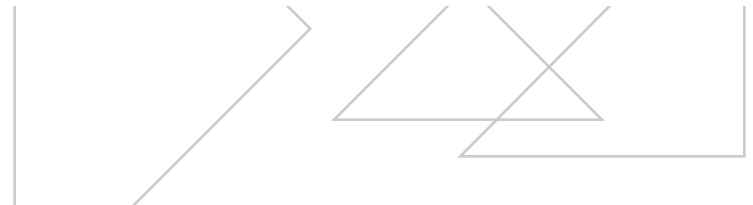
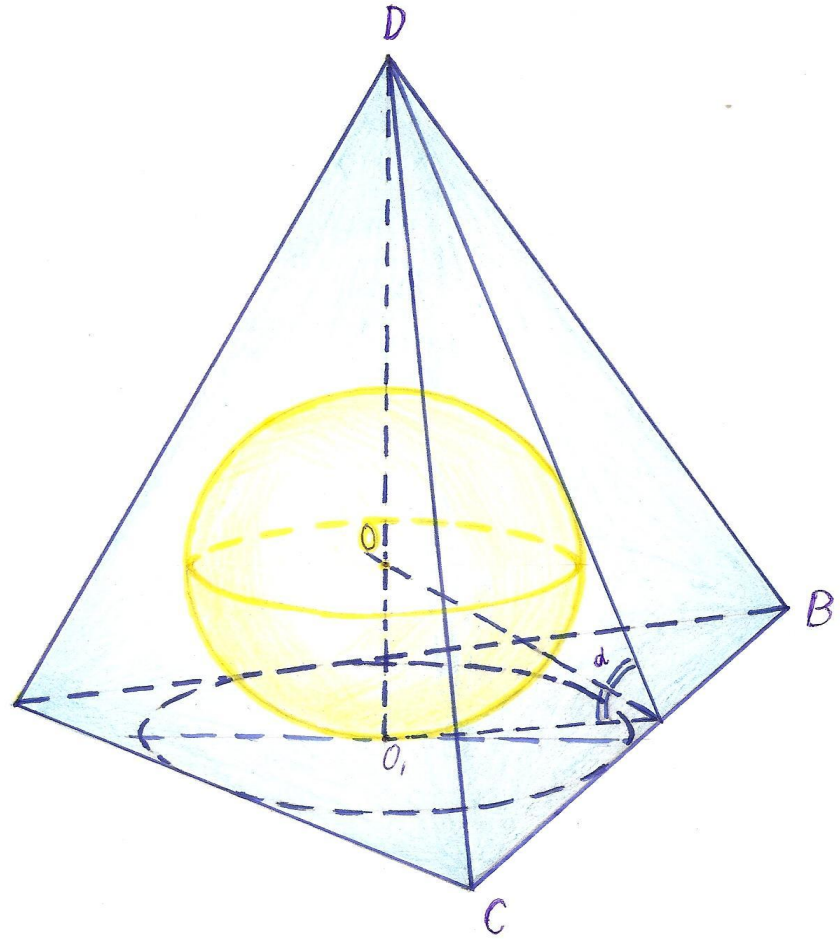


**Решение задач на
комбинации призмы,
шара и пирамиды.**

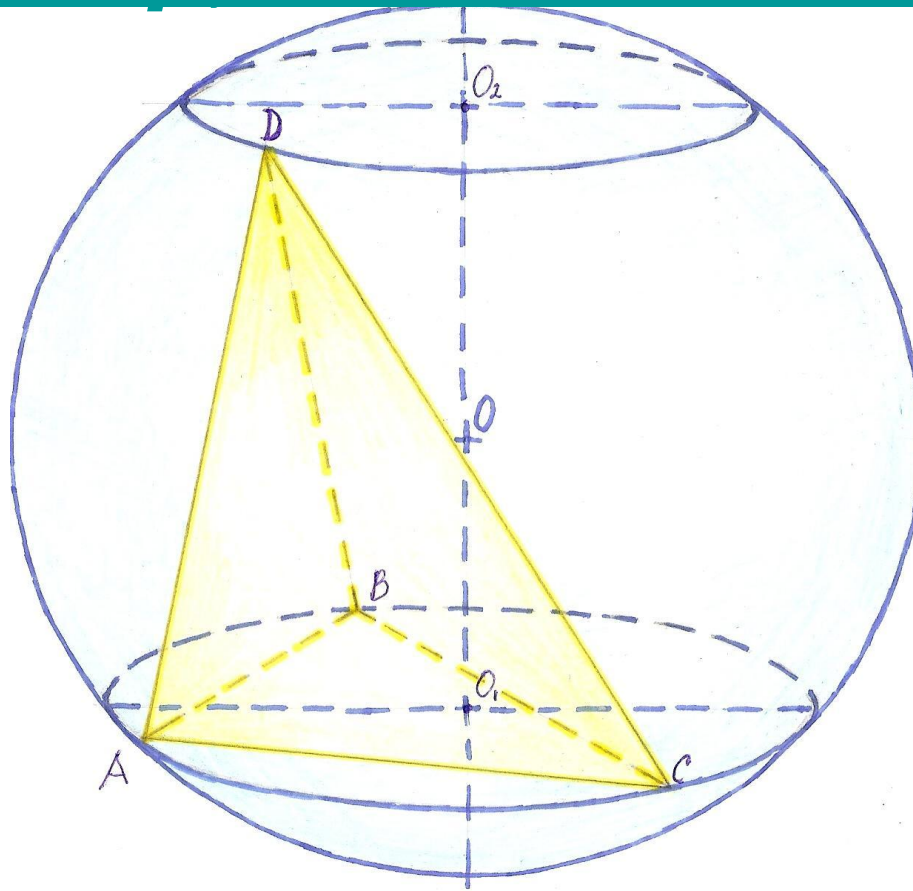


Шар, вписанный в пирамиду

- ♦ В любую треугольную пирамиду можно вписать шар;
- ♦ В пирамиду, у которой в основание можно вписать окружность; центр, которой служит основанием высоты пирамиды, можно вписать шар;
- ♦ В любую правильную пирамиду можно вписать шар;
- ♦ Центр шара, вписанного в пирамиду есть точка пересечения высоты пирамиды с биссектрисой угла, образованного апофемой и её проекцией на основание;
- ♦ Центр сферы (шара), вписанного в правильную пирамиду, лежит на высоте этой пирамиды.

