

Платоновы тела, 10 класс

**Правильные
выпуклые
многогранники**

**Правильных
многогранников
вызывающе мало, но
этот весьма скромный
по численности отряд
сумел пробраться в
самые глубины
различных наук.**

Правильный тетраэдр

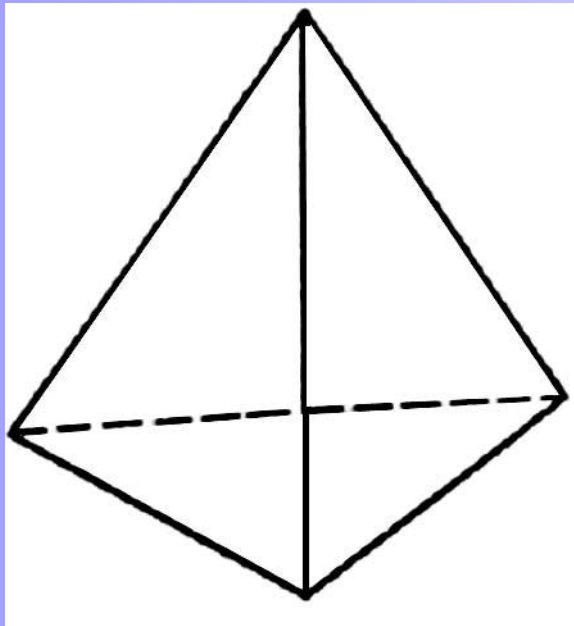


Рис.

1

Составлен из
четырёх
равносторонних
треугольников.
Каждая его вершина
является вершиной
трёх треугольников.
Следовательно,
сумма плоских
углов при каждой
вершине равна 180° .

Правильный октаэдр

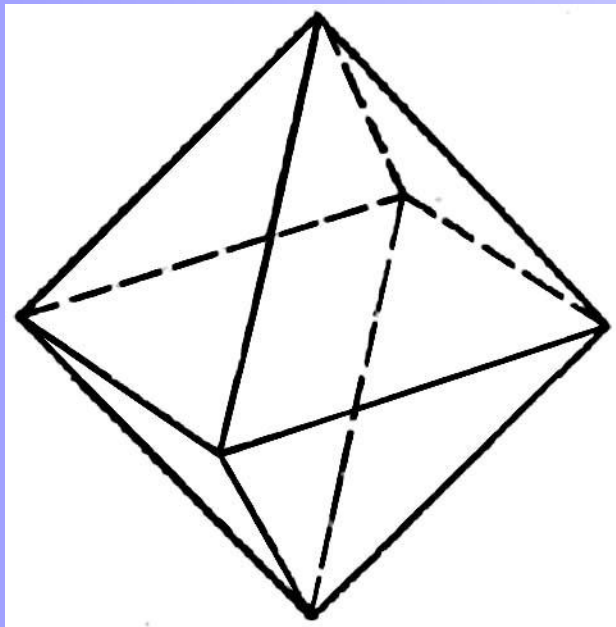


Рис.

2

Составлен из восьми
равносторонних
треугольников.
Каждая вершина
октаэдра является
вершиной четырёх
треугольников.
Следовательно,
сумма плоских углов
при каждой вершине
 240° .

Правильный икосаэдр

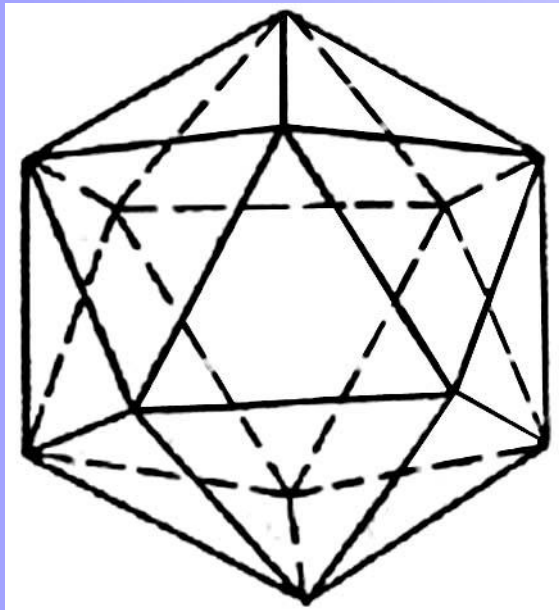


Рис.

