

Симетрія відносно прямої

Геометрія, 9 клас

Притча про осьову симетрію

Якось чужоземець, вражений красою Бухарського мінарету Кальян, вигукнув: “Як ви будете такі високі мінарети?” – “Дуже просто”, - відповів Ходжа

Насреддін. І, хизуючись своєю дотепністю, пояснив:

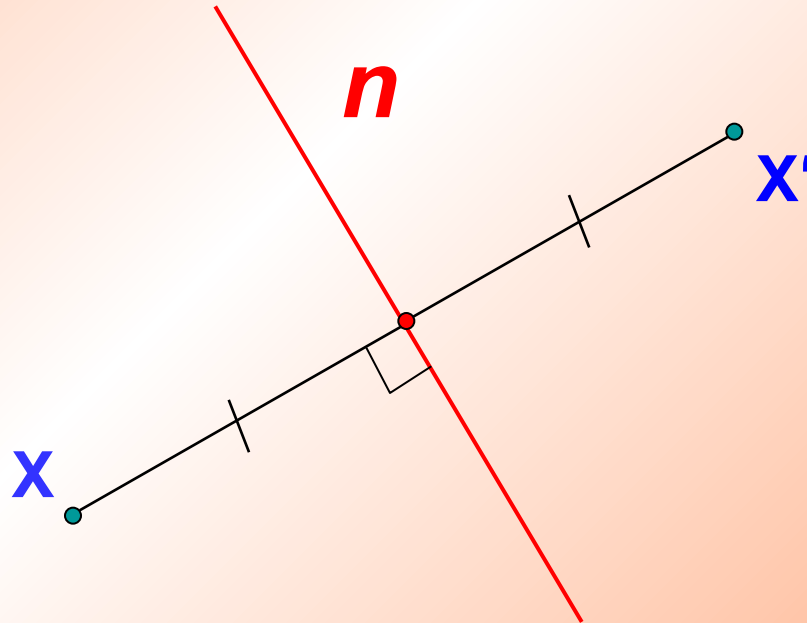
Спочатку
викопуємо
глибокий
колодязь,
а потім
вивертаємо
його навиворіт



Означення

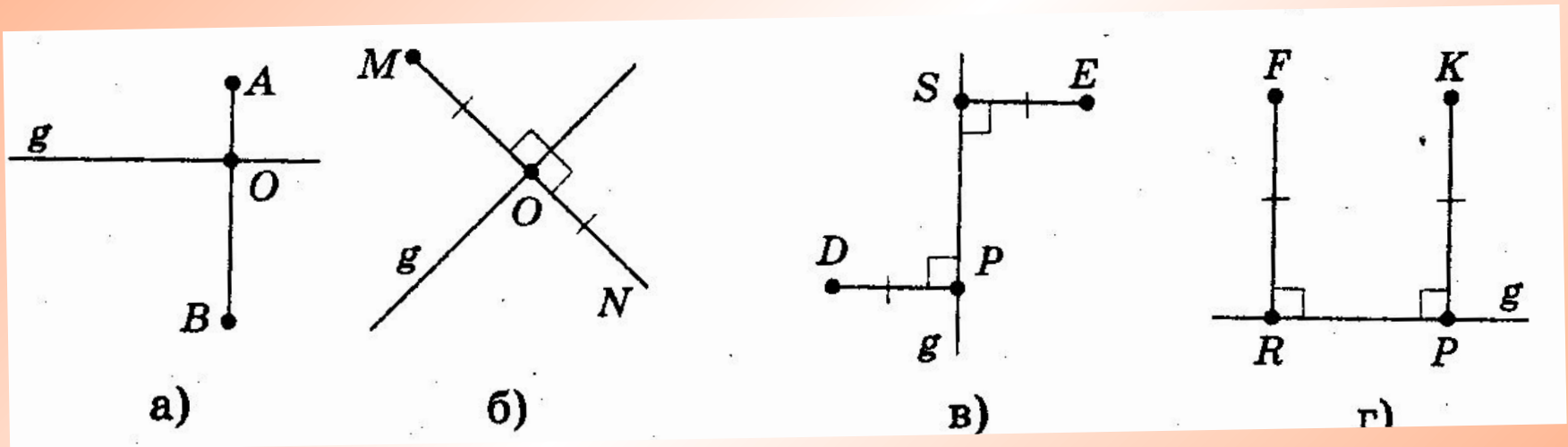
Точки X і X' називаються **симетричними** відносно прямої n , якщо ця пряма перпендикулярна до відрізка XX' і проходить через його середину.

