

# *Тема: « Задачи на построение сечений».*

Автор работы: Янаева Ольга Николаевна,  
учитель математики МБУ гимназии №35 г.о. Тольятти

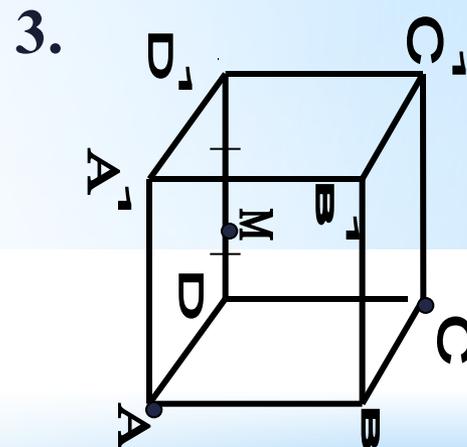
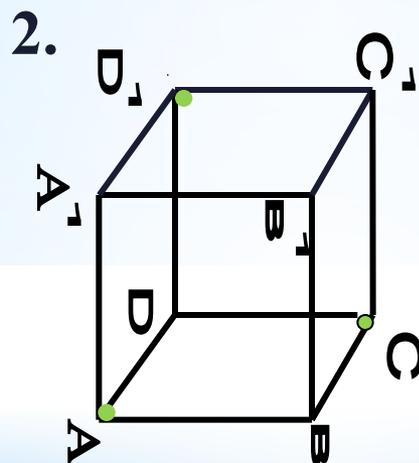
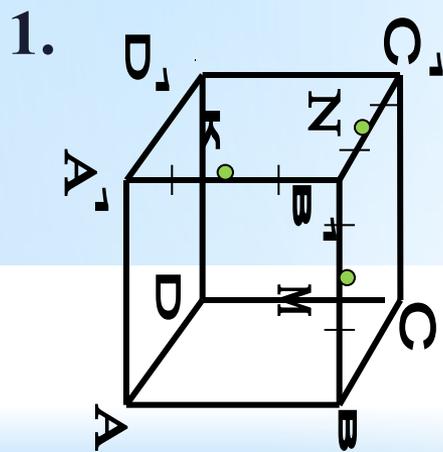
# Цели урока

1. Знать алгоритм решения задач методом «следов» и методом параллельного проецирования;
2. Уметь решать задачи на построение сечений;
3. Уметь применять алгоритм при решении задач на построение сечений;

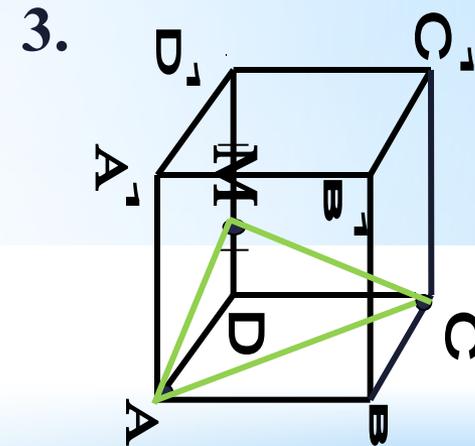
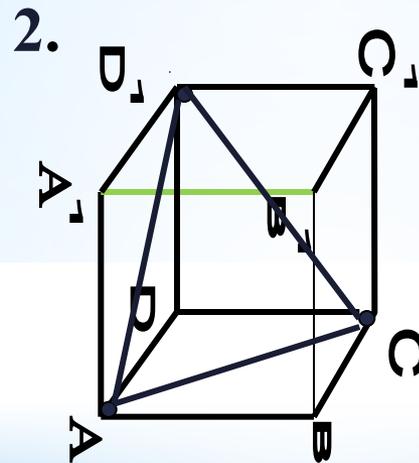
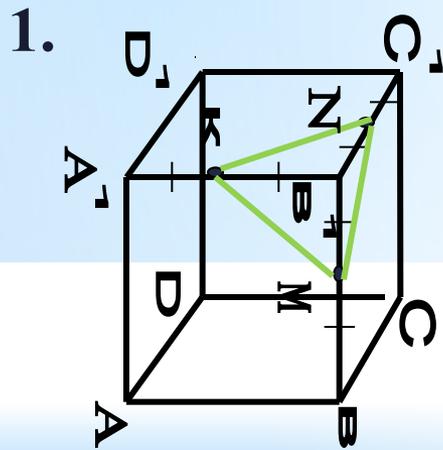
# \*Проверка домашнего задания

## задания

Как построить сечение куба плоскостью, проходящей через три заданные точки?

