

Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам

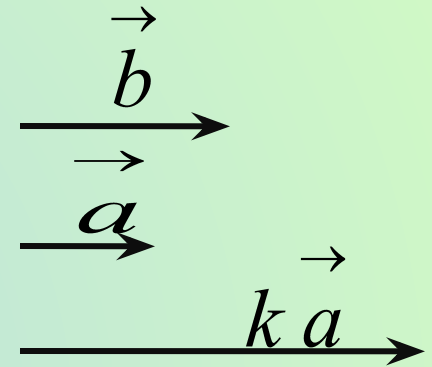
Геометрия 9 класс

Лемма: Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны и $\vec{a} \neq 0$, то существует такое число k , что

$$\vec{b} = k\vec{a}$$

Доказательство:

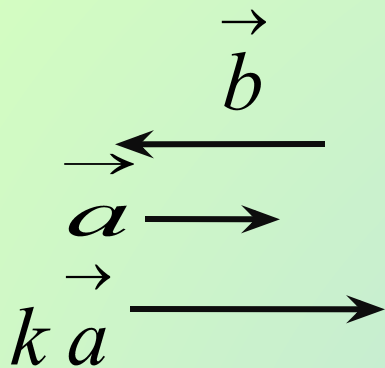
1) $\vec{a} \uparrow \vec{b}$. Возьмём число $k = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$; т.к. $k \geq 0$,



то векторы $k\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены. Кроме

того их длины равны $|k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}| = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} \cdot |\vec{a}| = |\vec{b}|$.

Поэтому $\vec{b} = k \cdot \vec{a}$

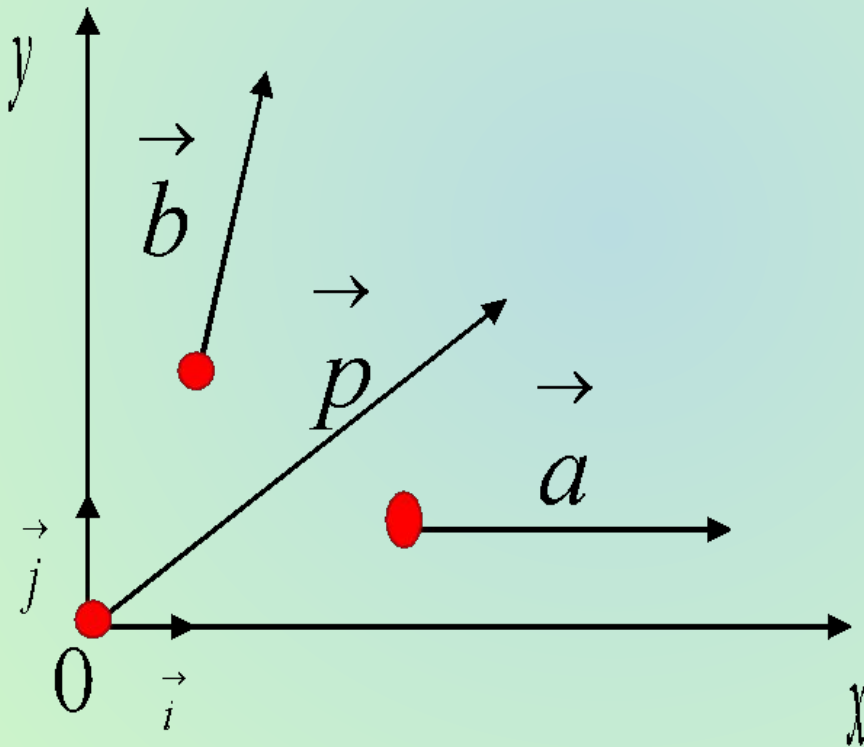


$$2) \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b} \quad \text{si } k = -\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}, \text{ où } k < 0, \text{ on a } \vec{b} = k \vec{a}$$

$$k \vec{a} \text{ est } \vec{b} \text{ si } k = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} \text{ où } k > 0, \text{ on a } \vec{b} = k \vec{a}$$

$$|k \vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}| = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} \cdot |\vec{a}| = |\vec{b}| \quad \text{d'où} \quad \vec{b} = k \vec{a}$$

Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – данные вектора. Вектор $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$,
 x и y – некоторые числа, тогда говорят $\vec{p}$ разложен по
 векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. x и y – коэффициенты разложения.

