

Равнобедренные треугольники

Треугольник называется **равнобедренным**, если у него ... две стороны равны (рис. 1).

Эти равные стороны называются ... **боковыми сторонами**, а третья сторона — **основанием**.

Треугольник называется **равносторонним**, если у него ... все стороны равны (рис. 2).

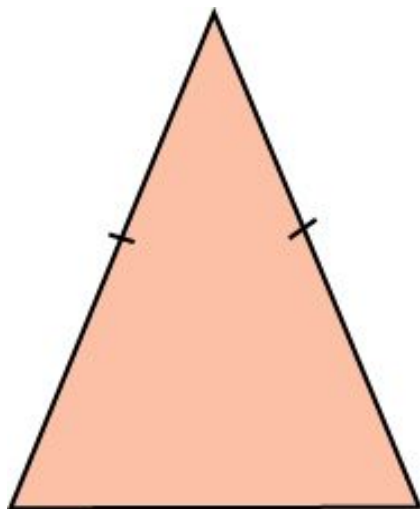


Рис. 1

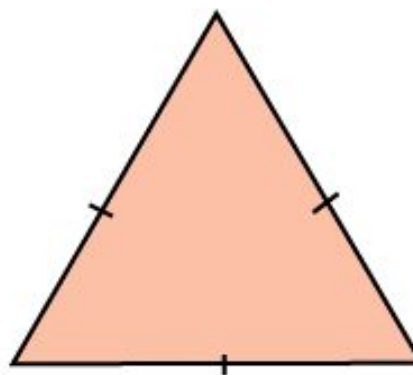
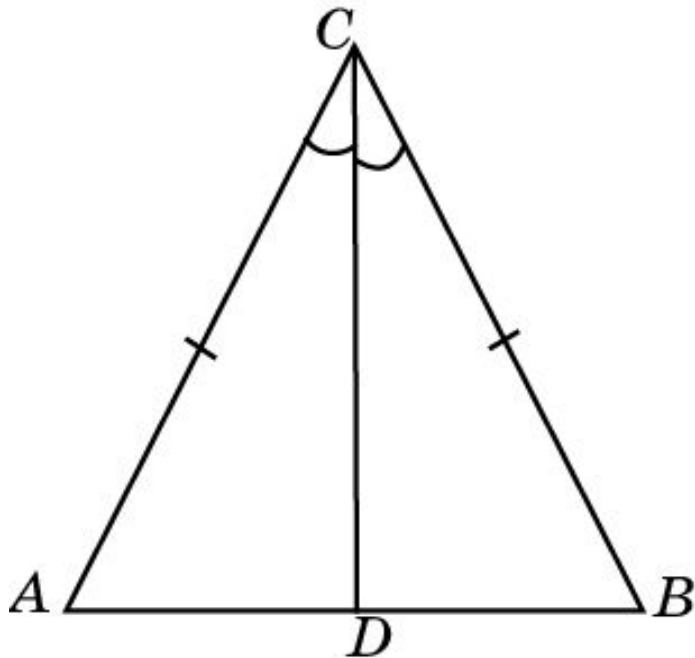


Рис. 2

Теорема

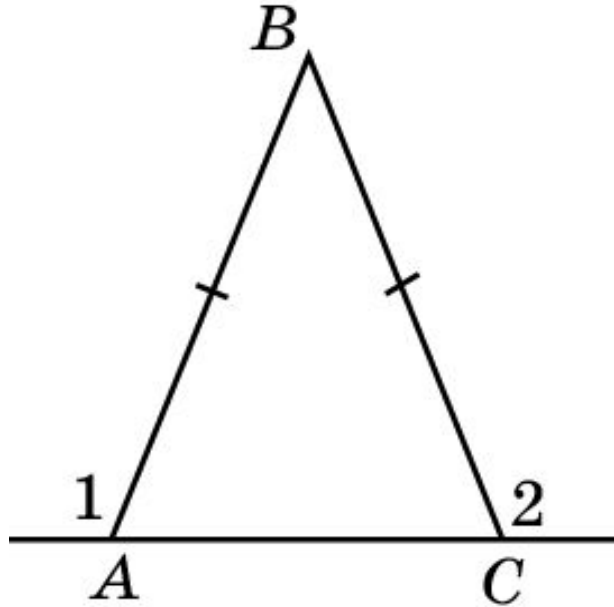
В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является одновременно медианой и высотой.