3

Составлен из двадцати
равносторонних
треугольников.
Каждая вершина
икосаэдра является
вершиной пяти
треугольников.
Следовательно,
сумма плоских углов
при каждой вершине
равна 300° .

Куб (гексаэдр)

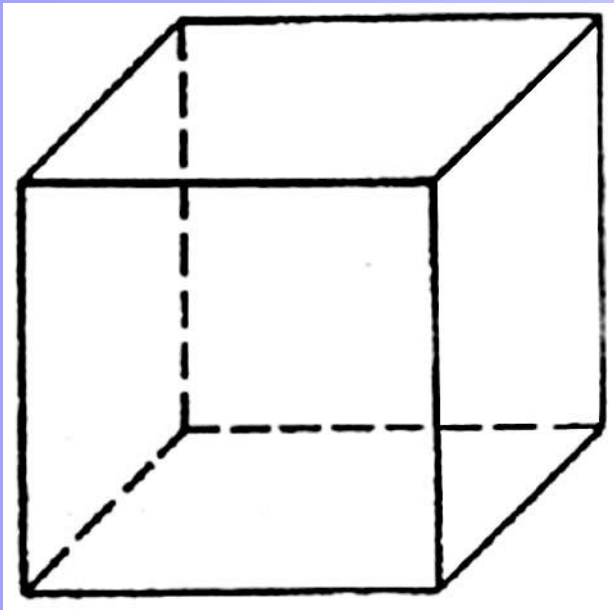


Рис.

4

Составлен из шести квадратов. Каждая вершина куба является вершиной трёх квадратов.

Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 270° .

Правильный додекаэдр

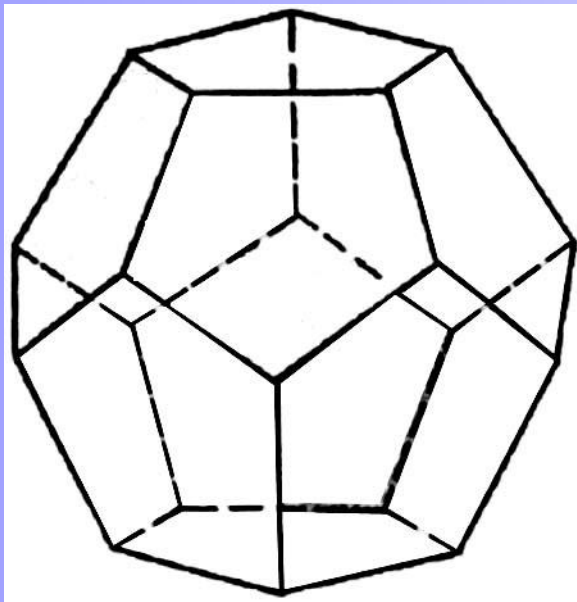


Рис.

5

Составлен из
двенадцати
правильных
пятиугольников.
Каждая вершина
додекаэдра является
вершиной трёх
правильных
пятиугольников.
Следовательно,
сумма плоских углов
при каждой вершине
равна 324°

Названия

многогранников

пришли из Древней Греции,
в них указывается число граней:

«эдра» – грань;

«тетра» – 4;

«гекса» – 6;

«окта» – 8;

«икоса» – 20;

«додека» – 12.

Правильные многогранники в философской картине мира Платона

Правильные многогранники иногда называют Платоновыми телами, поскольку они занимают видное место в философской картине мира, разработанной великим мыслителем Древней Греции Платоном (ок. 428 – ок. 348 до н.э.).

Платон считал, что мир строится из четырёх «стихий» – огня, земли, воздуха и воды, а атомы этих «стихий» имеют форму четырёх правильных многогранников.

Тетраэдр олицетворял огонь, поскольку его вершина устремлена вверх, как у разгоревшегося пламени.

Икосаэдр – как самый обтекаемый – **воду**.

Куб – самая устойчивая из фигур – **землю**.

Октаэдр – **воздух**.

В наше время эту систему можно сравнить с четырьмя состояниями вещества – твёрдым, жидким, газообразным и пламенным.

Пятый многогранник – **додекаэдр** символизировал **весь мир** и почитался главнейшим.

Это была одна из первых попыток ввести в науку идею систематизации.