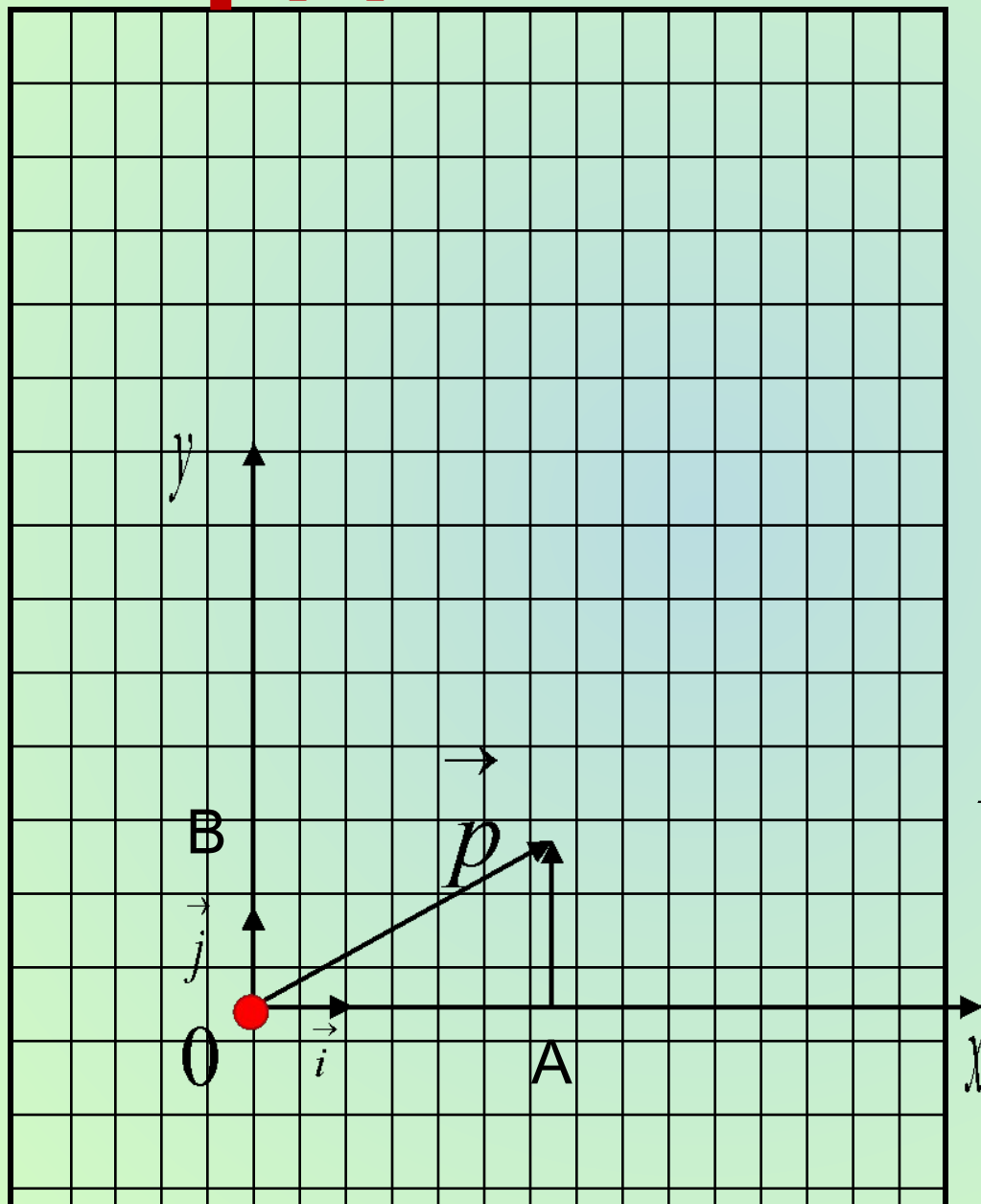


Теорема: Любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причём коэффициенты разложения определяются единственным образом.