Доказательство. Пусть ABC – равнобедренный треугольник, $AC = BC$, CD – биссектриса. Тогда треугольник ACD равен треугольнику BCD по первому признаку равенства треугольников ($AC = BC$, CD – общая сторона, $\angle ACD = \angle BCD$). Следовательно, имеют место равенства $AD = BD$, $\angle ADC = \angle BDC$. Первое из этих равенств означает, что CD является медианой данного треугольника, второе – что CD является его высотой.

Упражнение 1

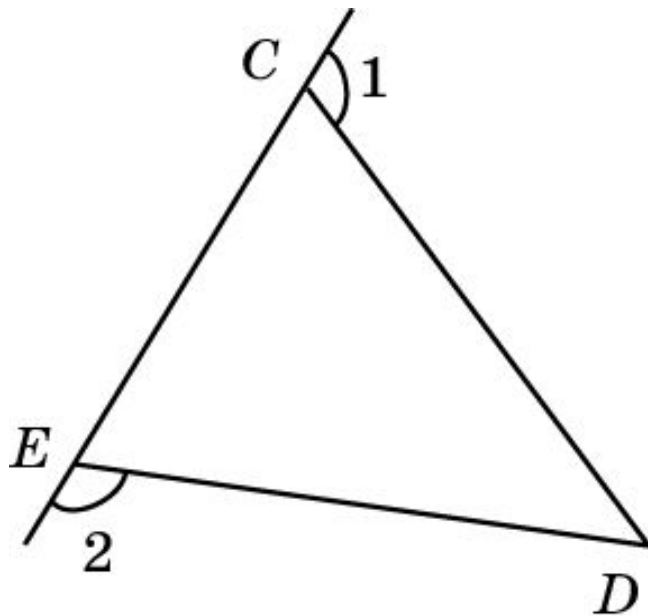
На рисунке $AB = BC$. Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.



Решение: Треугольник ABC – равнобедренный, так как $AB = BC$. Следовательно, $\angle BAC = \angle BCA$, как углы при основании равнобедренного треугольника. Отсюда следует, что $\angle 1 = \angle 2$ как смежные углы соответственно равным углам.

Упражнение 2

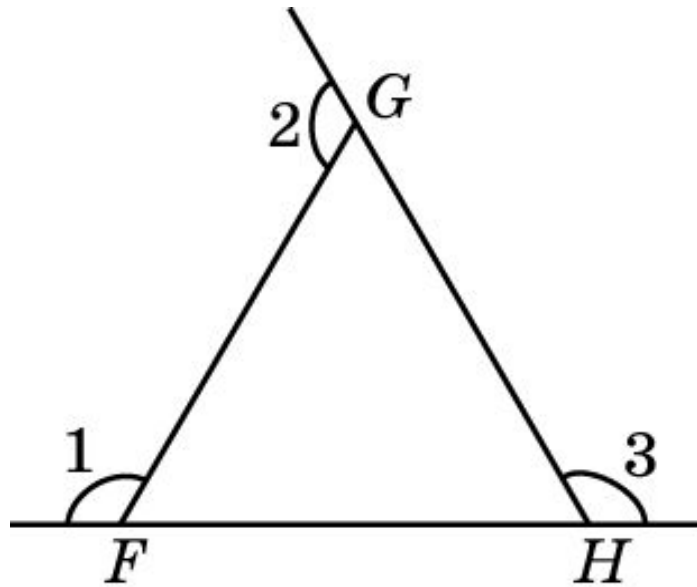
В треугольнике CDE $\angle 1 = \angle 2$. Верно ли утверждение о том, что это равнобедренный треугольник?



Ответ: Да.

Упражнение 3

В треугольнике FGH $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$. Верно ли утверждение о том, что это треугольник: а) равнобедренный; б) равносторонний; в) правильный?



Ответ: а), б), в) Да.

Упражнение 4

Периметр равнобедренного треугольника равен 2 м, а основание - 0,4 м. Найдите боковую сторону.

Ответ: 0,8 м.

Упражнение 5

Периметр равнобедренного треугольника равен 7,5 м, а боковая сторона - 2 м.
Найдите основание.

Ответ: 3,5 м.

Упражнение 6

Периметр равнобедренного треугольника равен 15,6 м. Найдите его стороны, если: а) основание меньше боковой стороны на 3 м; б) основание больше боковой стороны на 3 м.