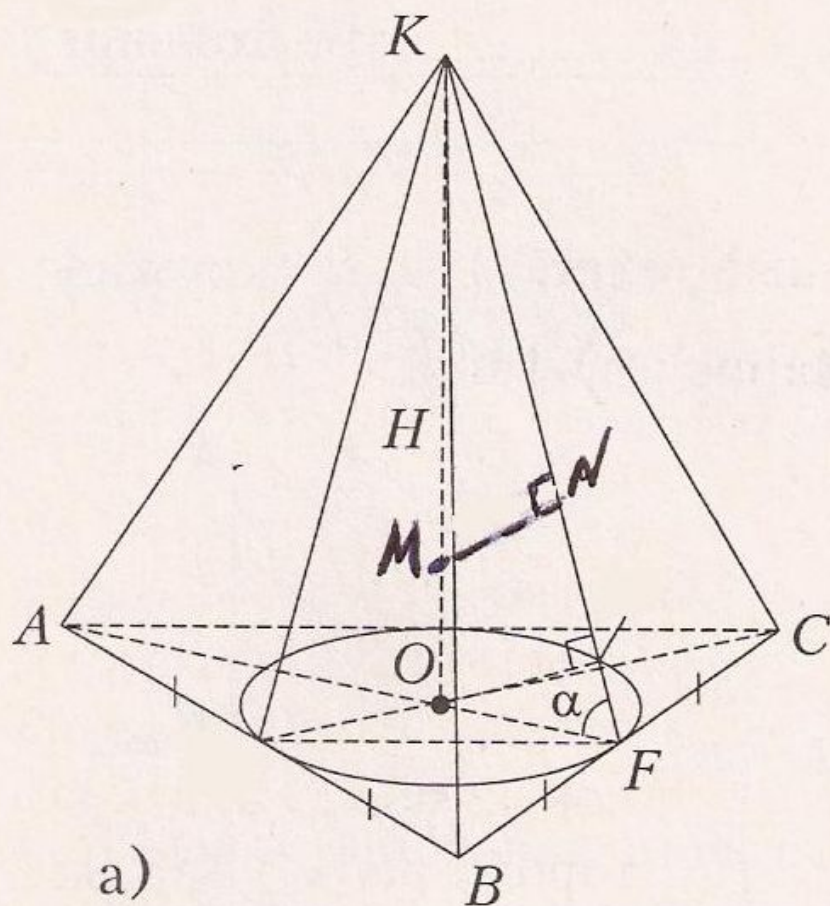


Шар, описанный около пирамиды



- Около любой треугольной пирамиды можно описать шар;
- ◆ Если около основания пирамиды можно описать окружность, то около пирамиды можно описать шар;
- ◆ Около любой правильной пирамиды можно описать шар;
- ◆ Центр шара, описанного около пирамиды, лежит в точке пересечения прямой, перпендикулярной основанию пирамиды, проходящей через центр описанной около основания окружности и плоскости, перпендикулярной любому боковому ребру, проведённой через середину этого ребра.

Рассмотрите рисунок
и ответьте на
вопросы:



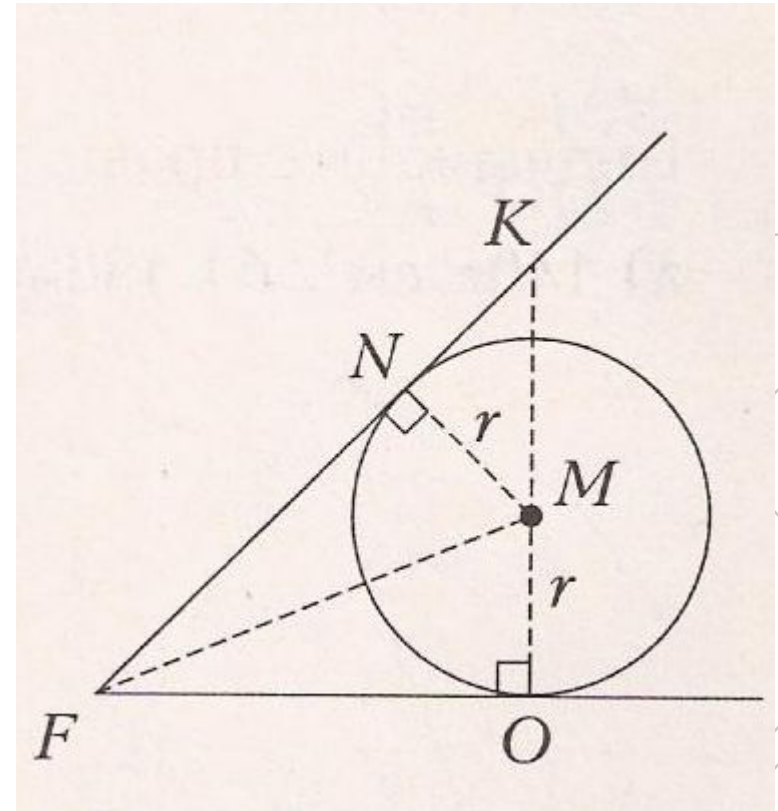
1) Где лежит центр шара?