Доказательство: Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ - неколлинеарные векторы. Докажем, что любой вектор $\vec{p}$ можно разложить по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Пусть $\vec{p}$ - произвольный вектор. Тогда $\vec{p} = y\vec{b}$, где y - некоторое число

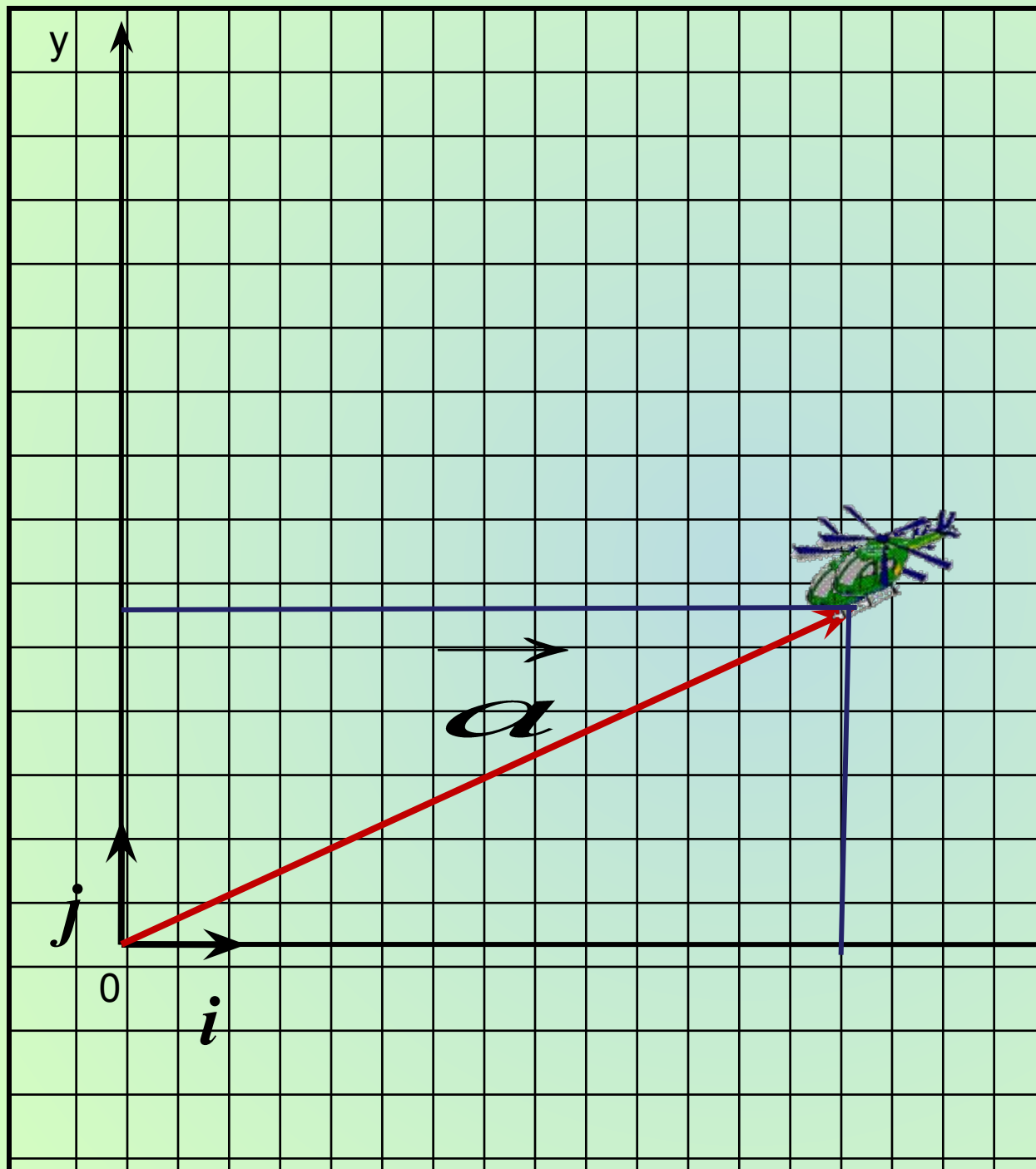
$\vec{p} = 0 \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b}$, т.е. $\vec{p}$ разложен по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Координаты вектора



