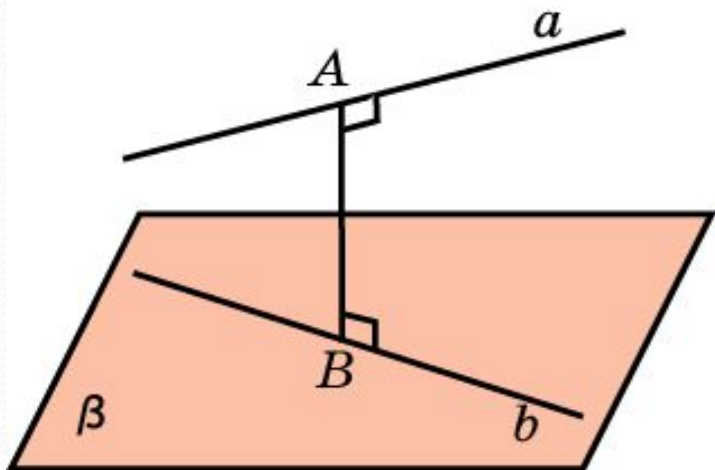
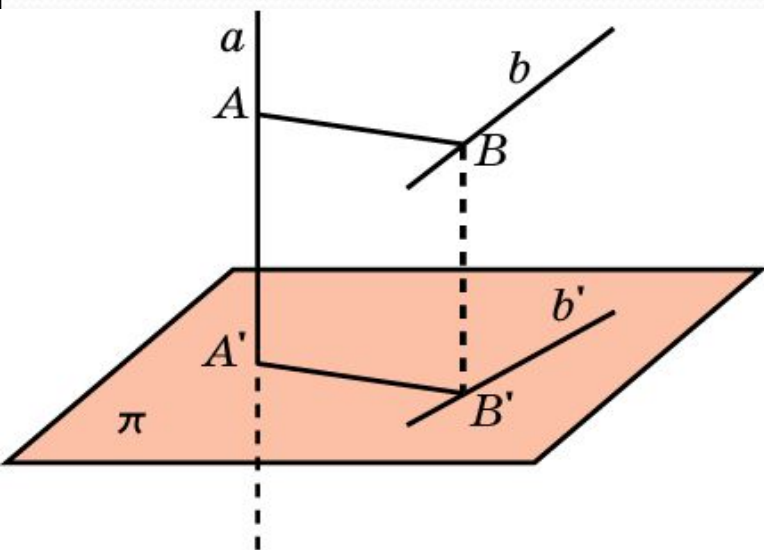


РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ



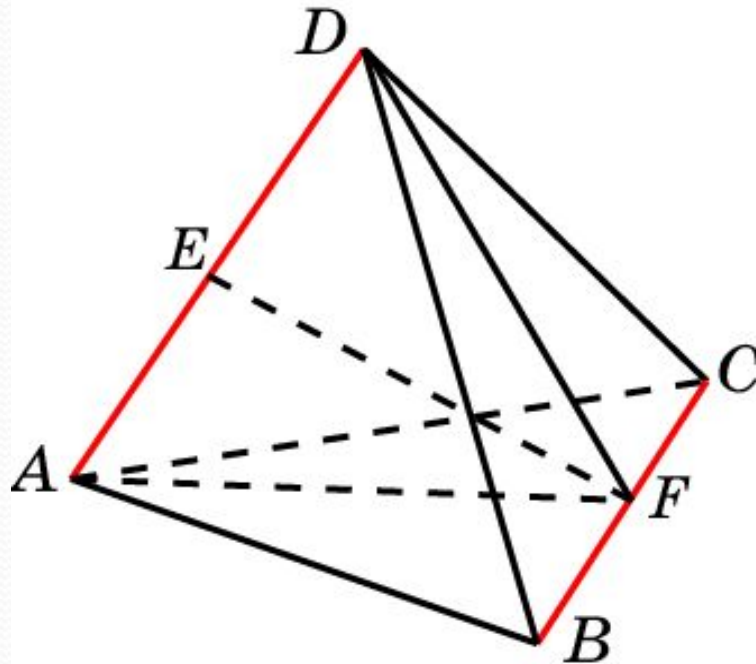
Расстоянием между двумя непересекающимися прямыми в пространстве называется длина общего перпендикуляра, проведенного к этим прямым.

