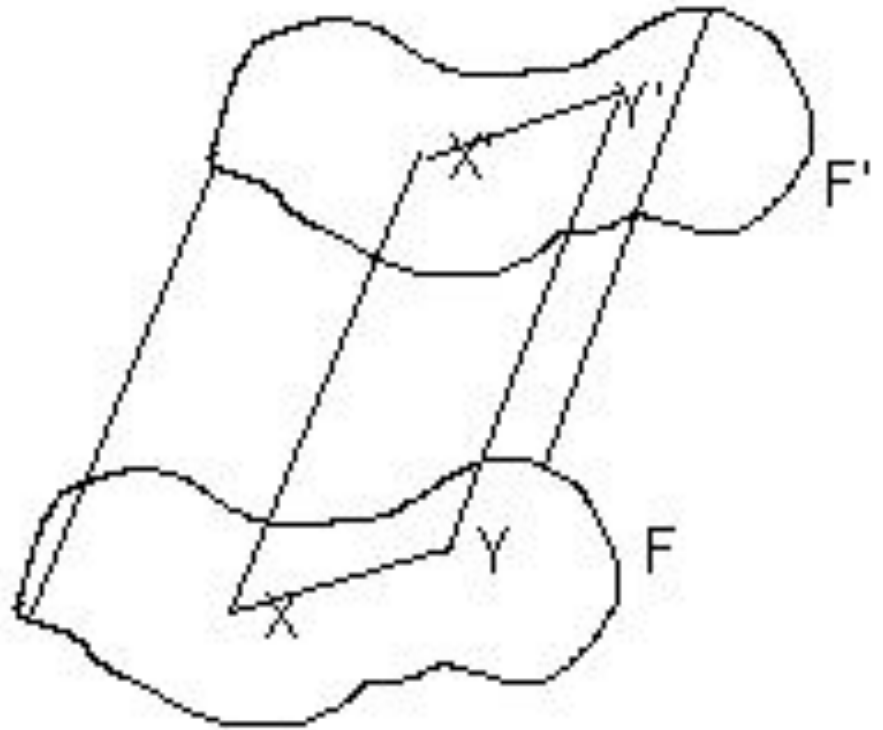
- Призма

Сколько ребер может иметь выпуклый многогранник?

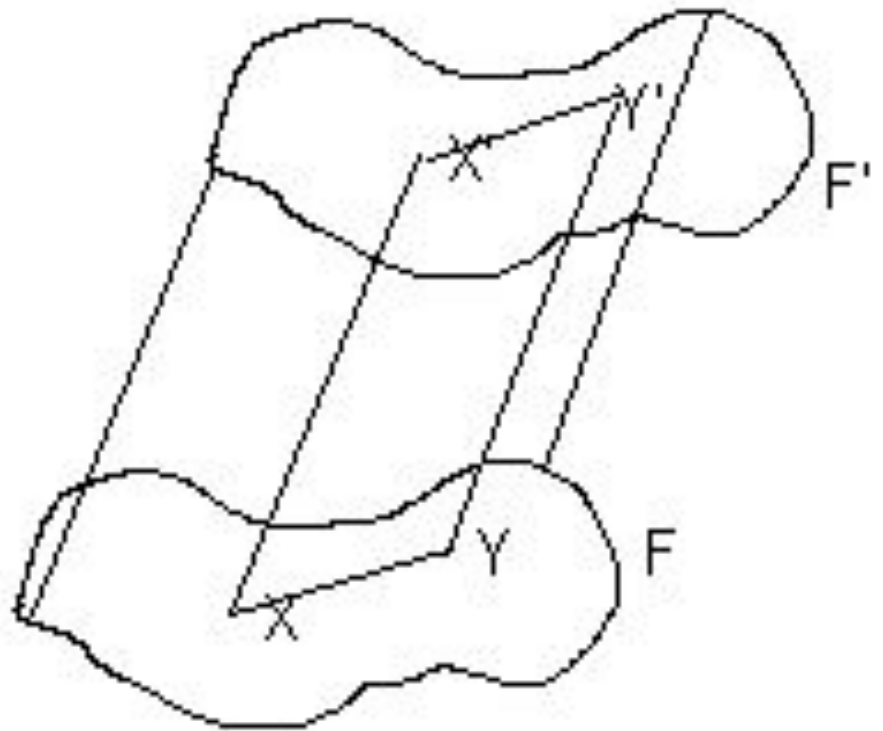
Почему не может быть 7 ребер?