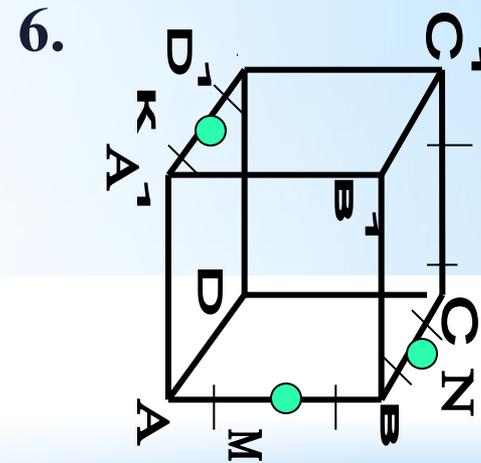
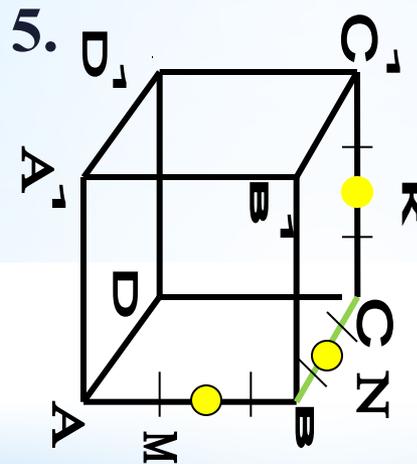
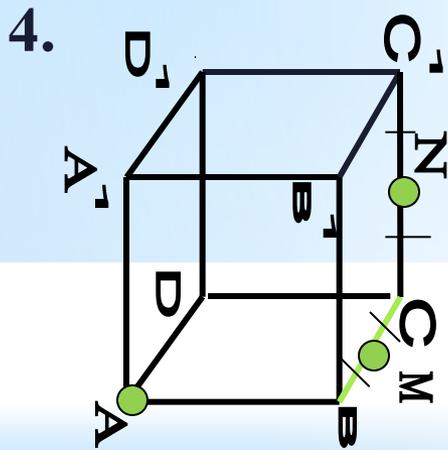


# ПРОВЕДИТЕ ВЗАИМОПРОВЕРКУ



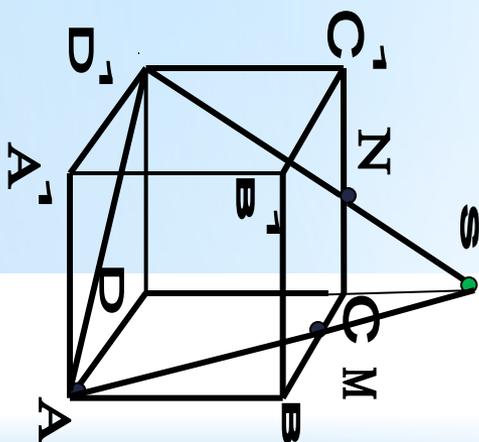
За верное решение каждой задачи поставьте 1 балл