Пряма n є серединним перпендикуляром до відрізка XX' і називається **віссю симетрії**.



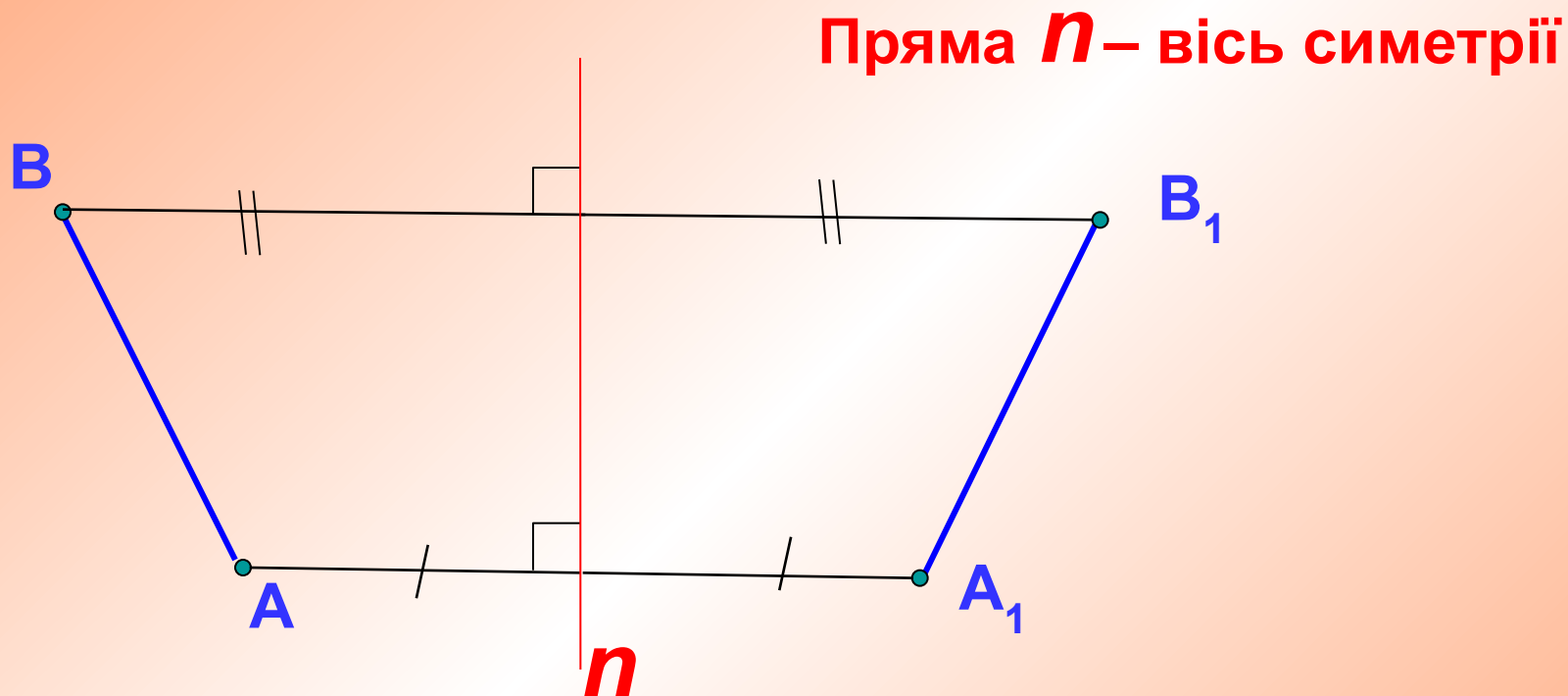
Усні вправи

- Назвіть точки, симетричні відносно прямої g .