**2) Как найти радиус
вписанного шара?**

**3) Как найти радиус
описанного шара?**

Рассмотрите рисунки и вставьте пропущенные слова:

Центр шара, вписанного в правильную треугольную пирамиду, лежит на _____ KO пирамиды и биссектрисы угла KFO , составленного _____ и её _____. Треугольник KNM _____ треугольнику FKO , так как _____ $NM/KM = FO/FK$; r _____, где FO – радиус окружности, вписанной в основание

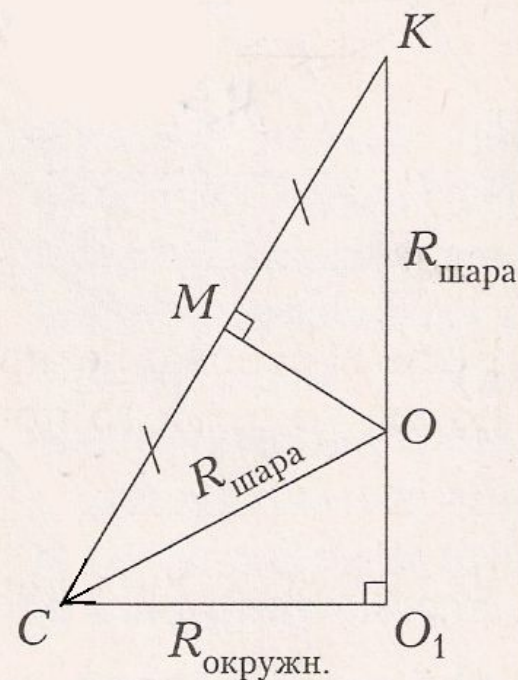
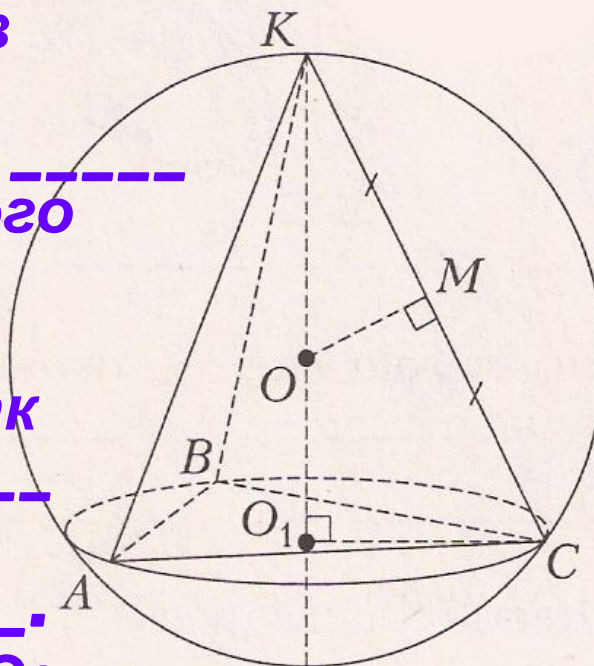


Около любой
треугольной пирамиды
можно описать шар.
Центр шара лежит на
высоте пирамиды в
точке пересечения
с перпендикуляром, _____
через _____ бокового
ребра.

Треугольники KMO и
 KCO_1 _____, так как
_____. KO_1 _____
пирамиды.

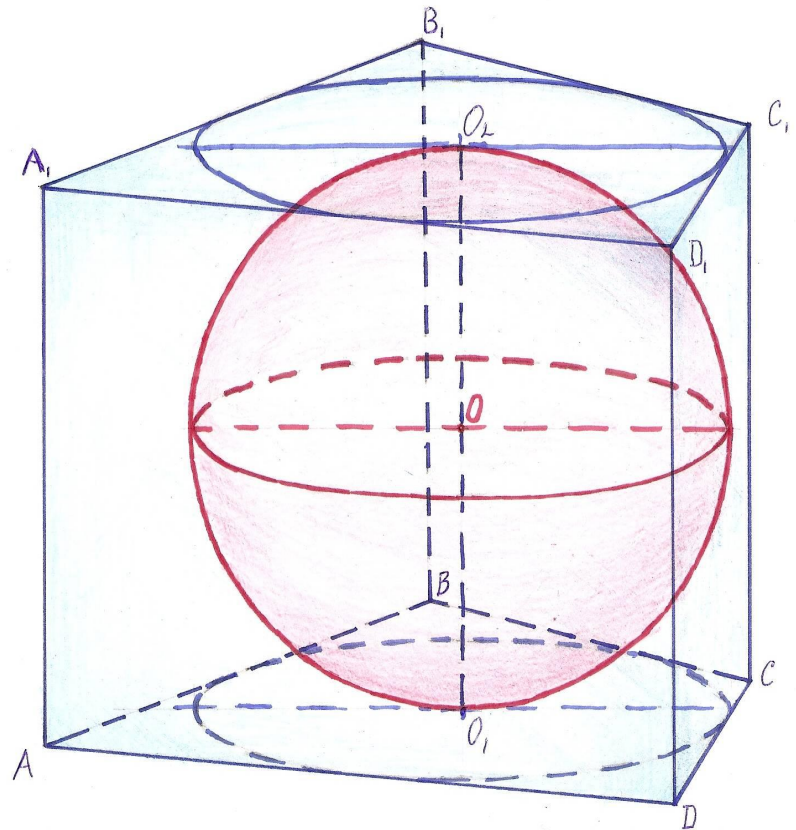
$OO_1 = KO_1 - KO =$ _____.

В треугольнике COO_1 по
теореме Пифагора
 $CO =$ _____.

