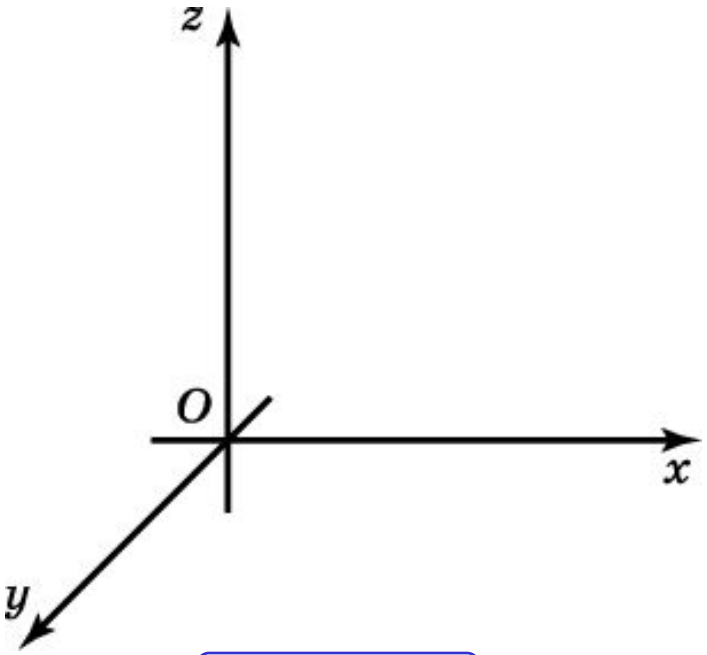
Прямоугольная система координат

Прямоугольной системой координат в пространстве называется тройка взаимно перпендикулярных координатных прямых с общим началом координат. Общее начало координат обозначается буквой O, а координатные прямые обозначаются Ox, Oy, Oz и называются соответственно осью абсцисс, осью ординат и осью аппликат .

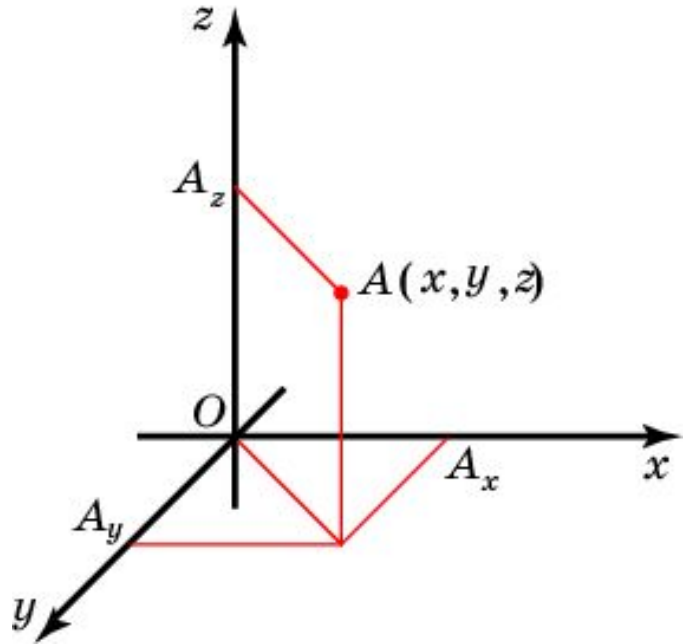
Плоскости, проходящие через пары координатных прямых, называются координатными плоскостями и обозначаются Oxy, Oxz и Oyz соответственно.



900igr.net

Координаты точки

Пусть A - произвольная точка пространства, в котором выбрана прямоугольная система координат. Через точку A проведем плоскость, перпендикулярную оси Ox, и точку ее пересечения с осью Ox обозначим Ax. Координата этой точки на оси Ox называется абсциссой точки A и обозначается x. Аналогично на осях Oy и Oz определяются точки Ay и Az, координаты которых называются соответственно ординатой и аппликатой точки A и обозначаются y и z соответственно. Тройка чисел (x, y, z) называется координатами точки A в пространстве.



Р. Декарт

Впервые прямоугольные координаты были введены Р. Декартом (1596-1650), поэтому прямоугольную систему координат называют также декартовой системой координат, а сами координаты – декартовыми координатами. Введение прямоугольных координат на плоскости позволило свести многие геометрические задачи к чисто алгебраическим и, наоборот, алгебраические задачи – к геометрическим. Метод, основанный на этом, называется методом координат.