- Чому точки A і B , D і E , F і K не є симетричними відносно прямої g .
- Покажіть точку, симетричну точці O відносно прямої g .

Побудувати відрізок A_1B_1 симетричний
відрізку AB відносно прямої n



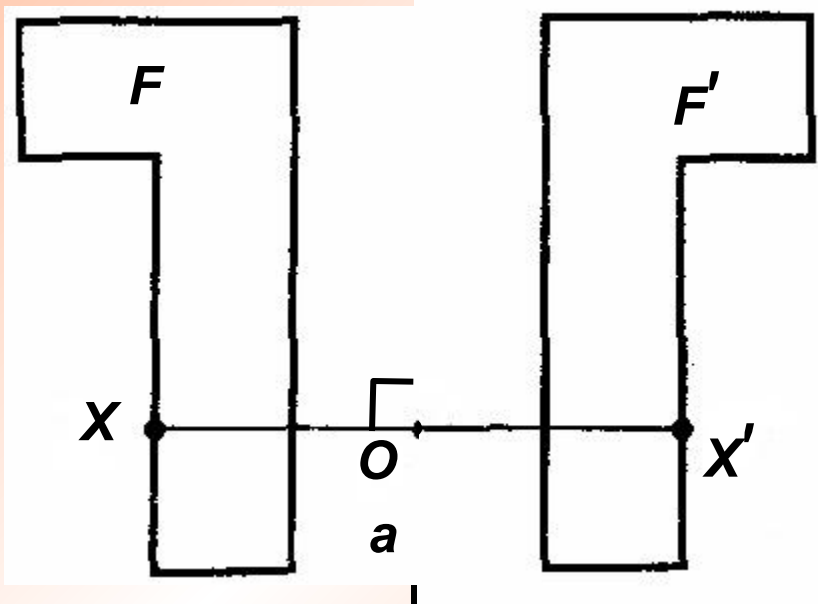
$$A \rightarrow A_1, B \rightarrow B_1, AB \rightarrow A_1B_1$$

Симетричні фігури

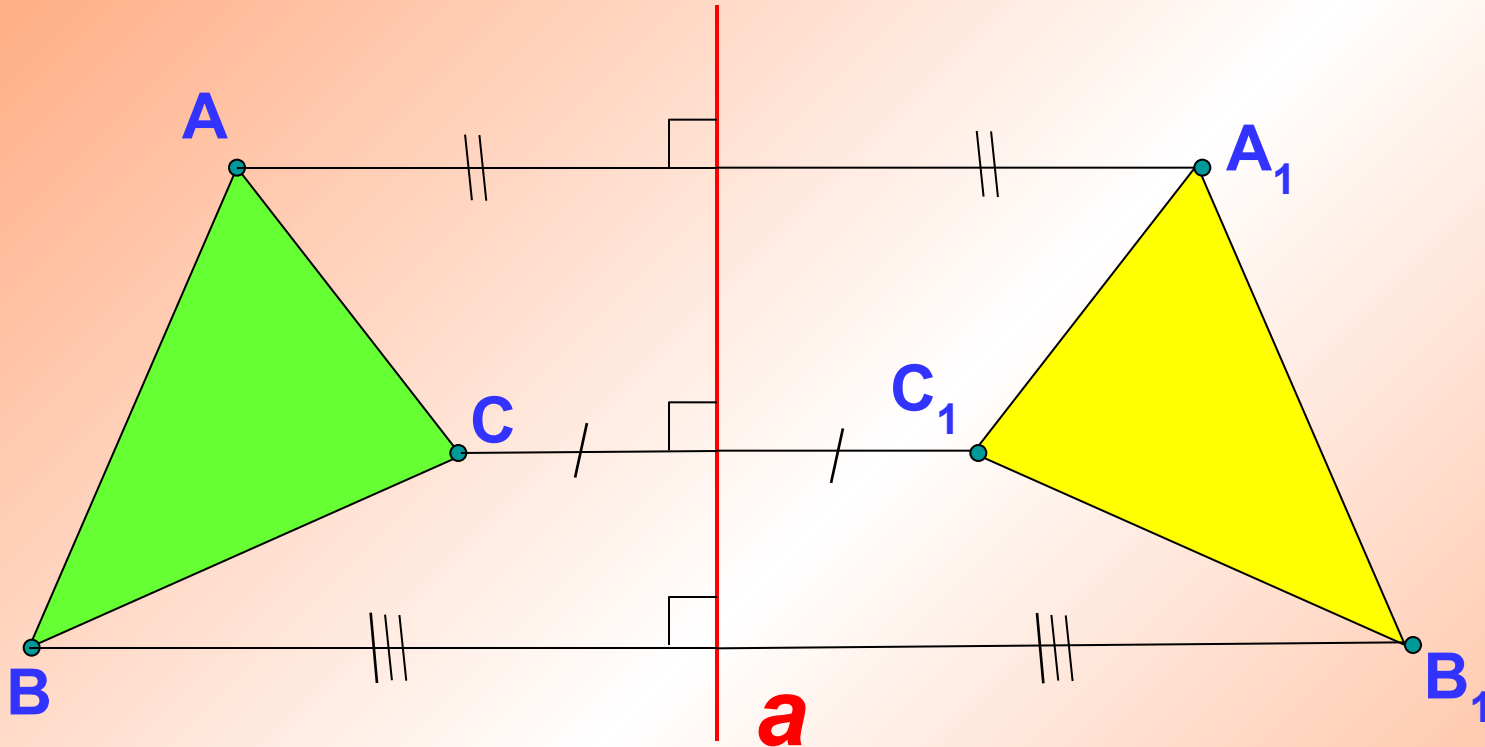
- **Перетворенням симетрії** (симетрією) відносно прямої ***a*** називають таке перетворення фігури ***F*** у фігуру ***F'***, внаслідок якого кожна точка ***X*** фігури ***F*** переходить у точку ***X'*** фігури ***F'***, симетричну точці ***X*** відносно прямої ***a***.

