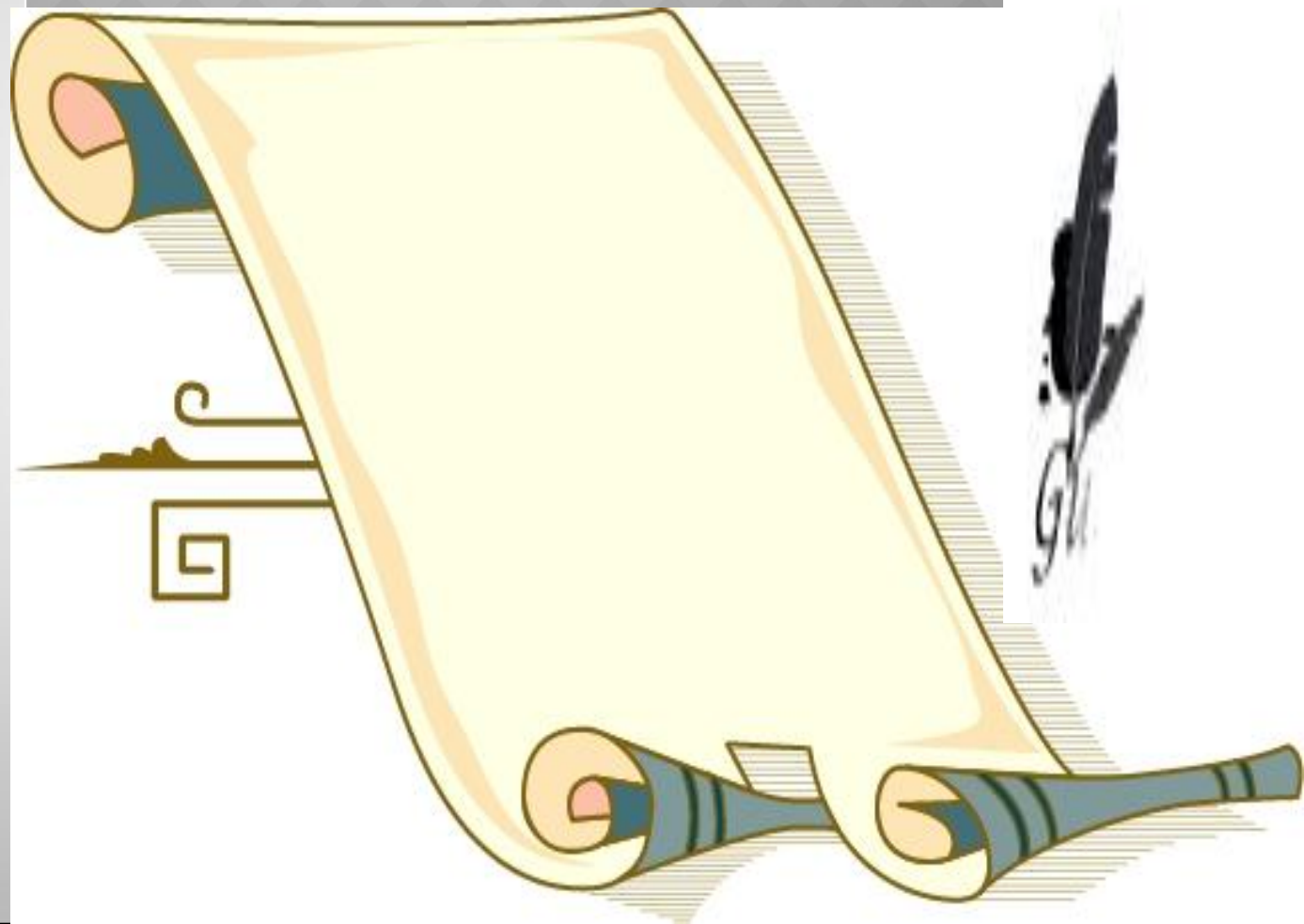


***ПРОСТЕЙШИЕ***

***ТРИГОНОМЕТРИЧЕСК  
ИЕ***

***УРАВНЕНИЯ.***

# *История развития тригонометрии.*



# ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ТРИГОНОМЕТРИИ.

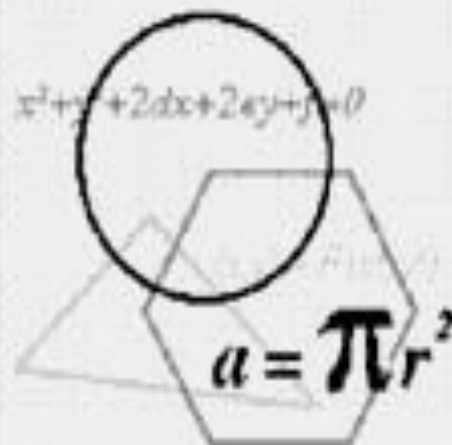


*Некоторые тригонометрические сведения были известны древним вавилонянам и египтянам, но основы этой науки заложены в Древней Греции.*