Если одна из двух данных прямых лежит в плоскости, а другая — параллельна этой плоскости, то расстояние между данными прямыми равно расстоянию между прямой и плоскостью.



Если ортогональная проекция на плоскость переводит прямую a в точку A' , а прямую b в прямую b' , то расстояние AB между прямыми a и b равно расстоянию $A'B'$ от точки A' до прямой b' .

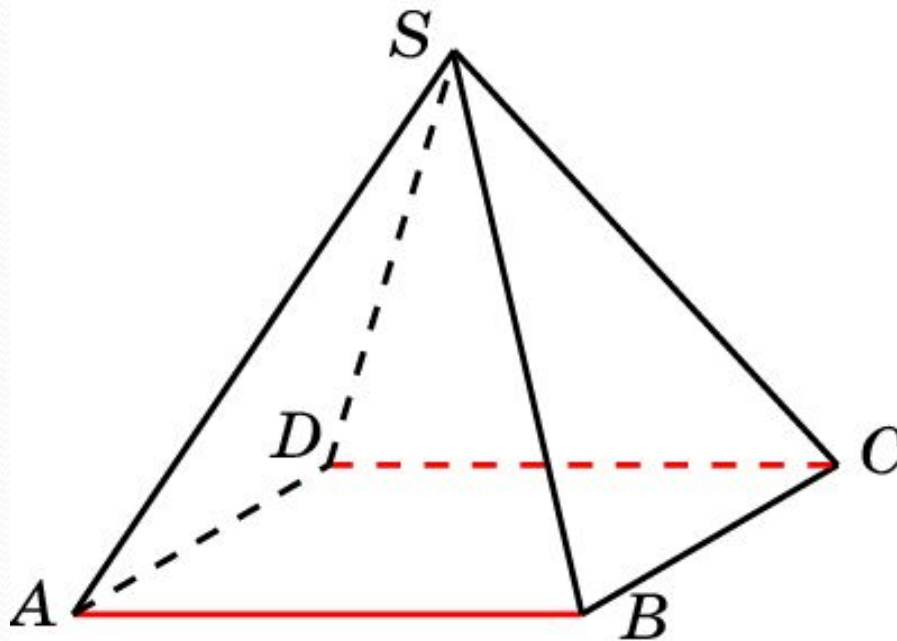
В правильном тетраэдре $ABCD$ найдите расстояние между прямыми AD и BC .



Решение. Искомое расстояние равно длине отрезка EF , где E, F – середины ребер AD, BC . В треугольнике DAG $DA = 1$, $AG = DG = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Следовательно, $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

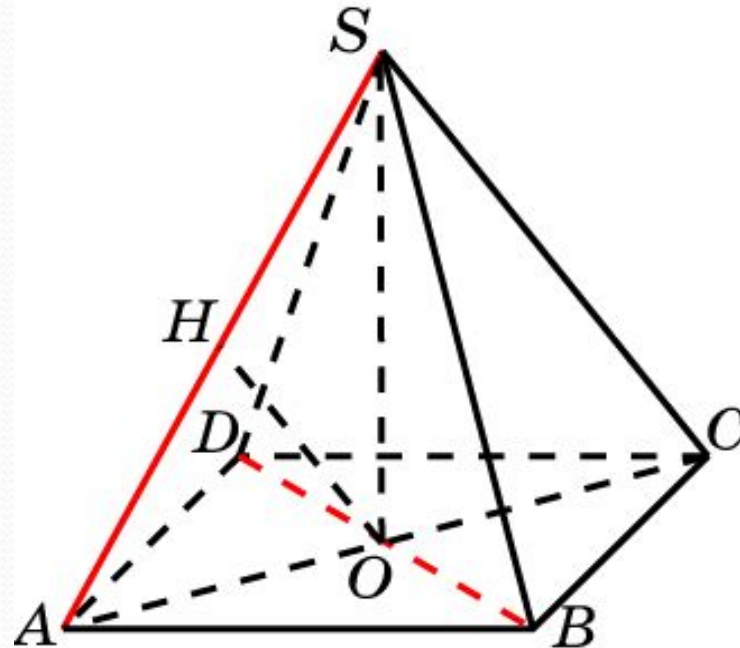
Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми SA и BD .