Фігури ***F*** і ***F'*** називають симетричними відносно прямої ***a***.

Симетрію відносно прямої називають ***осьовою симетрією***.



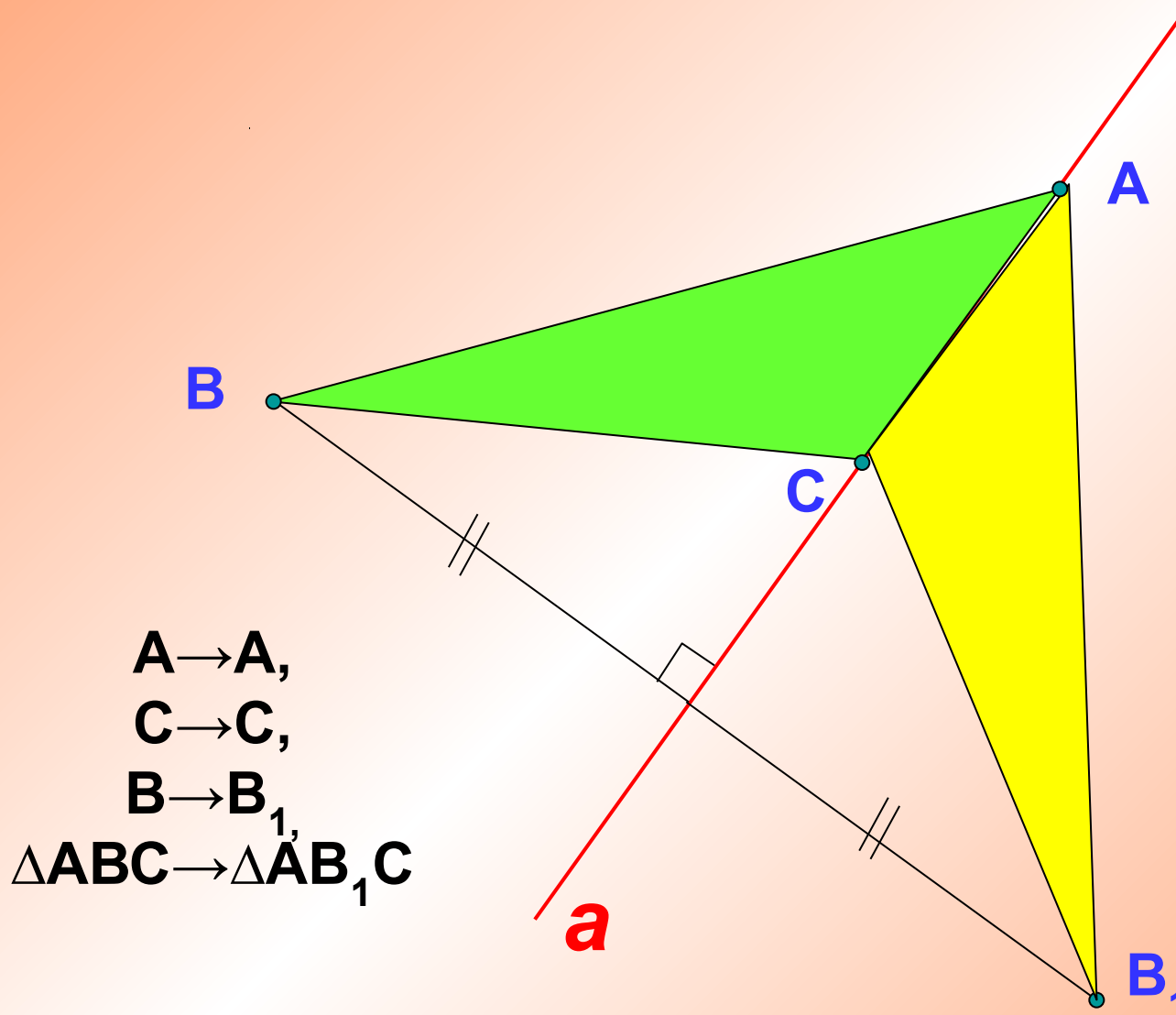
Побудувати трикутник $A_1B_1C_1$ симетричний трикутнику ABC відносно прямої ***a***