*Греческий астроном Гиппарх во II веке до н.э. составил таблицу числовых значений хорд в зависимости от величин стягиваемых ими дуг.*



# Клавдий Птолемей



Птолемей делил окружность на  $360^\circ$ , а диаметр на 120 частей. И записывал на основании теоремы

Пифагора:

$(\text{хорда } a)^2 + (\text{хорда } (180 - a))^2 = (\text{диаметр})^2$ ,

что соответствует современной формуле

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1.$$

Применив известные из геометрии теоремы, ученый нашел зависимости, которые равнозначны следующим формулам при условии:

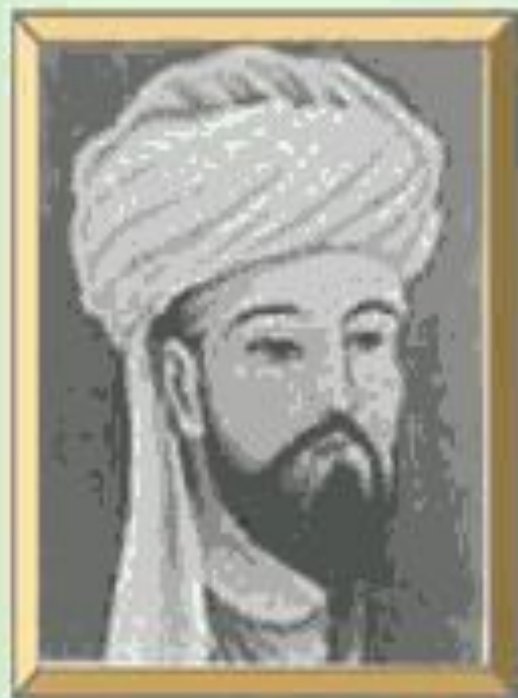
$$0^\circ < a < 90^\circ$$

$$a/2 = \sqrt{1 - \cos a} / 2$$

$$\sin(a - B) = \sin a \cdot \cos B - \cos a \cdot \sin B$$



Дальнейшее развитие учение о  
тригонометрических  
величинах получило в IX – XV в.в. в  
странах Среднего  
и Ближнего Востока в трудах ряда  
математиков.



Насирэддин Туси

В «Трактате о полном  
четырёхстороннике»  
впервые изложил  
тригонометрические  
сведения как  
самостоятельный  
отдел математики, а не  
придаток в астрономии.



Дальнейшее развитие учение о  
тригонометрических  
величинах получило в IX – XV в.в. в  
странах Среднего  
и Ближнего Востока в трудах ряда  
математиков.



**Аль-Хорезми**

*Составил таблицы  
синусов и котангенсов.*



Дальнейшее развитие учение о  
тригонометрических  
величинах получило в IX – XV в.в. в  
странах Среднего  
и Ближнего Востока в трудах ряда  
математиков.



Аль Каши

В первой половине XV века  
вычислил с большой точностью  
тригонометрические таблицы  
с шагом в  $1^\circ$ , которые на  
протяжении  
250 лет оставались  
непревзойденными.



Позже тригонометрия  
начала широко изучаться  
в Европе.



Его обширные таблицы синусов  
через  $1^\circ$  с точностью до 7-ой цифры  
и его изложенный  
тригонометрический труд  
«Пять книг о треугольниках всех  
видов» имели большое значение для  
дальнейшего развития тригонометрии  
в XVI – XVII вв.

И. Региомонтан



В XVII – XIX вв. тригонометрия становится одной из глав математического анализа. Она находит большое применение в механике, физике и технике, особенно при изучении колебательных движений и других периодических процессов.



Иоганн Бернулли

Применял символы тригонометрических функций. Из физики известно, что уравнение гармонического колебания (например, колебания маятника) имеет вид:

$$y = A \sin ( \omega t + a )$$

График гармонических колебаний называется синусоидой, поэтому в физике и технике сами гармонические колебания часто называют синусоидальными колебаниями.



Исаак Ньютон

Содействовал  
развитию  
аналитической  
теории  
тригонометрических  
функций.



Н.И.Лобачевский

В XIX веке продолжил  
развитие теории  
тригонометрических  
функций.



Основоположник аналитической  
теории  
тригонометрических функций.

Леонард Эйлер

Разрабатывает учение  
о тригонометрических  
функциях  
любого аргумента

10784.36  
5  
2.71372  
**9 ÷ 1**

Трактует синус, косинус и т.д. не как тригонометрические линии, обязательно связанные с окружностью, а как тригонометрические функции, которые рассматриваются как отношение сторон прямоугольного треугольника, как числовые величины.

«Введение в анализ бесконечных» 1748 г.

Леонард Эйлер

Исключил из своих формул  $R$  – целый синус, принимая  $R = 1$ , и упростил таким образом записи и вычисления.

10784.36  
5  
2.71372  
**9÷1**

УСТНАЯ РАБОТА

# ОТВЕТЬТЕ НА ВОПРОСЫ:

- Может ли косинус быть равным:
- $0,75$ ;  $5/3$ ;  $-0,35$ ;  $\pi/3$ ;  $3/\pi$ ;  $\sqrt{3}$ ?
- Может ли синус быть равным:
- $-3,7$ ;  $3,7$  ;  $3\pi/4$ ;  $0,99$  ?