«Космический кубок»

Кеплера

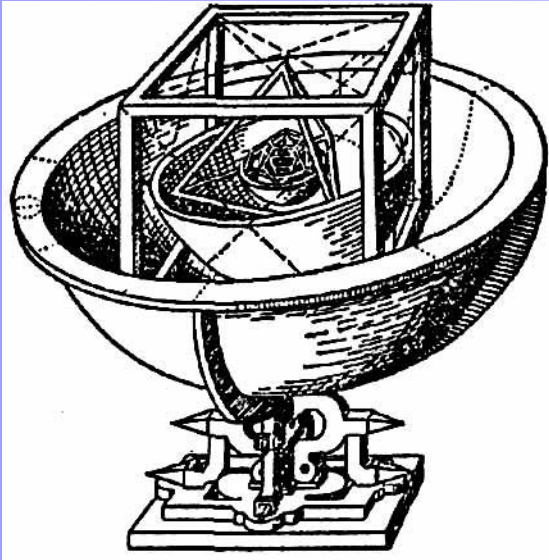


Рис.
6
Модель
Солнечной
системы И.
Кеплера

Кеплер предположил, что существует связь между пятью правильными многогранниками и шестью открытыми к тому времени планетами Солнечной системы.

Согласно этому предположению, в сферу орбиты Сатурна можно вписать куб, в который вписывается сфера орбиты Юпитера. В неё, в свою очередь, вписывается тетраэдр, описанный около сферы орбиты Марса. В сферу орбиты Марса вписывается додекаэдр, к которому вписывается сфера орбиты Земли. А она описана около икосаэдра, в который вписана сфера орбиты Венеры. Сфера этой планеты описана около октаэдра, в который вписывается сфера Меркурия.

Такая модель Солнечной системы (рис. 6) получила название «Космического кубка» Кеплера. Результаты своих вычислений учёный опубликовал в книге «Тайна мироздания». Он считал, что тайна Вселенной раскрыта.

Год за годом учёный уточнял свои наблюдения, перепроверял данные коллег, но, наконец, нашёл в себе силы отказаться от заманчивой гипотезы. Однако её следы просматриваются в третьем законе Кеплера, где говорится о кубах средних расстояний от Солнца.

Икосаэдро- додекаэдровая структура Земли



Рис.

7

Икосаэдро-
додекаэдров
ая
структура
Земли

Идеи Платона и Кеплера о связи правильных многогранников с гармоничным устройством мира и в наше время нашли своё продолжение в интересной научной гипотезе, которую в начале 80-х гг. высказали московские инженеры В. Макаров и В. Морозов. Они считают, что ядро Земли имеет форму и свойства растущего кристалла, оказывающего воздействие на развитие всех природных процессов, идущих на планете. Лучи этого кристалла, а точнее, его силовое поле, обуславливают икосаэдро-додекаэдровую структуру Земли (рис. 7). Она проявляется в том, что в земной коре как бы проступают проекции вписанных в земной шар правильных многогранников: икосаэдра и додекаэдра.

Многие залежи полезных ископаемых тянутся вдоль икосаэдро-додекаэдровой сетки; 62 вершины и середины рёбер многогранников, называемых авторами узлами, обладают рядом специфических свойств, позволяющих объяснить некоторые непонятные явления. Здесь располагаются очаги древнейших культур и цивилизаций: Перу, Северная Монголия, Гаити, Обская культура и другие. В этих точках наблюдаются максимумы и минимумы атмосферного давления, гигантские завихрения Мирового океана. В этих узлах находятся озеро Лох-Несс, Бермудский треугольник.

Дальнейшие исследования Земли, возможно, определят отношение к этой научной гипотезе, в которой, как видно, правильные многогранники занимают важное место.

Таблица № 1

Правильный многогранни к	Число		
	граней	вершин	рёбер
Тетраэдр	4	4	6
Куб	6	8	12
Октаэдр	8	6	12
Додекаэдр	12	20	30
Икосаэдр	20	12	30

Таблица № 2

Правильный многогранник	Число	
	граней и вершин (Г + В)	рёбер (Р)
Тетраэдр	$4 + 4 = 8$	6
Куб	$6 + 8 = 14$	12
Октаэдр	$8 + 6 = 14$	12
Додекаэдр	$12 + 20 = 32$	30
Икосаэдр	$20 + 12 = 32$	30

Формула Эйлера

Сумма числа граней и вершин любого многогранника равна числу рёбер, увеличенному на 2.

$$\Gamma + B = P + 2$$

Число граней плюс число вершин минус число рёбер в любом многограннике равно 2.

$$\Gamma + B - P = 2$$

«Тайная вечеря»