$A \rightarrow A_1, C \rightarrow C_1, B \rightarrow B_1,$
 $\triangle ABC \rightarrow \triangle A_1B_1C_1$

Пряма ***a*** – вісь симетрії

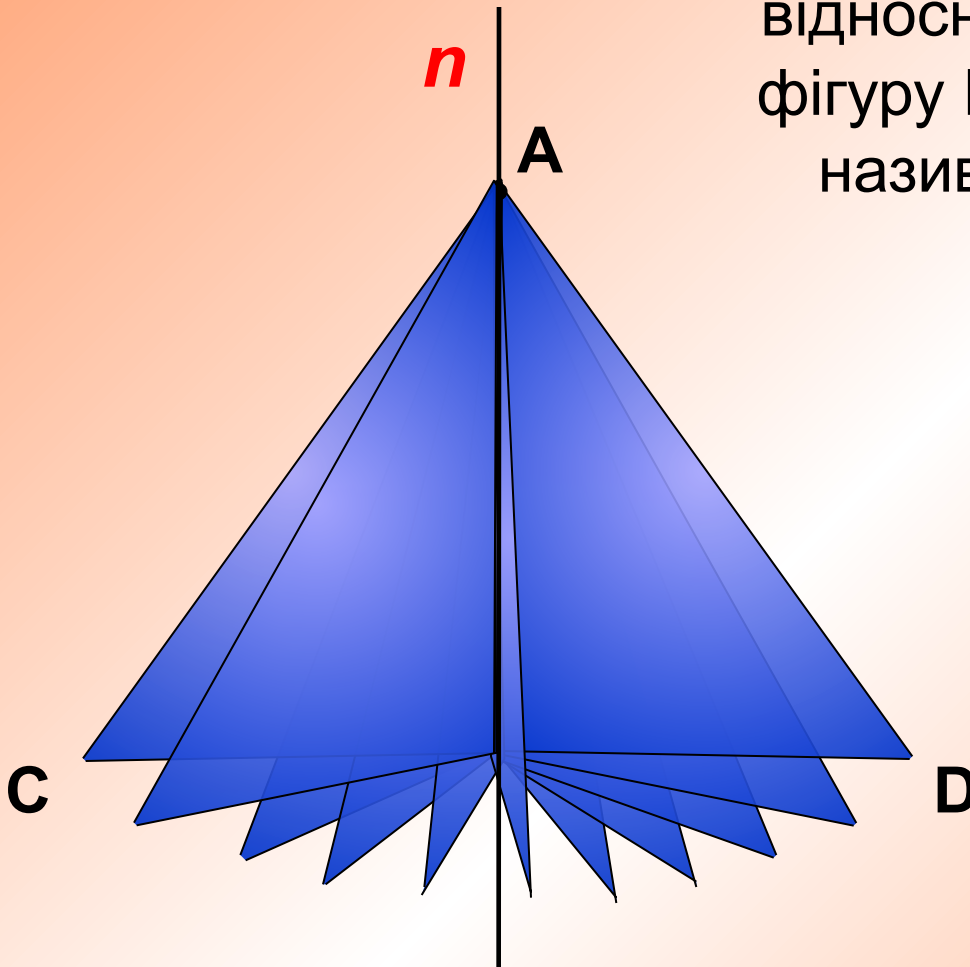
Побудувати трикутник $A_1B_1C_1$ симетричний трикутнику ABC відносно прямої ***a***