Ответ: а) 3,2 м; 6, 2 м; 6,2 м;

б) 7,2 м; 4,2 м; 4,2 м.

Упражнение 7

Основание и боковая сторона равнобедренного треугольника относятся как 3:8. Найдите стороны этого треугольника, если его периметр равен 38 см.

Ответ: 6 см; 16 см; 16 см.

Упражнение 8

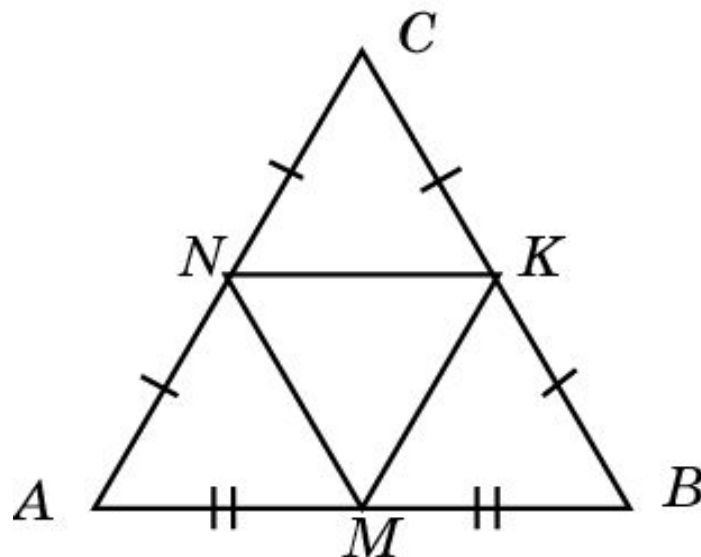
В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена медиана BD .

Найдите ее длину, если периметр треугольника ABC равен 50 м, а треугольника ABD - 40 м.

Ответ: 15 м.

Упражнение 9

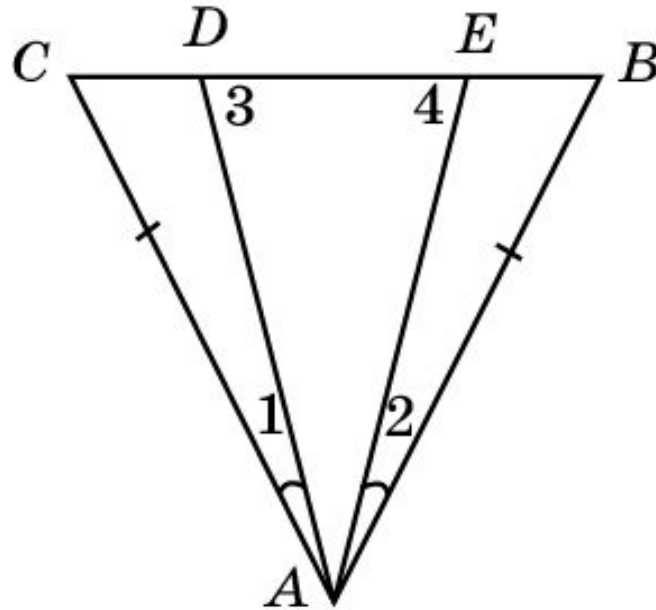
Докажите, что середины сторон равнобедренного треугольника являются вершинами также равнобедренного треугольника.



Доказательство: Пусть треугольник ABC равнобедренный ($AC = BC$). N , M , K – середины сторон. Тогда треугольники AMN и BMK равны по первому признаку и, следовательно, $NM = MK$, т.е. треугольник NMK равнобедренный.

Упражнение 10

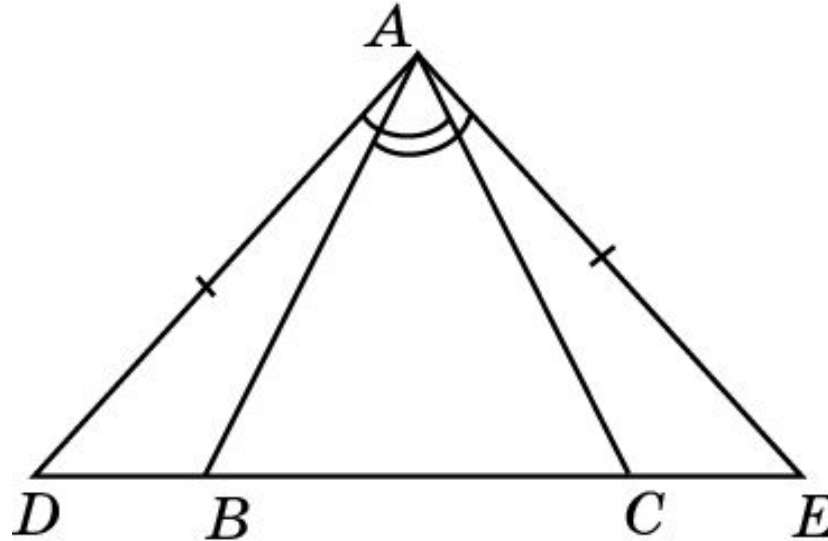
В треугольнике ABC $AB = AC$ и $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $\angle 3 = \angle 4$.