Рассмотрим $F \subset \alpha$ и не принадлежащую прямой a .
 $\forall X \in F$ проведем равные отрезки XX' ,
параллельные a и лежащие относительно α
в одном полупространстве.

Фигура, образованная
этими отрезками называется цилиндром.
Фигура F называется
основанием цилиндра,
а любой $[XX']$ – его
образующей.



- 1) $F' = F$,
- 2) Любое сечение цилиндра, параллельное плоскости основания, равно основанию



Определения.

- 1) Высотой цилиндра называется общий перпендикуляр к плоскостям его оснований.**
- 2) Высотой цилиндра называется расстояние между его основаниями.**

Цилиндр, основанием которой является многоугольник, называется призмой.

Сформулируйте определения боковых ребер и боковых граней призмы; высоты призмы

Ребра, не лежащие в плоскостях оснований; грани, не являющиеся основаниями; общий перпендикуляр к основаниям, заключенный между их плоскостями (расстояние между плоскостями оснований)

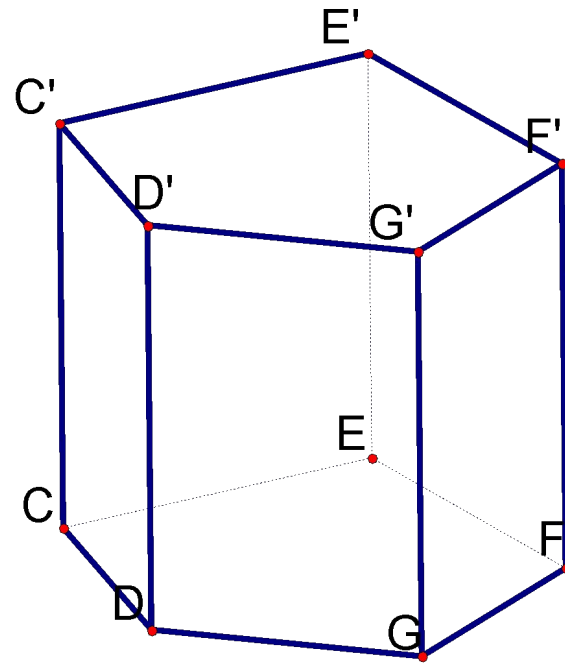
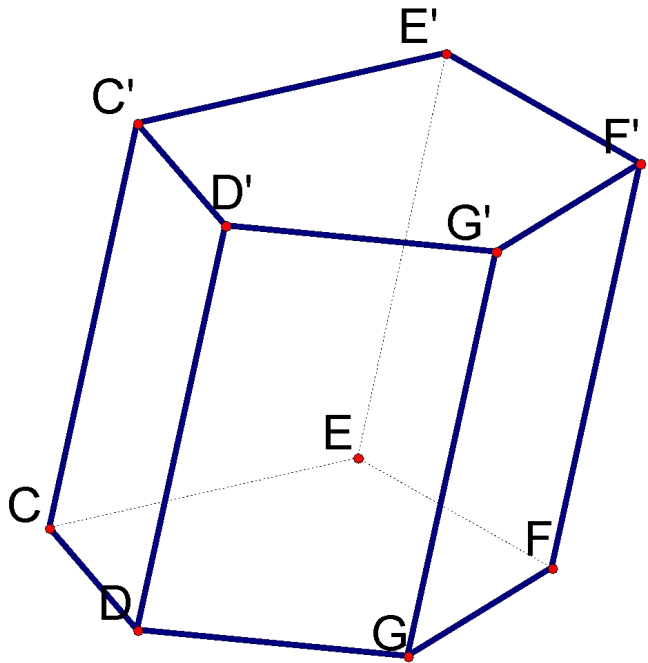
Какие свойства призмы следуют из свойств цилиндра?