Упражнение 1

Найдите координаты ортогональных проекций точек $A(1, 3, 4)$ и $B(5, -6, 2)$ на: а) плоскость Oxy; б) плоскость Oyz; в) ось Ox; г) ось Oz.

Ответ: а) (1, 3, 0), (5, -6, 0); б) (0, 3, 4), (0, -6, 2); в) (1, 0, 0), (5, 0, 0); г) (0, 0, 4), (0, 0, 2).

Упражнение 2

Что представляет собой геометрическое место точек пространства, для которых: а) первая координата равна нулю; б) вторая координата равна нулю; в) третья координата равна нулю; г) первая и вторая координаты равны нулю; д) первая и третья координаты равны нулю; е) вторая и третья координаты равны нулю; ж) все координаты равны нулю?

Ответ: а) Плоскость Oyz; б) плоскость Oxz; в) плоскость Oxy; г) ось Oz; д) ось Oy; е) ось Ox; ж) начало координат.

Упражнение 3

На каком расстоянии находится точка $A(1, -2, 3)$ от координатной плоскости: а) Oxy; б) Oxz; в) Oyz?

Ответ: а) 3; б) 2; в) 1.

Упражнение 4

На каком расстоянии находится точка $A(1, -2, 3)$ от координатной прямой: а) Ox; б) Oy; в) Oz?

Ответ: а) $\sqrt{13}$; б) $\sqrt{10}$; в) $\sqrt{5}$.

Упражнение 5

Каким является геометрическое место точек пространства, для которых: а) первая координата равна единице; б) первая и вторая координаты равны единице?

Ответ: а) Плоскость, параллельная плоскости Oyz и проходящая через точку (1, 0, 0);

б) прямая, параллельная оси Oz и и проходящая через точку (1, 1, 0).

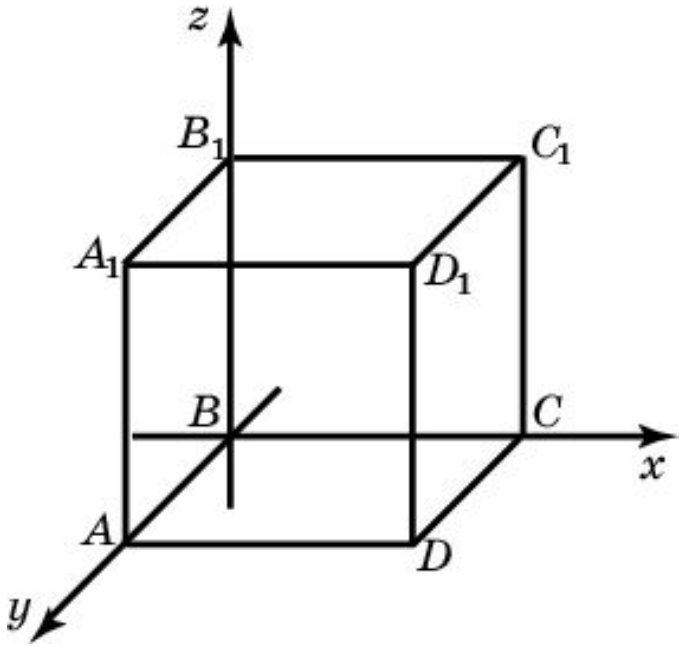
Упражнение 6

Какому условию удовлетворяют координаты точек пространства, одинаково удаленные от: а) двух координатных плоскостей Oxy, Oyz; б) всех трех координатных плоскостей?

Ответ: а) $z=x$; б) $x=y=z$.

Упражнение 7

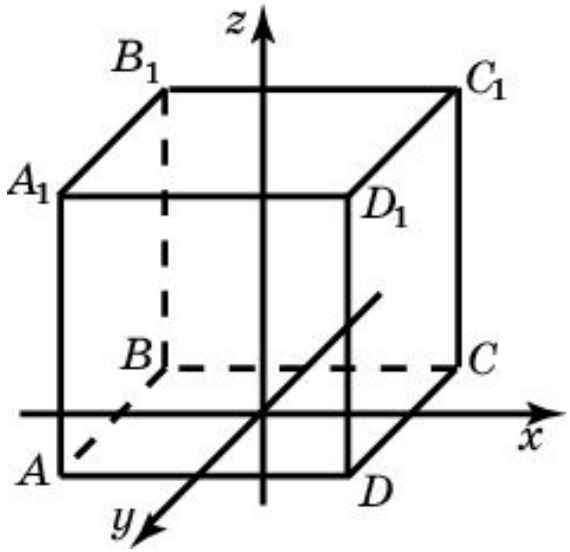
Дан куб $A...D_1$, ребро которого равно 1. Начало координат находится в точке B. Положительные лучи осей координат соответственно BA, BC и BB_1. Назовите координаты всех вершин куба.