*Как построить сечение куба плоскостью, проходящей через три заданные точки?*

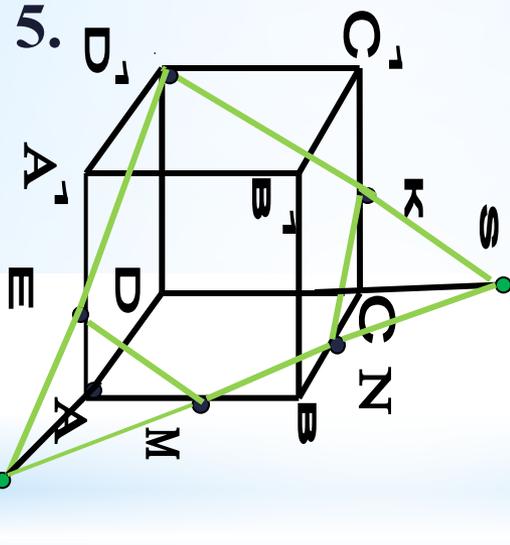


# ПРОВЕДИТЕ ВЗАИМОПРОВЕРКУ

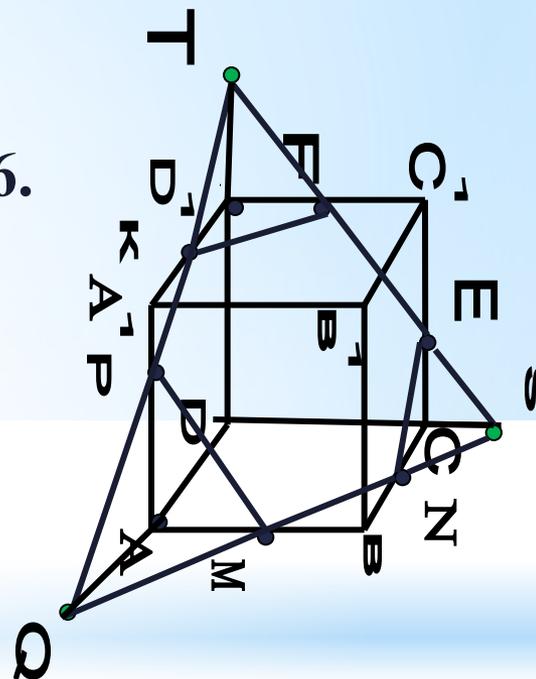
4.



5.



6.



За верное решение задач №4 и №5 по 2 балла;  
За верное решение задачи №6 – 3 балла.

# *Итоги выполнения домашнего задания*

Номер задачи	№1	№2	№3	№4	№5	№6
Баллы	1	1	1	2	2	3

- Отметка «5» - 10 баллов;
- Отметка «4» - 8-9 баллов;
- Отметка «3» - 6-7 баллов;
- Отметка «2» - менее 6 баллов.

# Основные понятия

- \* **Секущей плоскостью** многогранника называется такая плоскость, по обе стороны от которой есть точки данного многогранника.
- \* **Сечением** многогранника называется фигура, состоящая из всех точек, которые являются общими для многогранника и секущей плоскости.