Решение: Треугольники ABE и ACD равны по второму признаку равенства треугольников ($AB = AC$, $\angle BAE = \angle CAD$, $\angle ABE = \angle ACD$). Следовательно, $\angle AEB = \angle ADC$ и, значит, $\angle 3 = \angle 4$.

Упражнение 11

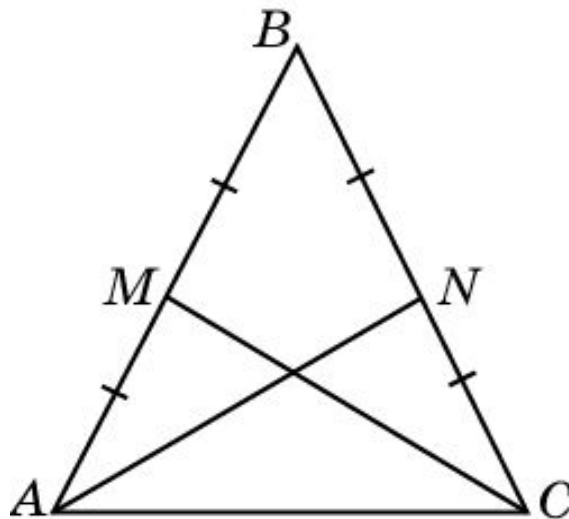
На рисунке $AD = AE$, $\angle CAD = \angle BAE$. Докажите, что $BD = CE$.



Решение: Треугольники ACD и AEB равны по второму признаку равенства треугольников ($AD = AE$, $\angle CAD = \angle BAE$, $\angle ADC = \angle AEB$). Следовательно, $CD = BE$ и, значит, $BD = CE$.

Упражнение 12

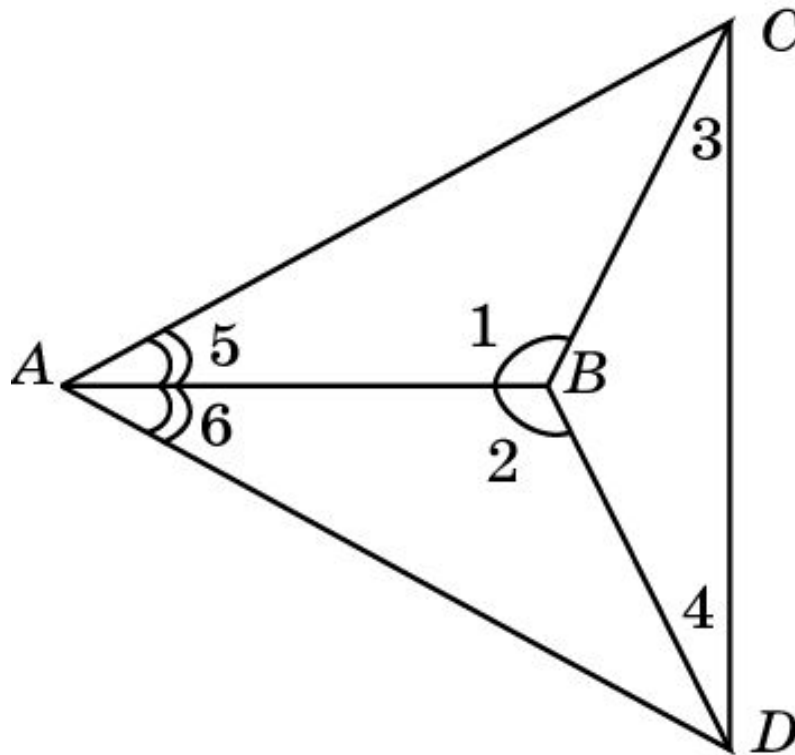
По рисунку докажите, что медианы равнобедренного треугольника, проведенные к его боковым сторонам, равны.