Сальвадор Дали

Правильные многогранники и природа

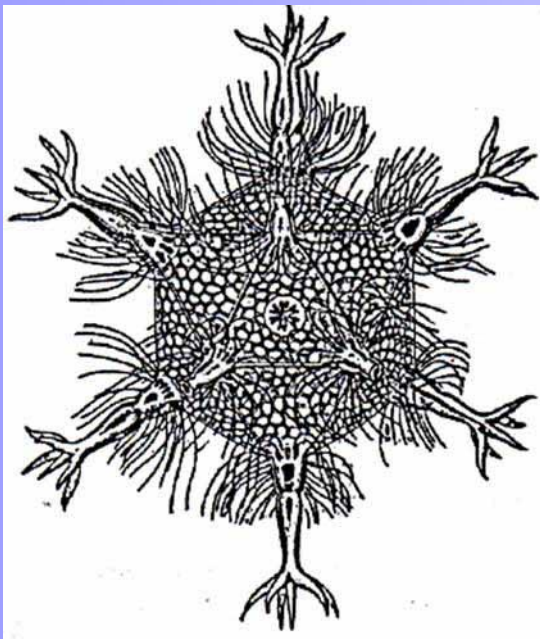


Рис. 8
Феодария
(*Circjgjnja*
icosahtdra)

Правильные многогранники встречаются в живой природе. Например, скелет одноклеточного организма феодарии (*Circjgjnja icosahtdra*) по форме напоминает икосаэдр (рис. 8).

Чем же вызвана такая природная геометризация феодарий? По-видимому, тем, что из всех многогранников с тем же числом граней именно икосаэдр имеет наибольший объём при наименьшей площади поверхности. Это свойство помогает морскому организму преодолевать давление водной толщи.

Правильные многогранники – самые «выгодные» фигуры. И природа этим широко пользуется. Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов.

Взять хотя бы поваренную соль, без которой мы не можем обойтись. Известно, что она растворима в воде, служит проводником электрического тока. А кристаллы поваренной соли (NaCl) имеют форму куба.

При производстве алюминия пользуются алюминиево-калиевыми кварцами ($\text{K}[\text{Al}(\text{SO}_4)_2] \cdot 12\text{H}_2\text{O}$), монокристалл которых имеет форму правильного октаэдра.

Получение серной кислоты, железа, особых сортов цемента не обходится без сернистого колчедана (FeS). Кристаллы этого химического вещества имеют форму додекаэдра.

В разных химических реакциях применяется сурьменистый сернокислый натрий ($\text{Na}_5(\text{SbO}_4(\text{SO}_4))$) – вещество, синтезированное учёными. Кристалл сурьменистого сернокислого натрия имеет форму тетраэдра.

Последний правильный многогранник – икосаэдр передаёт форму кристаллов бора (В). В своё время бор использовался для создания полупроводников первого поколения.

Задача

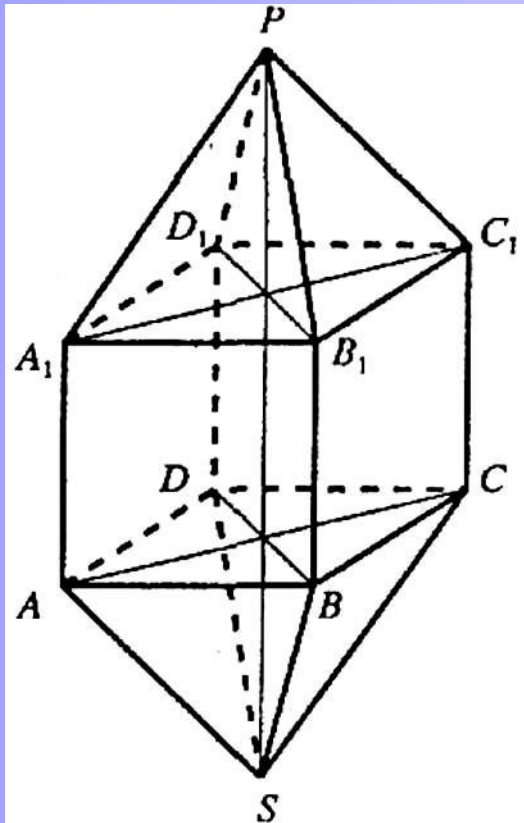


Рис.

9

Определите количество граней, вершин и рёбер многогранника, изображённого на рисунке 9. Проверьте выполнимость формулы Эйлера для данного многогранника.