Ответ: 1.

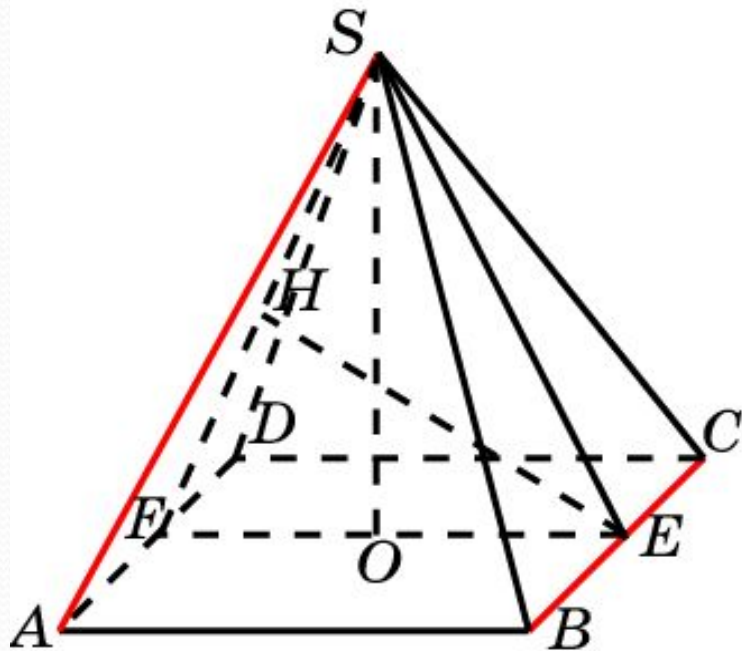
В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми SA и BD .



Решение. Искомое расстояние равно высоте OH треугольника SAO , где O – середина BD . В прямоугольном треугольнике SAO имеем: $SA = 1$, $AO = SO = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Следовательно, $OH = \frac{1}{2}$.

Ответ: $\frac{1}{2}$.

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми SA и BC .

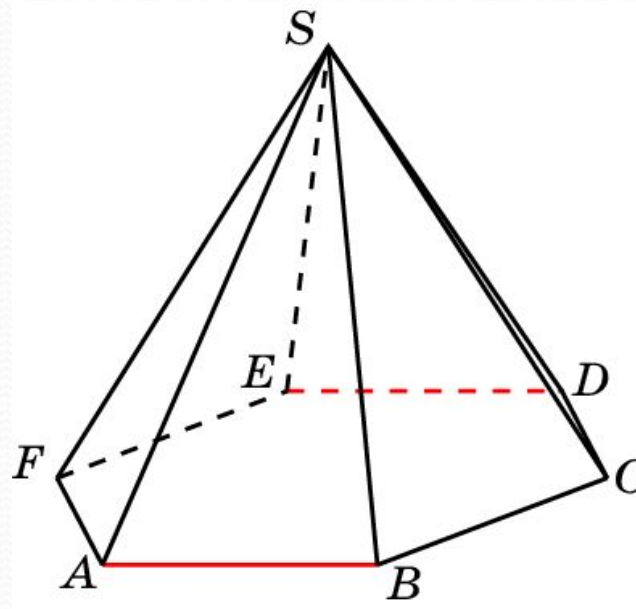


Решение. Плоскость SAD параллельна прямой BC . Следовательно, искомое расстояние равно расстоянию между прямой BC и плоскостью SAD . Оно равно высоте EH треугольника SEF , где E, F – середины ребер BC, AD . В треугольнике SEF имеем:

$$EF = 1, SE = SF = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Высота } SO \text{ равна } \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Следовательно, } EH = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