Доказательство: Пусть ABC – равнобедренный треугольник ($AB = BC$), AN и CM – медианы. Тогда $AM = CN$ и треугольники ACM и CAN равны по первому признаку. Следовательно, $AN = CM$.

Упражнение 13

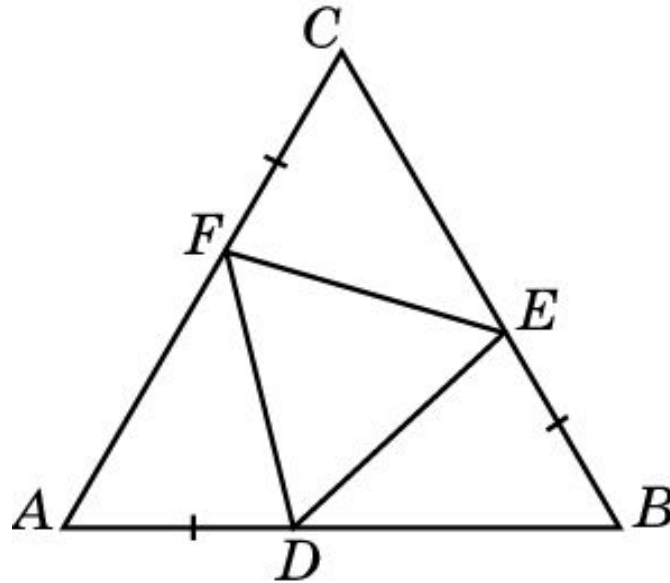
На рисунке $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 5 = \angle 6$. Докажите, что $\angle 3 = \angle 4$.



Доказательство: Треугольники ABC и ABD равны по второму признаку равенства треугольников. Следовательно, $BC = BD$. Треугольник BCD равнобедренный и, значит, $\angle 3 = \angle 4$.

Упражнение 14

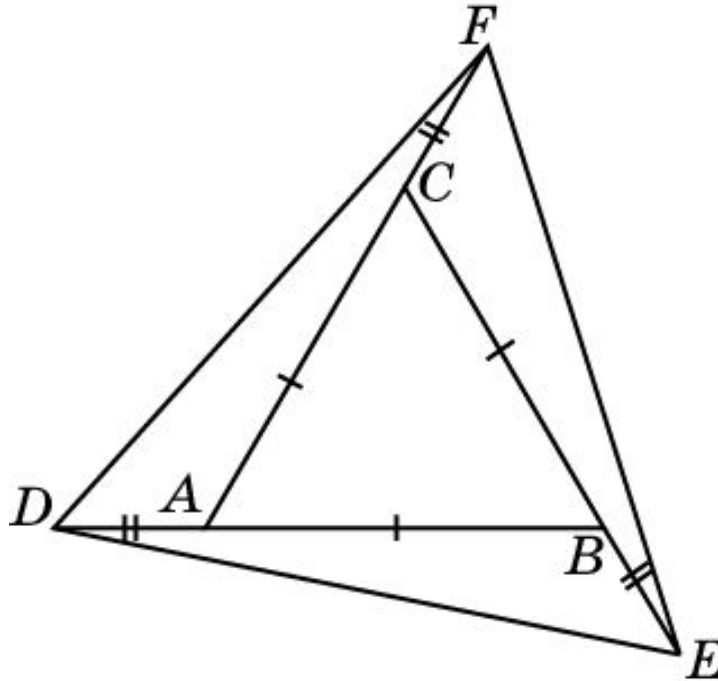
На сторонах правильного треугольника ABC отложены равные отрезки AD , BE и CF . Точки D , E и F соединены отрезками. Докажите, что треугольник DEF правильный.



Доказательство: Треугольники ADF и BED равны по первому признаку равенства треугольников ($AD = BE$, $AF = BD$, угол A равен углу B). Следовательно, $DF = ED$. Аналогично доказывается, что $ED = FE$.

Упражнение 15

На продолжении сторон правильного треугольника ABC отложены равные отрезки AD , BE и CF . Докажите, что треугольник DEF правильный.



Доказательство: Треугольники ADF и BED равны по первому признаку равенства треугольников ($AD = BE$, $AF = BD$, угол A равен углу B). Следовательно, $DF = ED$. Аналогично доказывается, что $ED = FE$.