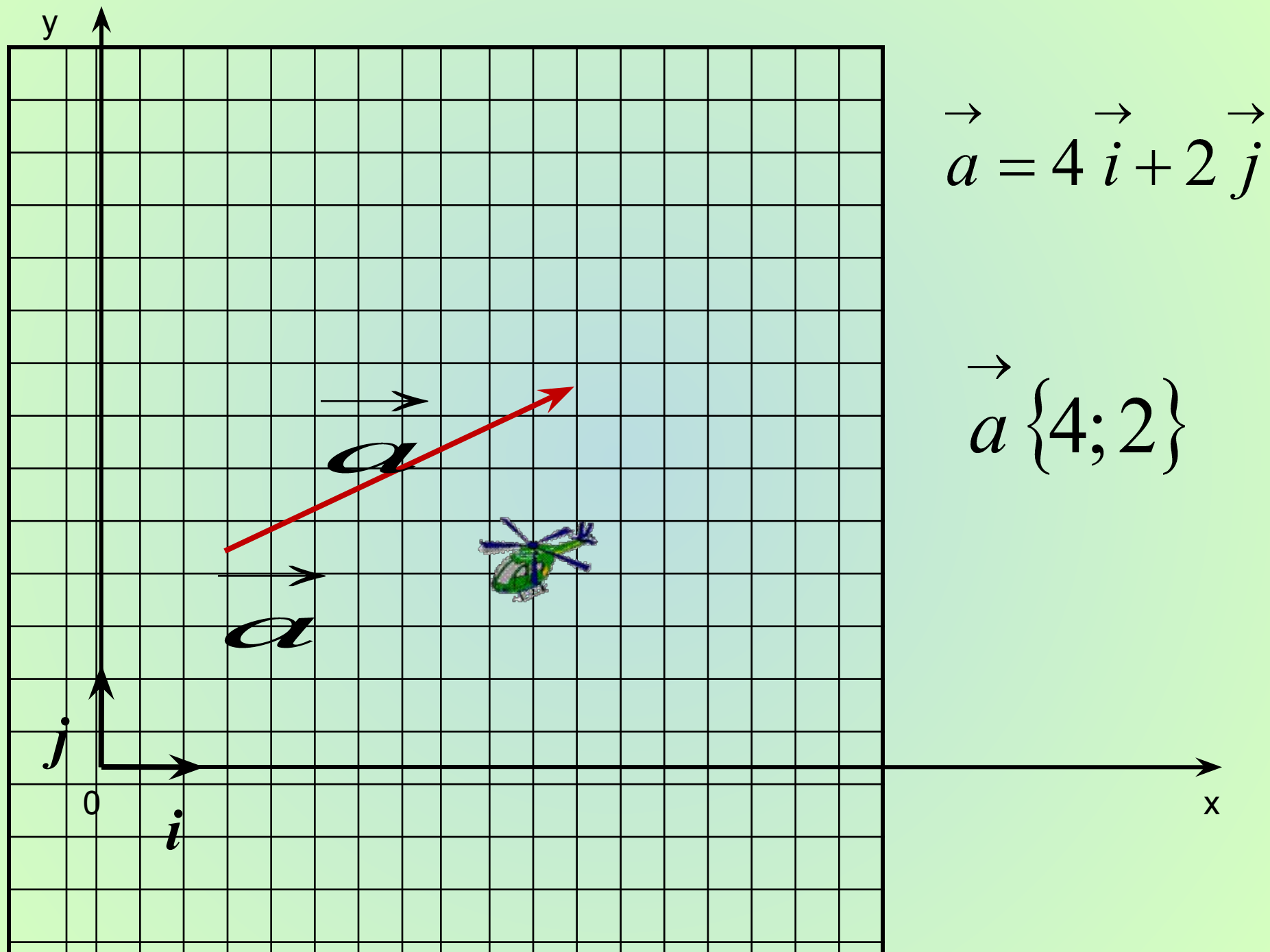
$$\vec{p} \{x; y\}$$

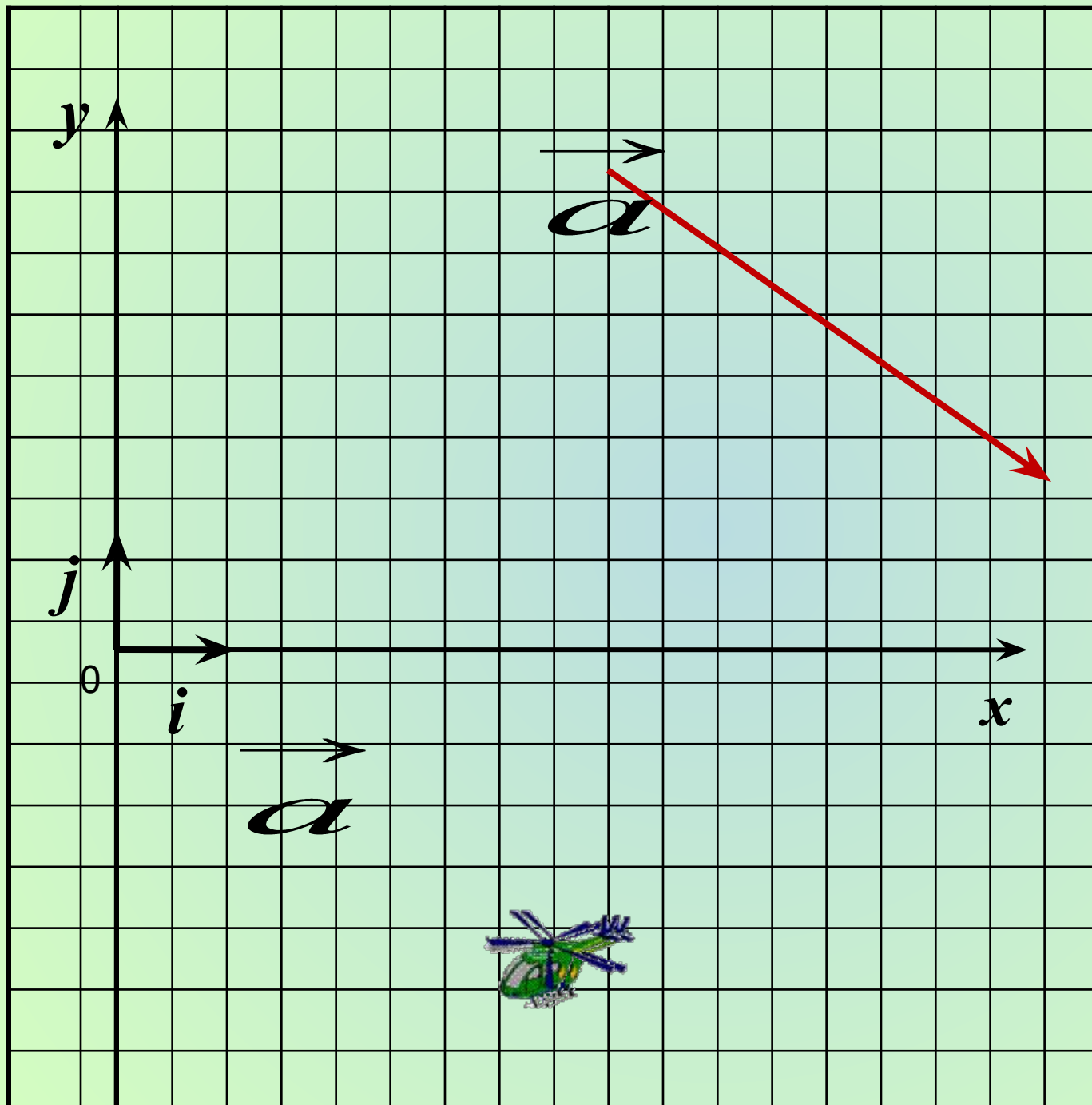
$$\vec{p} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$$



$$\vec{a} = 7 \vec{i} + 3 \vec{j}$$

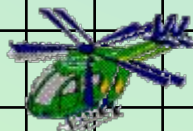
$$\vec{a} \{7; 3\}$$





$$\vec{a} = 4 \vec{i} - 3 \vec{j}$$

$$\vec{a} \{4; -3\}$$



1⁰. Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов. $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2)\vec{i} + (y_1 + y_2)\vec{j}$

2⁰. Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов. $\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2)\vec{i} + (y_1 - y_2)\vec{j}$

3⁰. Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число. $k\vec{a} = kx_1\vec{i} + ky_1\vec{j}$