Ответ: $A(1, 0, 0)$, $B(0, 0, 0)$, $C(0, 1, 0)$, $D(1, 1, 0)$, $A_1(1, 0, 1)$, $B_1(0, 0, 1)$, $C_1(0, 1, 1)$, $D_1(1, 1, 1)$.

Упражнение 8

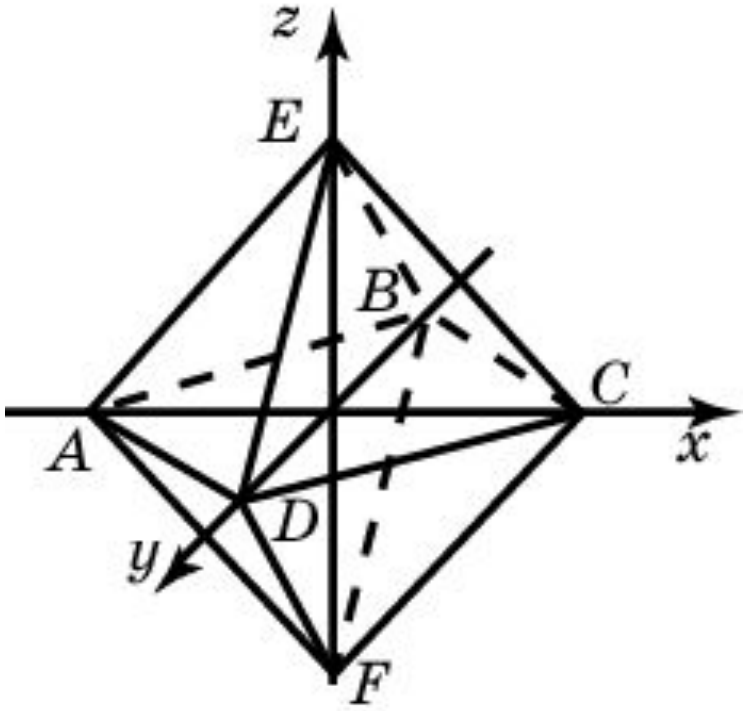
Куб $A...D_1$ помещен в прямоугольную систему координат так, что началом координат является центр нижнего основания куба, ребра куба параллельны соответствующим осям координат, вершина A имеет координаты (-2, 2, 0). Найдите координаты всех остальных вершин куба.



Ответ: $B(-2, -2, 0)$, $C(2, -2, 0)$, $D(2, 2, 0)$, $A_1(-2, 2, 4)$, $B_1(-2, -2, 4)$, $C_1(2, -2, 4)$, $D_1(2, 2, 4)$.

Упражнение 9

Центром октаэдра является начало координат. Две его вершины имеют координаты (1, 0, 0) и (0, 1, 0). Найдите координаты остальных вершин октаэдра.



Ответ: (-1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, 1), (0, 0, -1).

Упражнение 10

Как расположена сфера радиуса 2 с центром в точке с координатами (1, 2, 3) относительно координатных плоскостей?

Ответ: Не имеет общих точек с координатной плоскостью Oxz; касается координатной плоскости Oxz; пересекает координатную плоскость Oyz.

Упражнение 11

Точка A имеет координаты (x, y, z). Найдите координаты симметричной точки относительно: а) координатных плоскостей; б) координатных прямых; в) начала координат.

Ответ: а) $(-x, y, z)$, $(x, -y, z)$, $(x, y, -z)$;

б) $(-x, -y, z)$, $(-x, y, -z)$, $(x, -y, -z)$;

в) $(-x, -y, -z)$.

Упражнение 12

Найдите координаты середины отрезка: а) AB, если $A(1, 2, 3)$ и $B(-1, 0, 1)$; б) CD, если $C(3, 3, 0)$ и $D(3, -1, 2)$.

Ответ: а) (1, 1, 2);

б) (3, 1, 1).