# ОТВЕТЬТЕ НА ВОПРОСЫ:

- При каких значениях  $a$  справедливы следующие равенства:
- $\cos \alpha = a/7$ ,
- $\sin \alpha = \pi/a$ ;
- $\cos \alpha = \sqrt{a}$  ;
- $\operatorname{tg} \alpha = a/10$  ;
- $\sin \alpha = \pi a$  ?

# ОТВЕТЬТЕ НА ВОПРОСЫ:

⦿ Назовите все числа, синус которых равен:

⦿ 1;

⦿  $\frac{1}{2}$ ;

⦿ -1;

⦿ 2;

⦿  $\sqrt{2}/2$ ;

⦿ 0

# ИЗУЧЕНИЕ НОВОГО МАТЕРИАЛА:

- Простейшими тригонометрическими уравнениями называют уравнения вида:
- $T(kx+m)=a$ , где  $T$ - знак какой-либо тригонометрической функции, например:
- $\cos t = a$ , где  $|a| \leq 1$ ;
- $\sin t = a$ , где  $|a| \leq 1$ ;
- $\operatorname{tg} t = a$  ;
- $\operatorname{ctg} t = a$ .

# ПОДВЕДЁМ ИТОГИ ИЗУЧЕННОГО:

| Уравнение                       | Решения:                                                                               |
|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| $\cos t = a$ , где $ a  \leq 1$ | $t = \pm \arccos a + 2\pi k$ ,<br>$k \in \mathbb{Z}$ .                                 |
| $\sin t = a$ , где $ a  \leq 1$ | $t = \arcsin a + 2\pi k$ ,<br>$t = \pi - \arcsin a + 2\pi k$ ,<br>$k \in \mathbb{Z}$ . |
| $\operatorname{tg} t = a$       | $t = \operatorname{arctg} a + \pi k$ ,<br>$k \in \mathbb{Z}$ .                         |
| $\operatorname{ctg} t = a$ .    | $t = \operatorname{arcctg} a + \pi k$ ,<br>$k \in \mathbb{Z}$ .                        |

# РЕШЕНИЕ УПРАЖНЕНИЙ:

| <b>I уровень</b><br><b>Решить уравнение:</b>                                                 | <b>II уровень</b><br><b>Найдите корни уравнения на заданном промежутке:</b>                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>№22.1 (а,б)</b><br>а) $\cos x = \frac{1}{2}$ ;<br>Б) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .     | <b>№22.3 (а,б)</b><br>а) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , $x \in [0; 2\pi]$ ;<br>б) $\cos x = -\frac{1}{2}$ , $x \in [2\pi; 4\pi]$ |
| <b>№22.8 (а,б)</b><br>а) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,<br>Б) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | <b>№22.14 (а,б)</b><br>а) $\sin x = \frac{1}{2}$ , $x \in [0; \pi]$ ;<br>Б) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , $x \in [-\pi; 2\pi]$ |

# РЕШЕНИЕ УПРАЖНЕНИЙ:

| <b>I уровень</b><br><b>Решить уравнение:</b>                                                    | <b>II уровень</b><br><b>Найдите корни уравнения на заданном промежутке:</b>                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>№22.17 (а,б)</b><br>а) $\operatorname{tg} x = 1$ ;<br>б) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}/3$ | <b>№22.27 (в,г)</b><br>а) $\operatorname{tg} x/2 = \sqrt{3}/3, [-3\pi; 3\pi]$ ;<br>Б) $\operatorname{ctg} 4x = -1, [0; \pi]$ |

# ИНСТРУКЦИЯ К ДОМАШНЕМУ ЗАДАНИЮ:

| I уровень:                                                                                                    | II уровень:                                                                                             | III уровень:                                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>№22.7(a)</b> Сколько корней имеет уравнение на заданном промежутке: $\cos x = 1/3$ , $x \in [1; 6]$        | <b>№22.25(a)</b> Реши уравнение:<br>$2\cos(x/2 - \pi/6) = \sqrt{3}$                                     | <b>№22.30 (a)</b> , Реши уравнение:<br>$\sin(2x - \pi/4) = -1$ и найдите наименьший положительный корень. |
| <b>№22.15(a)</b> Найдите корни уравнения на заданном промежутке:<br>$\sin x = -1/2$ ,<br>$x \in (-5\pi/6; 6)$ | <b>№22.30 (a)</b> Реши уравнение:<br>$\sin(2x - \pi/4) = -1$ и найдите наименьший положительный корень. | <b>№22.38(a)</b> Реши уравнение:<br>$(2x - 3) \sin x  = \sin x$                                           |
| <b>№22.25(a)</b> Реши уравнение:<br>$2\cos(x/2 - \pi/6) = \sqrt{3}$                                           |                                                                                                         |                                                                                                           |

○ Спасибо за

○ работу

○ на уроке!