Пряма ***a*** –
вісь симетрії

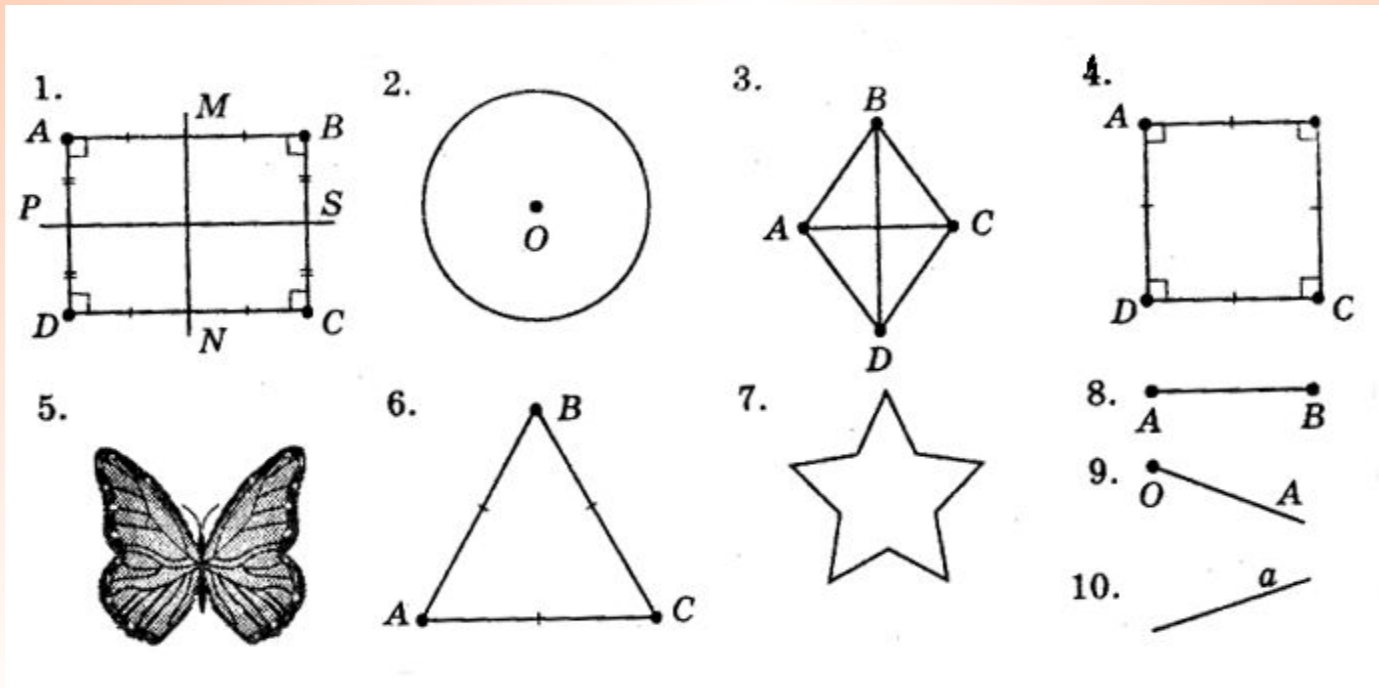
$A \rightarrow A_1,$
 $C \rightarrow C_1,$
 $B \rightarrow B_1,$
 $\triangle ABC \rightarrow \triangle A_1B_1C_1$