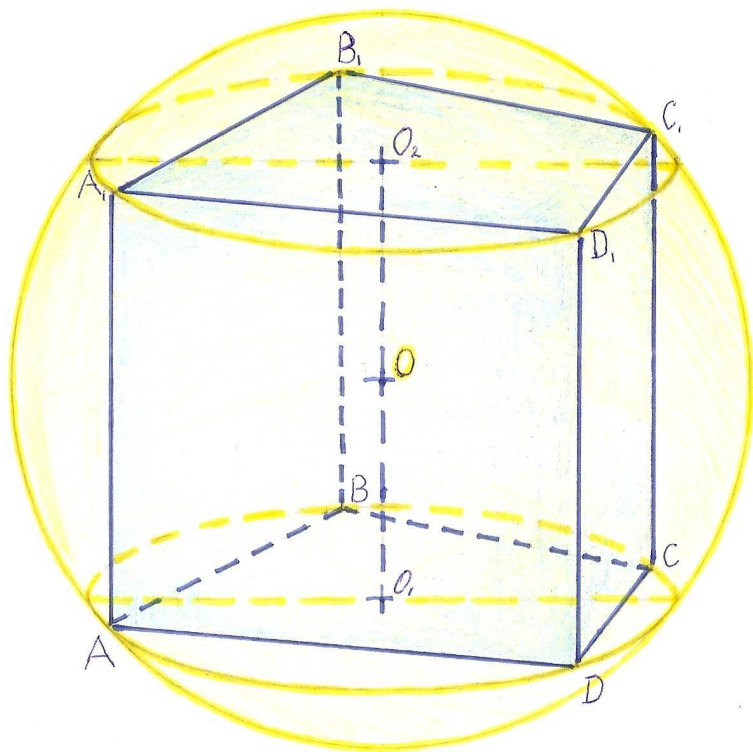


Шар, вписанный в призму

- ◆ Шар можно вписать в прямую призму, если в основание призмы можно вписать окружность, а высота призмы равна диаметру этой окружности;
- ◆ Центр вписанного шара лежит на середине высоты прямой призмы, проходящей через центры окружностей, вписанных в основания призмы ($R_{\text{шара}} = R_{\text{окружности}}$, вписанной в основание призмы).



Шар, описанный около призмы



- ◆ Около призмы можно описать шар, тогда и только тогда, когда призма прямая и около основания можно описать окружность;
- ◆ Центр шара, описанного около прямой призмы, лежит на середине высоты призмы, проведённой через центр окружности, описанной около основания.

Решите задачу N°1.

В четырёхугольную призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, вписана сфера. Площади граней $AB B_1 A_1$ и $C D D_1 C_1$ соответственно равны 6 см и 5 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

Решите задачу N°2.

Сфера описана около четырёхугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Двугранные углы при рёбрах AA_1 и BB_1 соответственно равны 60° и 95° . Найдите величины двугранных углов при рёбрах CC_1 и DD_1 .

Тест по теме: «Вписанные и описанные многогранники».

В а р и а н т 1

Уровень А



1. Нельзя описать шар около...

- 1) куба;**
- 2) прямоугольного параллелепипеда;**
- 3) прямого параллелепипеда.**

2. Можно описать шар около пирамиды, основанием которой является...

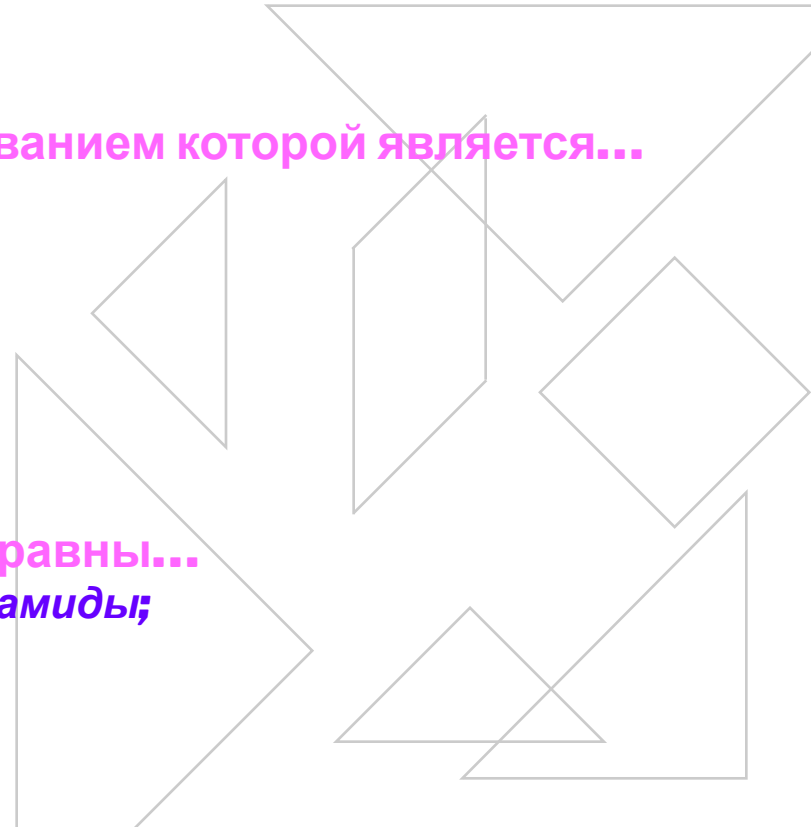
- 1) тупоугольный треугольник;**
- 2) ромб;**
- 3) прямоугольная трапеция.**

3. Центр вписанного шара равноудалён...

- 1) от вершин многогранника;**
- 2) рёбер многогранника;**
- 3) граней многогранника.**

4. Нельзя вписать шар в пирамиду, у которой равны...

- 1) углы между боковыми рёбрами и высотой пирамиды;**
- 2) апофемы;**
- 3) двугранные углы при рёбрах основания.**



5. Нельзя вписать шар в пирамиду, основанием которой является...

- 1) ромб;
- 2) прямоугольник;
- 3) квадрат.

6. Можно вписать шар в пирамиду, у которой равны...