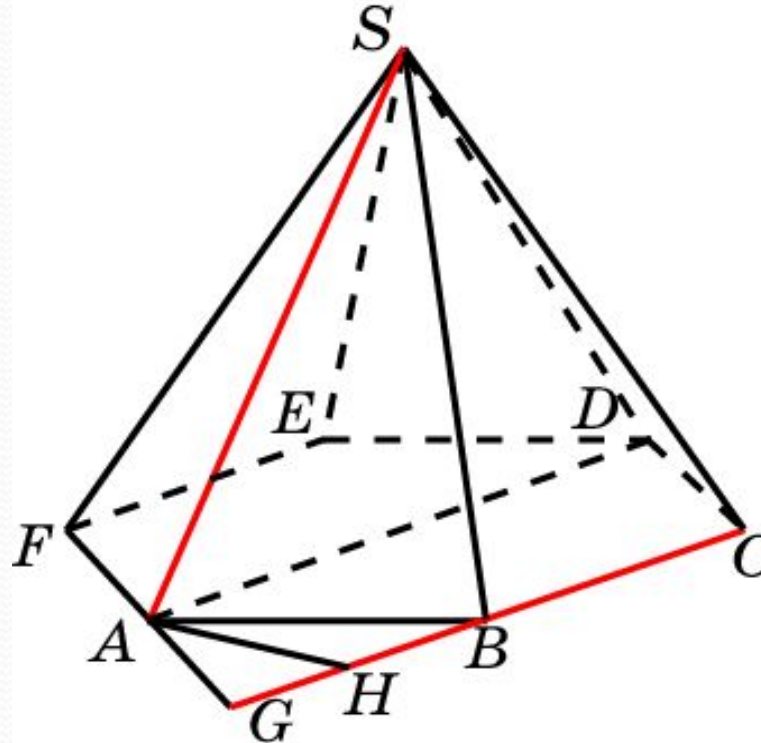
Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

В правильной 6-ой пирамиде $SAB CDEF$, ребра основания которой равны 1, найдите расстояние между прямыми AB и DE .



Ответ: $\sqrt{3}$.

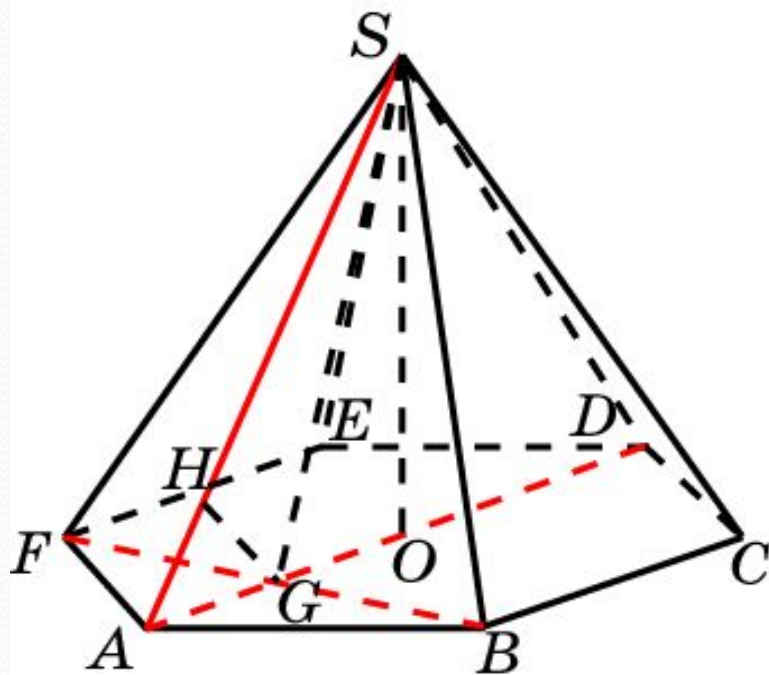
В правильной 6-ой пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние между прямыми SA и BC .



Решение: Продолжим ребра BC и AF до пересечения в точке G . Общим перпендикуляром к SA и BC будет высота AH треугольника ABG . Она равна $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