***Равенство сечений призмы,
параллельных основанию,
в частности, равенство оснований призмы;
равенство и параллельность боковых ребер
и высот призмы;
боковые грани – параллелограммы***

**Призмой называется многогранник,
у которого две грани, называемые основаниями,
равны и их соответственные стороны
параллельны,
а остальные грани – параллелограммы,
у каждого из которых две стороны являются
соответственными основаниями
параллелограммов**

**Докажите, что это определение эквивалентно
предыдущему.**

Сформулируйте и обоснуйте Н. и Д. условие того, что около призмы можно описать сферу. Где расположен ее центр?



**Прямая призма, основание которой –
вписанный многоугольник;
середина высоты, соединяющей центры
окружностей, описанных около оснований**

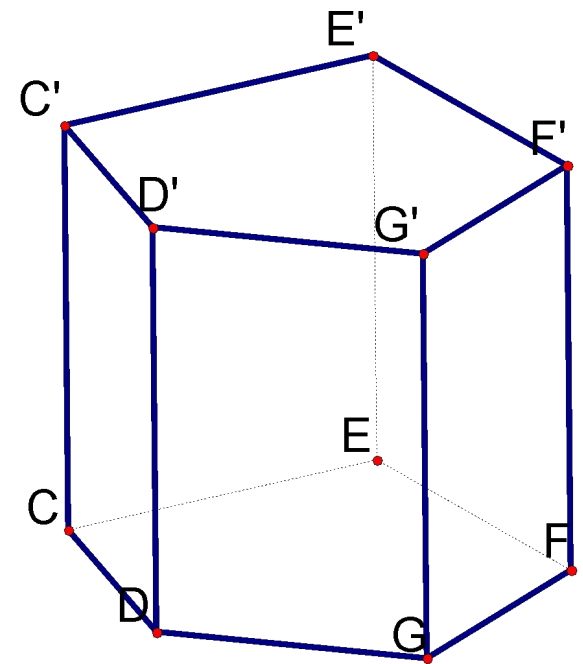
Вокруг каких из разновидностей призм
всегда можно описать сферу?

Прямая треугольная; правильная.

Верно ли, что в любую правильную призму можно вписать сферу?

Сформулируйте и обоснуйте Н. и Д. условие того, что в прямую призму можно вписать сферу.
Где расположен ее центр?

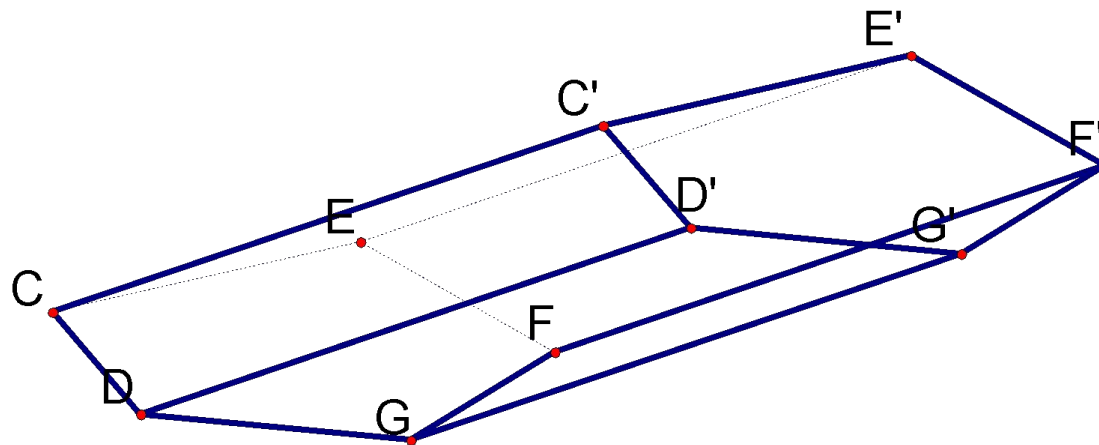
Основание – описанный многоугольник, причем диаметр вписанной окружности равен высоте призмы;



Середина высоты, соединяющей центры окружностей, вписанных в основания

Существуют ли наклонные призмы,
в которые можно вписать сферу?