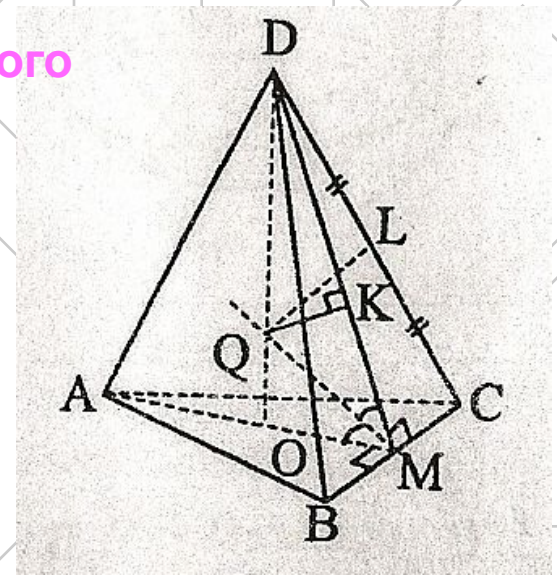
- 1) двугранные углы при рёбрах основания;
- 2) боковые рёбра;
- 3) углы между боковыми рёбрами и высотой пирамиды.

7. В прямую треугольную призму вписан шар. Тогда высота призмы не может быть равна...

- 1) диаметру вписанной в основание окружности;
- 2) диаметру шара;
- 3) радиусу шара.

8. $DABC$ – правильная пирамида. Q – центр вписанного шара. Тогда радиус шара – отрезок...

- 1) QM ;
- 2) QL ;
- 3) QK .



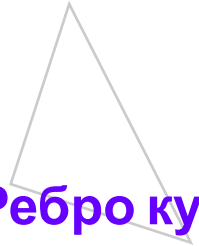
9. Объём многогранника, описанного около шара радиуса r , равен...

1) $V = 1/3r * S_{\text{полн}}$;

2) $V = 3r * S_{\text{полн}}$;

3) $V = S_{\text{полн}}/3r$

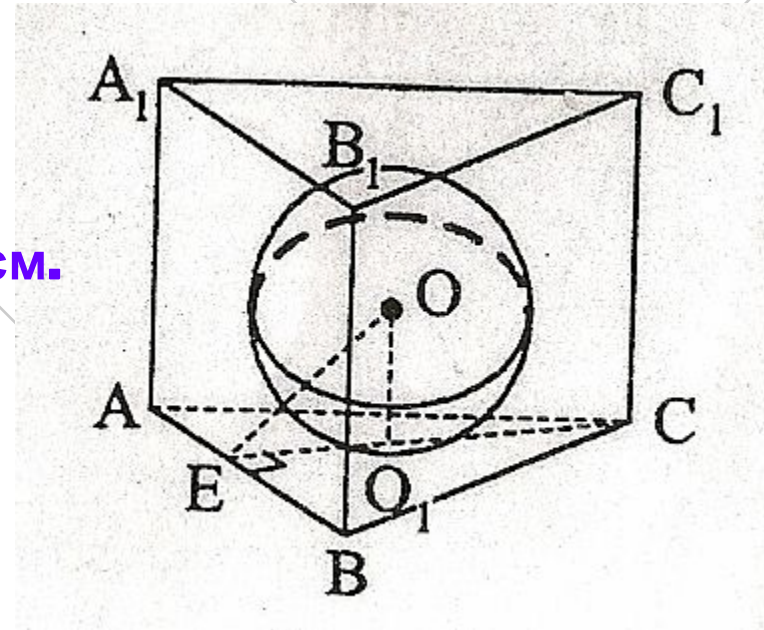
Уровень В



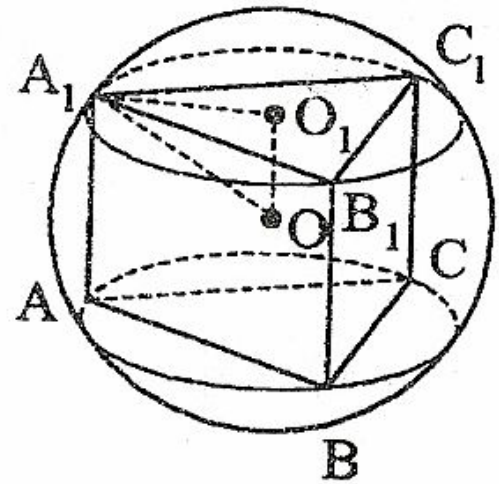
1. Ребро куба равно 6 см. Тогда радиус вписанного в куб шара равен...

2. Радиус описанного около куба шара равен $2\sqrt{3}$ см. Тогда ребро куба равно ...

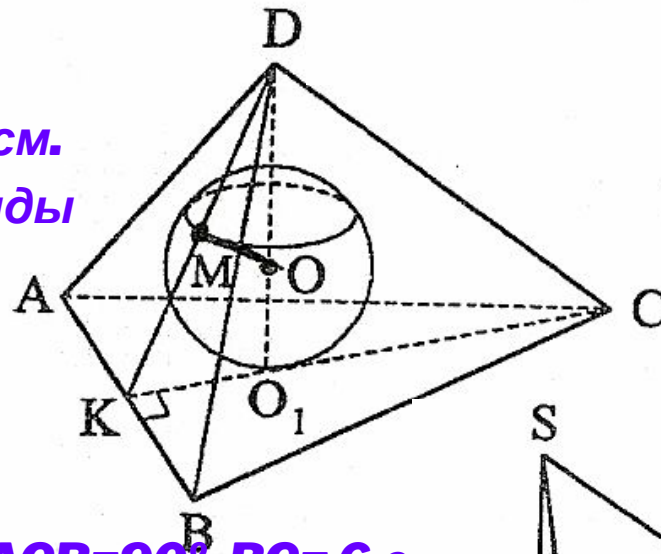
3. В правильную треугольную призму вписана сфера, радиус которой равен $\sqrt{2}$ см. Тогда расстояние от центра сферы до ребра основания равно...