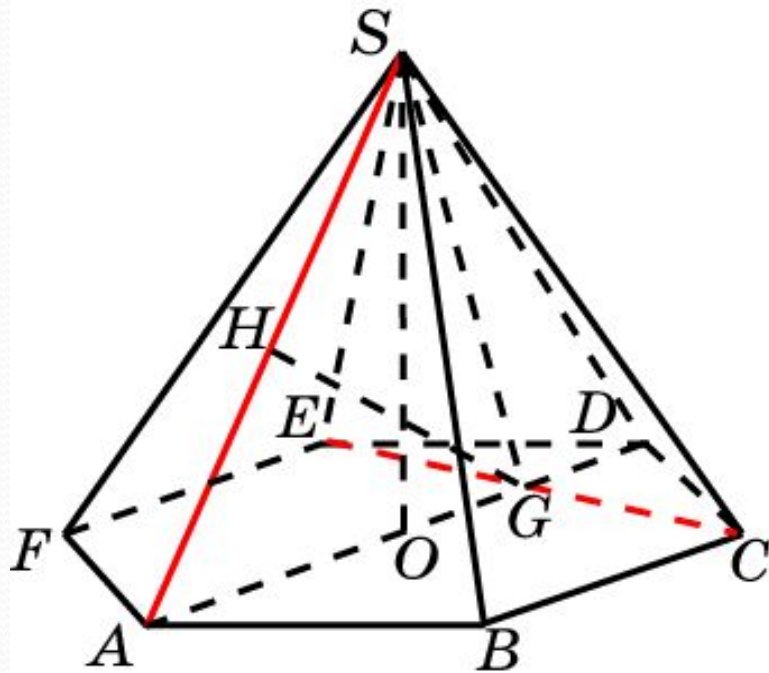
В правильной 6-ой пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние между прямыми SA и BF .



Ответ: $\frac{3}{4}$.

Решение: Искомым расстоянием является высота GH треугольника SAG , где G – точка пересечения BF и AD . В треугольнике SAG имеем:
 $SA = 1$, $AG = \frac{\sqrt{3}}{2}$, высота SO равна $\sqrt{3}$.
Отсюда находим $GH = \frac{3}{4}$.

В правильной 6-ой пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние между прямыми SA и CE .

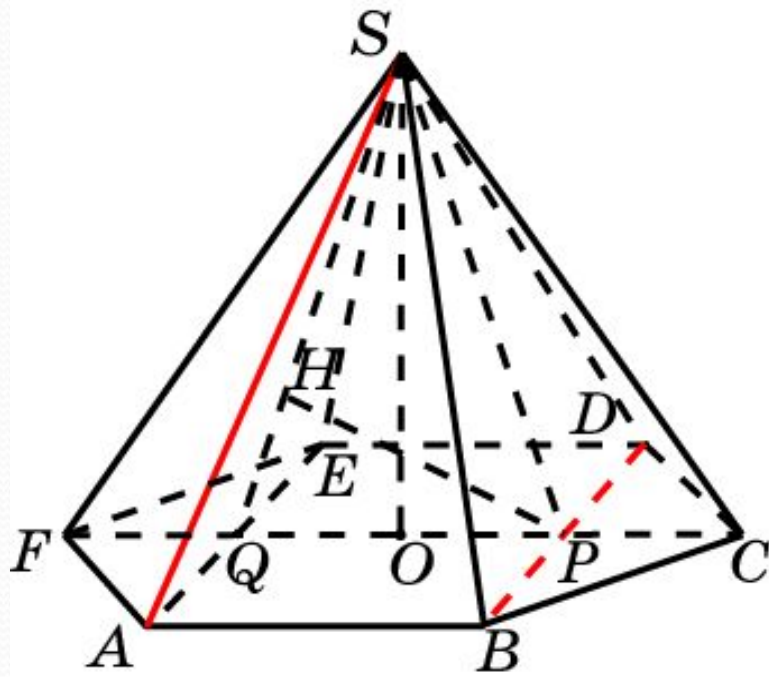


Решение: Искомым расстоянием является высота GH треугольника SAG , где G – точка пересечения CE и AD . В треугольнике SAG имеем:

$SA = 2$, $AG = \frac{3}{2}$, высота SO равна $\sqrt{3}$. Отсюда находим $GH = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Ответ: $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

В правильной 6-ой пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние между прямыми SA и BD .



Решение: Прямая BD параллельна плоскости SAE . Искомое расстояние равно расстоянию между прямой BD и этой плоскостью и равно высоте PH треугольника SPQ . В этом треугольнике высота SO равна $\sqrt{3}$, $PQ = 1$, $SP = SQ = \frac{\sqrt{13}}{2}$. Отсюда находим $PH^2 = \frac{2\sqrt{39}}{13}$.

Ответ: $\frac{2\sqrt{39}}{13}$.