Почему условие, сформулированное
для прямой призмы,
не применимо для наклонной?



Существует ли треугольная призма, у которой:

- а) ровно одна боковая грань — прямоугольник;
- б) ровно две боковые грани — прямоугольники;
- в) ровно одна грань перпендикулярна основанию;
- г) ровно две грани перпендикулярны основанию;
- д) боковое ребро перпендикулярно ровно одной стороне основания;
- е) центр вписанной сферы не совпадает с центром описанной сферы?

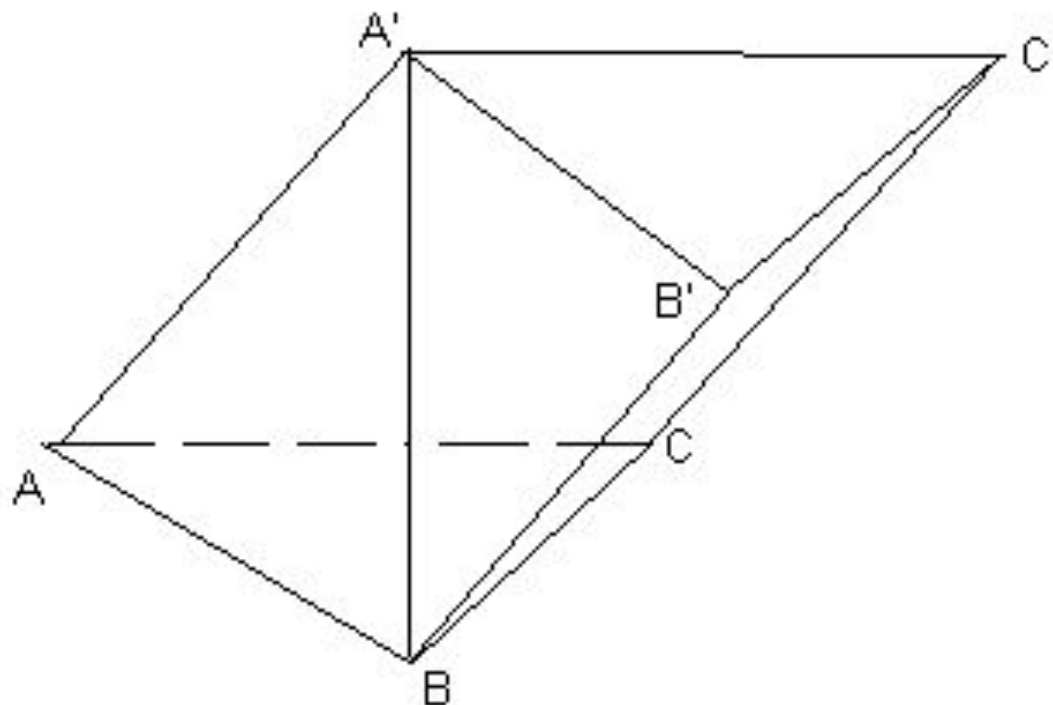
1) Каждое ребро треугольной призмы $ABCA'B'C'$ имеет длину a .

Найдите углы наклона боковых ребер и граней к плоскости основания, если вершина A' верхнего основания ортогонально проектируется в:

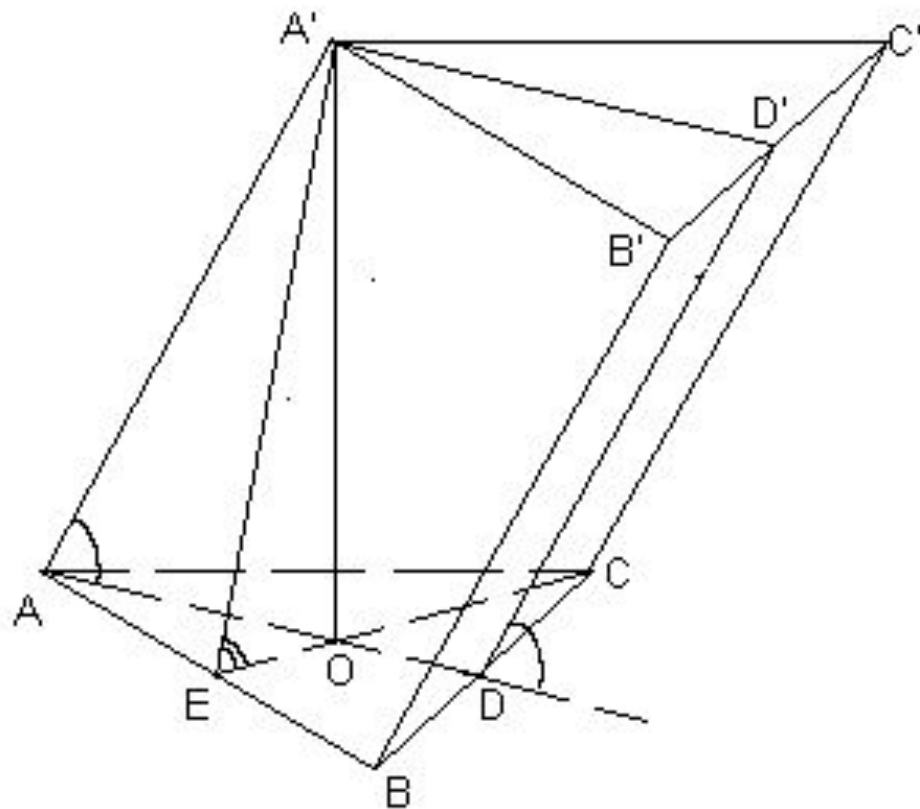
- а) вершину B ;
- б) в центр O нижнего основания;
- в) середину K ребра AC .

вершина A' верхнего основания
ортогонально проектируется в:

а) вершину B ;