Якщо перетворення симетрії
відносно прямої ***n*** переводить
фігуру F у себе, то така фігура
називається ***симетричною***
відносно прямої ***n***,
а сама пряма ***n*** – віссю
симетрії фігури F.



Усні вправи

- Чи можна фігури, зображені на малюнках назвати симетричними відносно певної осі?
- Назвіть номери фігур, що мають одну, дві, три, чотири, безліч осей симетрії.
- Скільки осей симетрії мають прямокутник і ромб?



Основна властивість осьової симетрії

Теорема

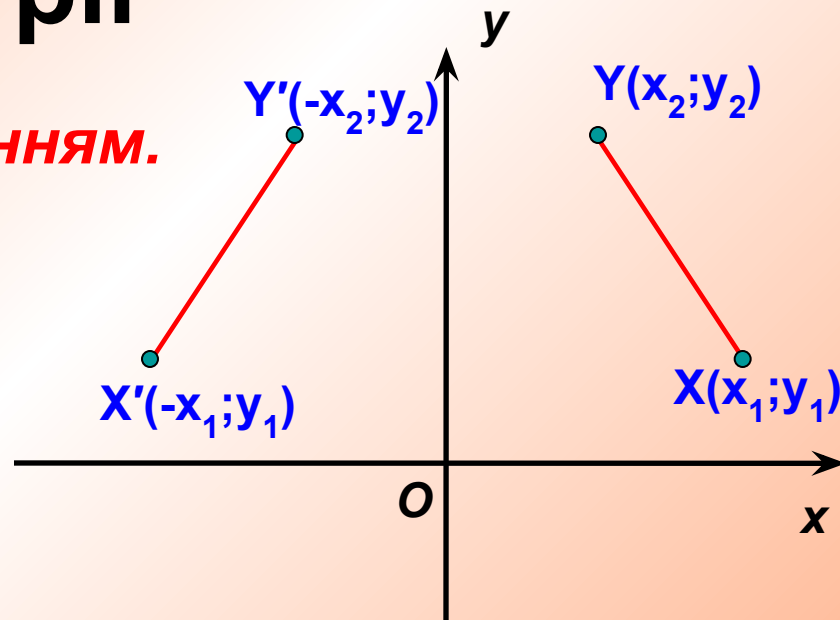
Осьова симетрія є переміщенням.

Доведення.

Осьова симетрія відносно прямої n : точка X – переходить в точку X' , точка Y переходить у точку Y' .

$n = Oy$.

Тоді: $X(x_1; y_1) \rightarrow X'(-x_1; y_1)$,
 $Y(x_2; y_2) \rightarrow Y'(-x_2; y_2)$.



Відстань між точками:

$$XY = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$X'Y' = \sqrt{(-x_2 - (-x_1))^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Отже, $XY = X'Y'$.

Властивості осьової симетрії:

- 1) Перетворення осьової симетрії є переміщенням.
- 2) Осьова симетрія перетворює пряму на пряму;
відрізок – на відрізок; багатокутник – на рівний йому багатокутник.
- 3) Точки, що належать осі симетрії, відображаються самі на себе.
- 4) Якщо точки $M(x; y)$ і $N(x_1; y_1)$ симетричні відносно:
 - А) осі Ox , то виконується умова: $x_1 = x$, $y_1 = -y$;
 - Б) осі Oy , то виконується умова $x_1 = -x$, $y_1 = y$.

Перевір себе

- Які точки називаються симетричними відносно прямої?
- Яке перетворення називається симетрією відносно даної прямої?
- Яка фігура називається симетричною відносно даної прямої?
- Що таке вісь симетрії? Наведіть приклади.

Побудувати фігуру, симетричну даній відносно прямої *n*.