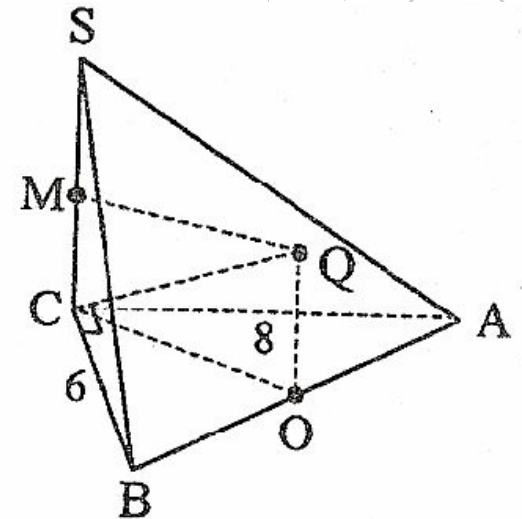
4. Около правильной треугольной призмы описан шар радиуса **10** см. $AB = 6\sqrt{3}$ см. Тогда боковое ребро призмы равно....



5. В правильную треугольную пирамиду **DABC** вписан шар с центром **O**. **M** – точка касания шара и боковой поверхности грани **ABD**. $MK = 2\sqrt{3}$ см. Тогда периметр основания пирамиды равен....



6. **SABC** – пирамида, $CS \perp (ABC)$. / $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 6$ см, $AC = 8$ см, $CS = 24$ см. Тогда радиус описанного около пирамиды шара равен....



В а р и а н т 2.

Уровень А

1. Можно описать шар около...

- 1) прямоугольного параллелепипеда;**
- 2) прямого параллелепипеда;**
- 3) наклонного параллелепипеда.**

2. Нельзя описать шар около пирамиды, основанием которой является...

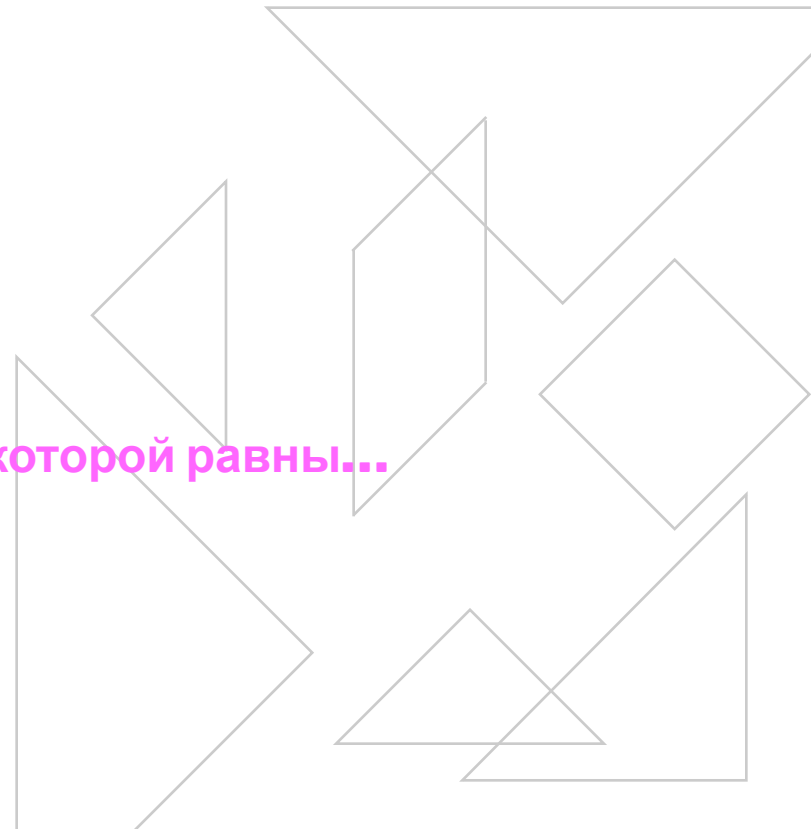
- 1) тупоугольный треугольник;**
- 2) ромб;**
- 3) равнобедренная трапеция.**

3. Центр описанного шара равноудалён от...

- 1) вершин многогранника;**
- 2) рёбер многогранника;**
- 3) граней многогранника.**

4. Нельзя не описать шар около пирамиды, у которой равны...

- 1) двугранные углы при рёбрах основания;**
- 2) апофемы;**
- 3) боковые рёбра.**



5. Можно вписать шар в пирамиду, основанием которой является...

- 1) ромб;
- 2) прямоугольник;
- 3) параллелограмм.

6. Нельзя вписать шар в пирамиду, у которой равны...

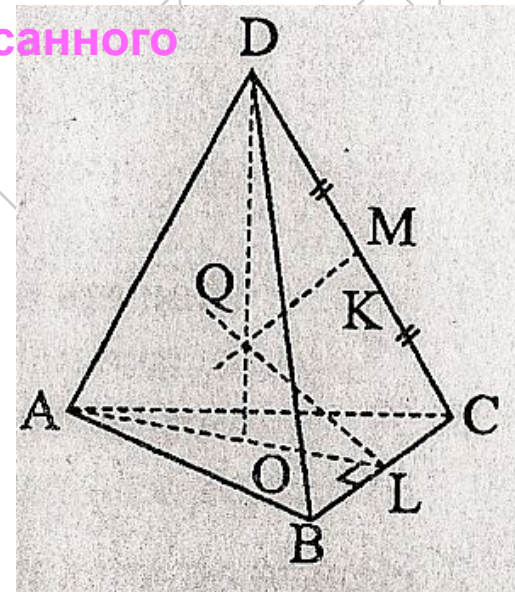
- 1) углы наклона боковых рёбер;
- 2) апофемы;
- 3) двугранные углы при рёбрах основания.