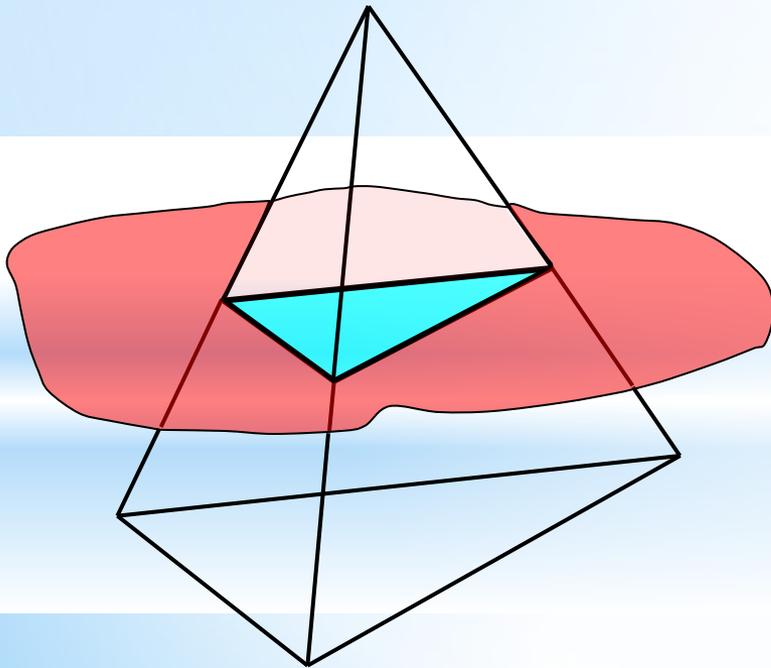


Рис.1

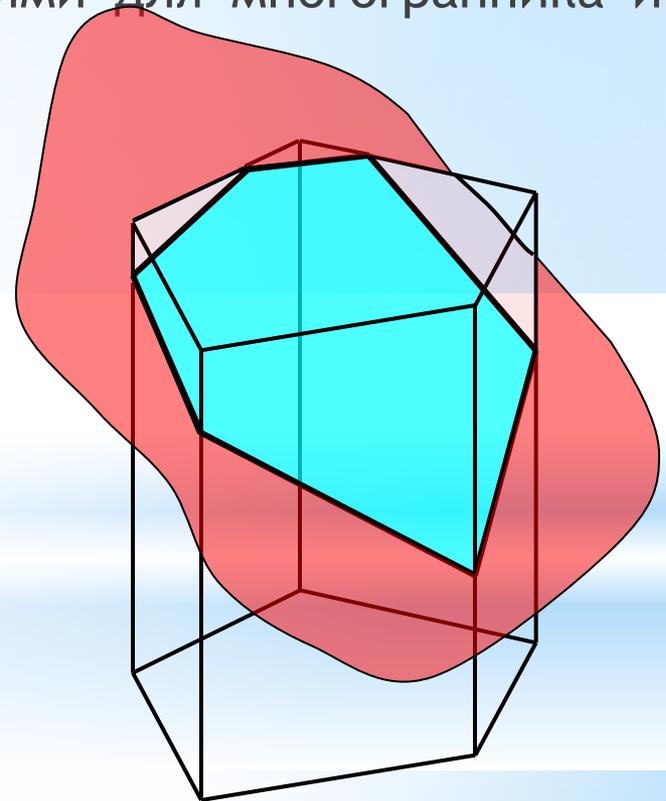


Рис.2

\* Секущая плоскость пересекает грани многогранника по отрезкам, поэтому сечение многогранника есть многоугольник, лежащий в секущей плоскости. Очевидно, что количество сторон этого многоугольника не может превышать количества граней данного многогранника. Например (см.рис.3), в пятиугольной призме (всего 7 граней) в сечении могут получиться: треугольник, 4-угольник, 5-угольник, 6-угольник или 7-угольник.