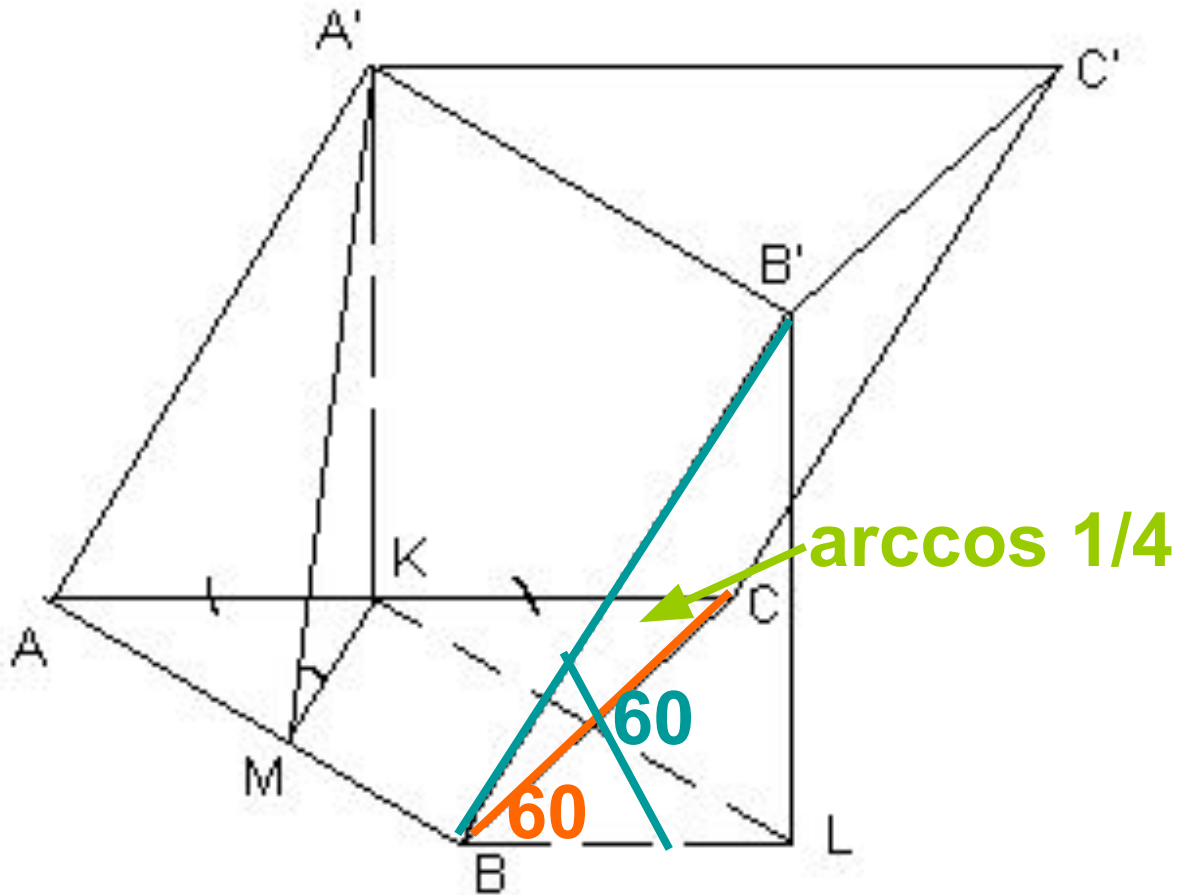


вершина A' верхнего основания
ортогонально проектируется в:
б) в центр O нижнего основания;



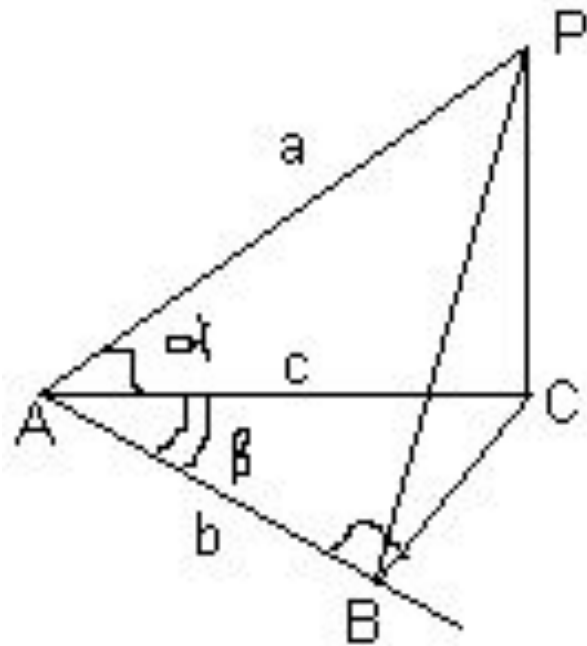
вершина A' верхнего основания
ортогонально проектируется в:

в) середину К ребра AC.



Формула трех косинусов

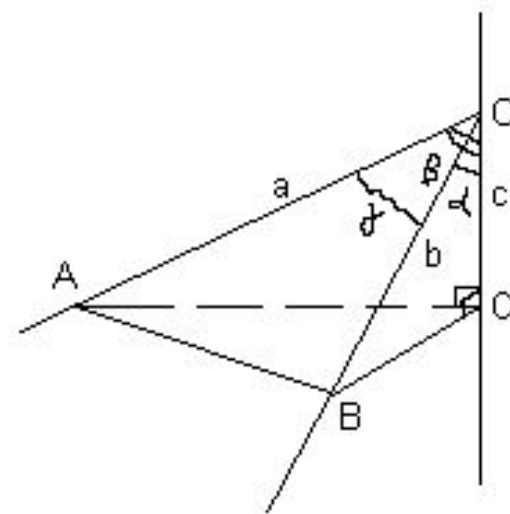
с – проекция наклонной а на плоскость γ ;
 $b \subset \gamma$; $\phi = \angle(a; b)$; $\alpha = \angle(a; c)$; $\beta = \angle(b; c)$.
Тогда: $\cos \phi = \cos \alpha \cdot \cos \beta$.



Теорема косинусов для трехгранного угла

тогда $\cos \gamma = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos$

$\hat{C}$



Следствие. Если $\hat{C} = 90^\circ$, то $\cos \gamma = \cos \alpha \cdot \cos \beta$
—
аналог теоремы Пифагора!

Теорема синусов для трехгранного угла

$$\frac{\sin \hat{a}}{\sin \alpha} = \frac{\sin \hat{b}}{\sin \beta} = \frac{\sin \hat{c}}{\sin \gamma}$$