7. В прямую треугольную призму вписан шар. Тогда высота призмы...

- 1) равна радиусу шара;
- 2) в два раза больше радиуса;
- 3) в два раза меньше радиуса.

8. $DABC$ – правильная пирамида. Q – центр описанного шара. Тогда радиус шара – отрезок...

- 1) QM ;
- 2) QC ;
- 3) QL .



9. Многогранник описан около шара. Тогда радиус шара равен...

1) $r = 3V/S_{\text{полн}}$;

2) $r = 3S_{\text{полн}}/V$;

3) $r = V/S_{\text{полн}}$.

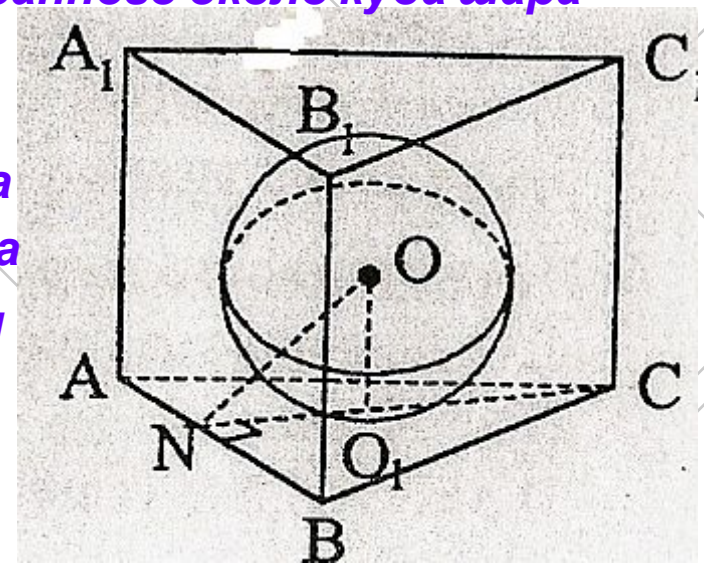


Уровень B

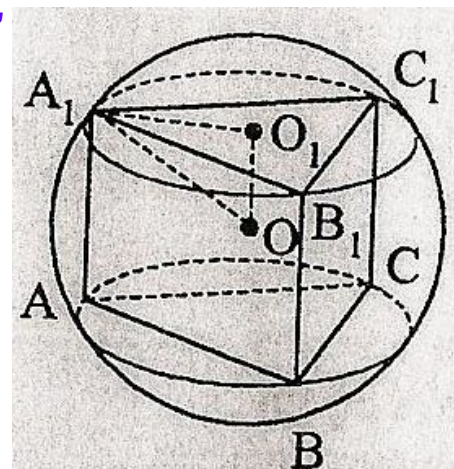
1. Радиус вписанного в куб шара равен 3 см. Тогда ребро куба равно... .

2. Ребро куба равно $4\sqrt{3}$ см. Тогда радиус описанного около куба шара равен... .

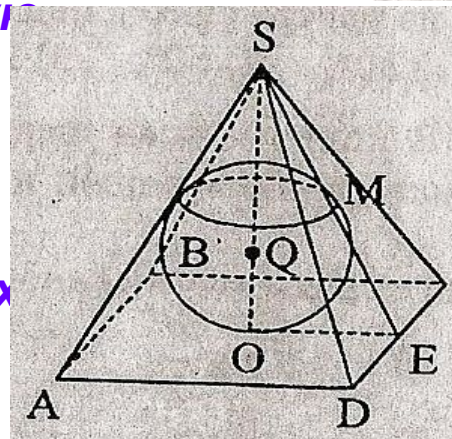
3. В правильную треугольную призму вписана сфера. Расстояние от центра сферы до ребра основания равно $5\sqrt{2}$ см. Тогда радиус сферы равен... .



4. $ABCA_1B_1C_1$ - правильная треугольная призма,
боковое ребро которой равно 8 см. $AB=3\sqrt{3}$ см.
тогда радиус описанного шара равен...

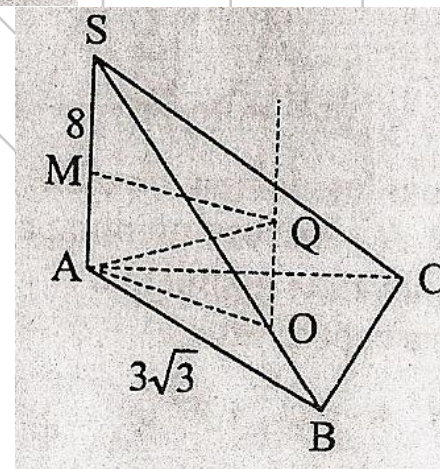


5. В правильную четырёхугольную
пирамиду $SABCD$ вписан шар
с центром Q и радиусом равным
1 см. $P_{ABCD} = 8\sqrt{3}$ см.
Тогда двугранные углы при рёбрах
основания равны...



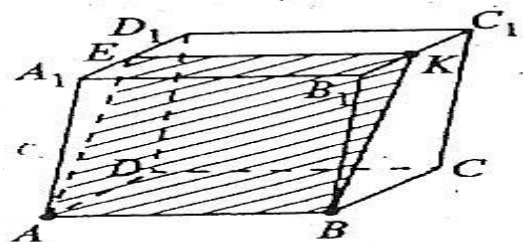
6. $SABC$ – пирамида, $AS \perp (ABC)$.
 $AB=BC=AC=3\sqrt{3}$ см.
 $AS=8$ см.

Тогда радиус описанного около пирамиды
шара равен...

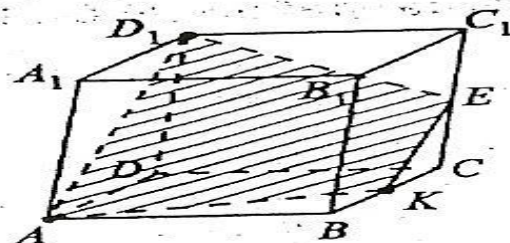


Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей
через точки:

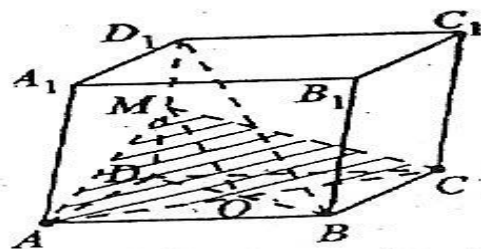
1) A, B, K ;



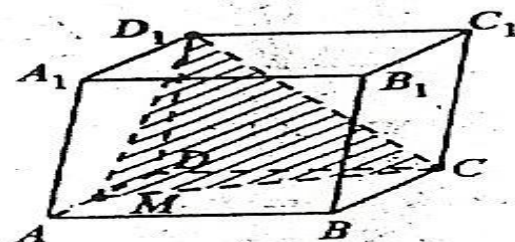
2) A, D_1, K ;



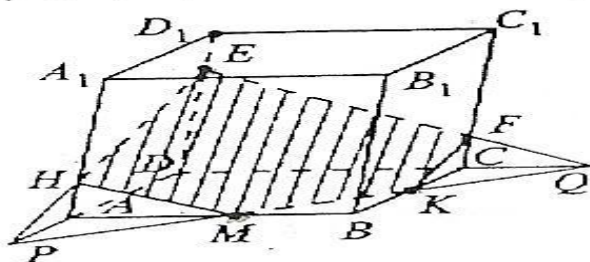
3) A и C параллельно диагонали BD_1 ;



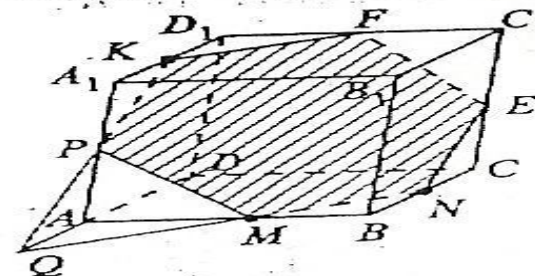
4) M, D_1, C ;



5) M, E, K ;

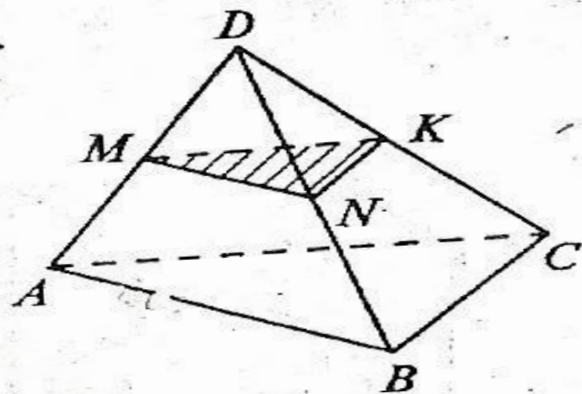


6) K, M, N .

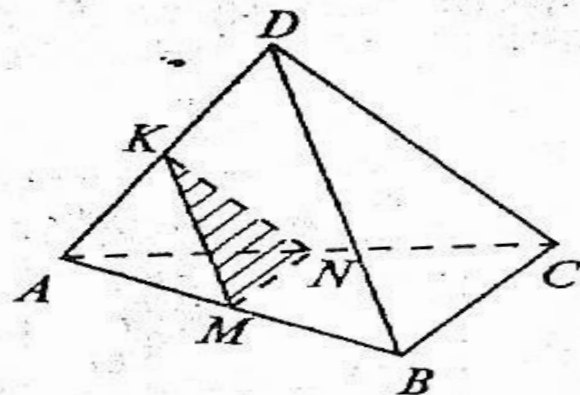


1. Объясните, как построить сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через данные точки M, N, K .
2. В задачах 1—3 найдите периметр сечения, если M, N, K — середины ребер и каждое ребро тетраэдра равно a .

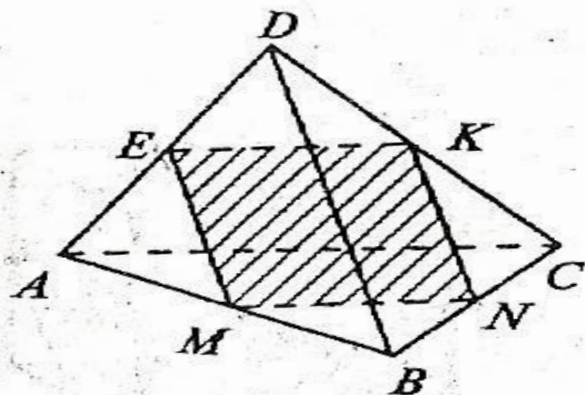
1.



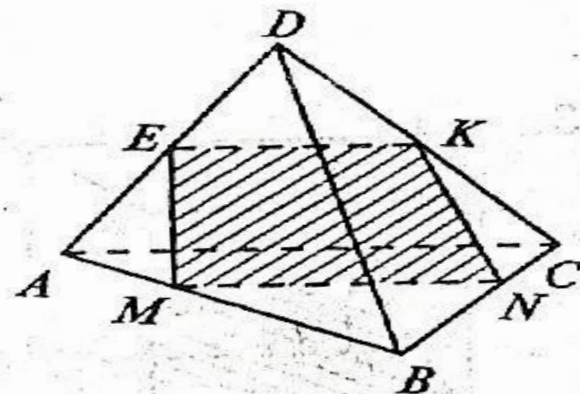
2.



3.



4.



$MN \parallel AC$