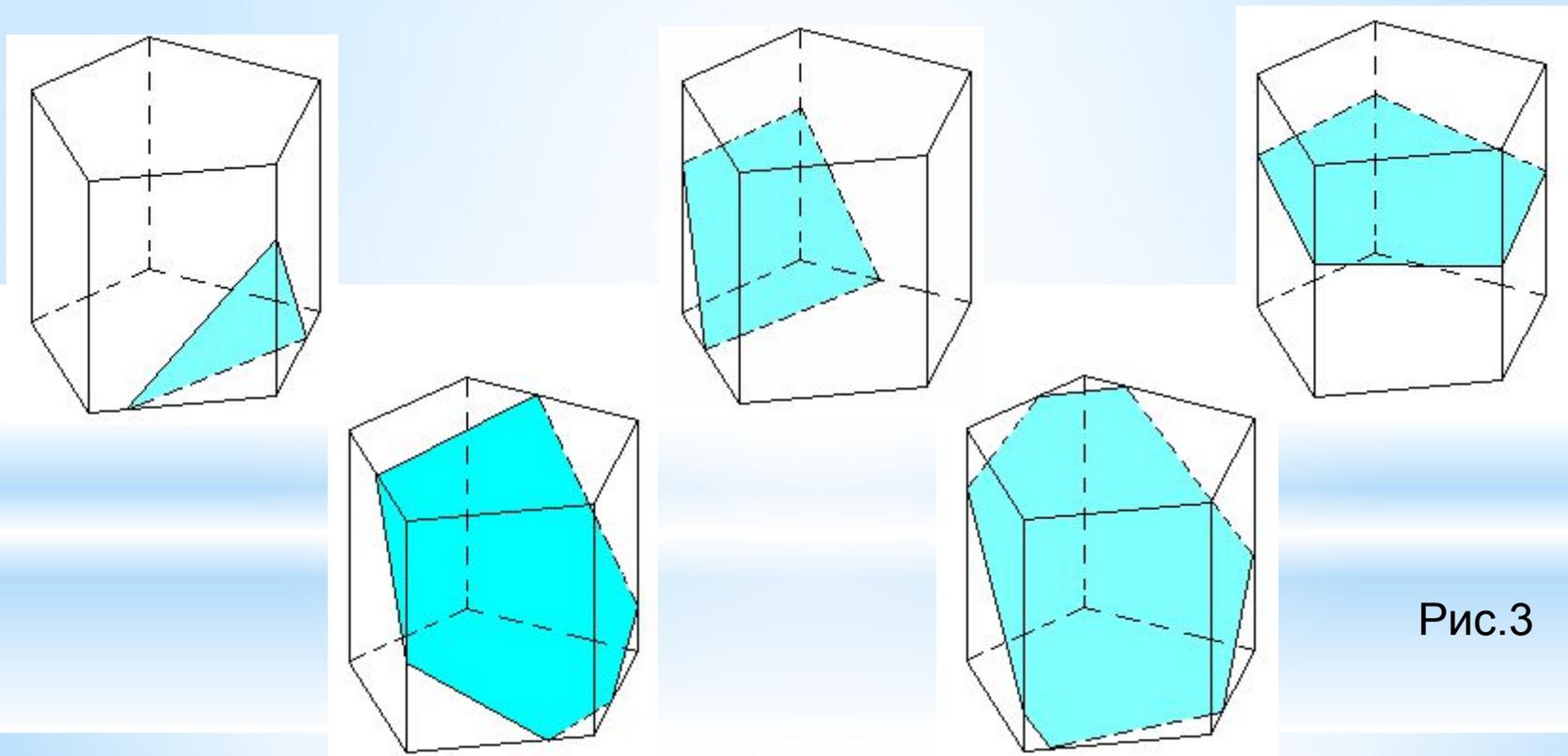


Рис.3

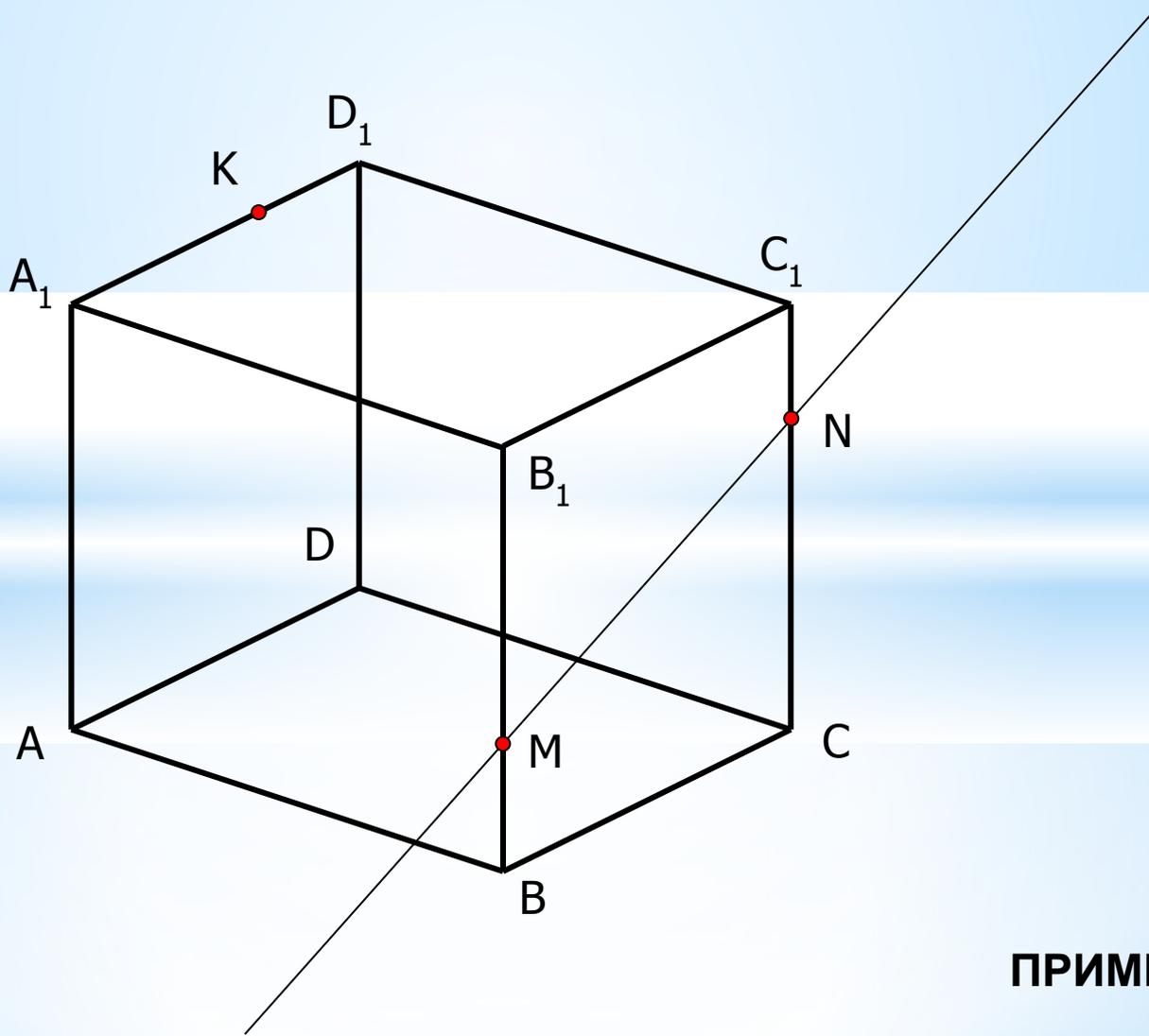
# Метод «следов»

- Две плоскости пересекаются по прямой (эта аксиома и дала названию метода – под «следом» понимается прямая пересечения какой-либо грани многогранника и секущей плоскости).
- Получение «следа» сводится к получению двух точек, принадлежащих одновременно какой-нибудь грани многогранника и секущей плоскости (подумайте, почему именно двух!?).
- Точки получаются как пересечение двух прямых, **принадлежащих одной и той же плоскости.**

**ПРИМЕЧАНИЕ.** Не забудьте, что прямая и плоскость являются бесконечными в пространстве фигурами!

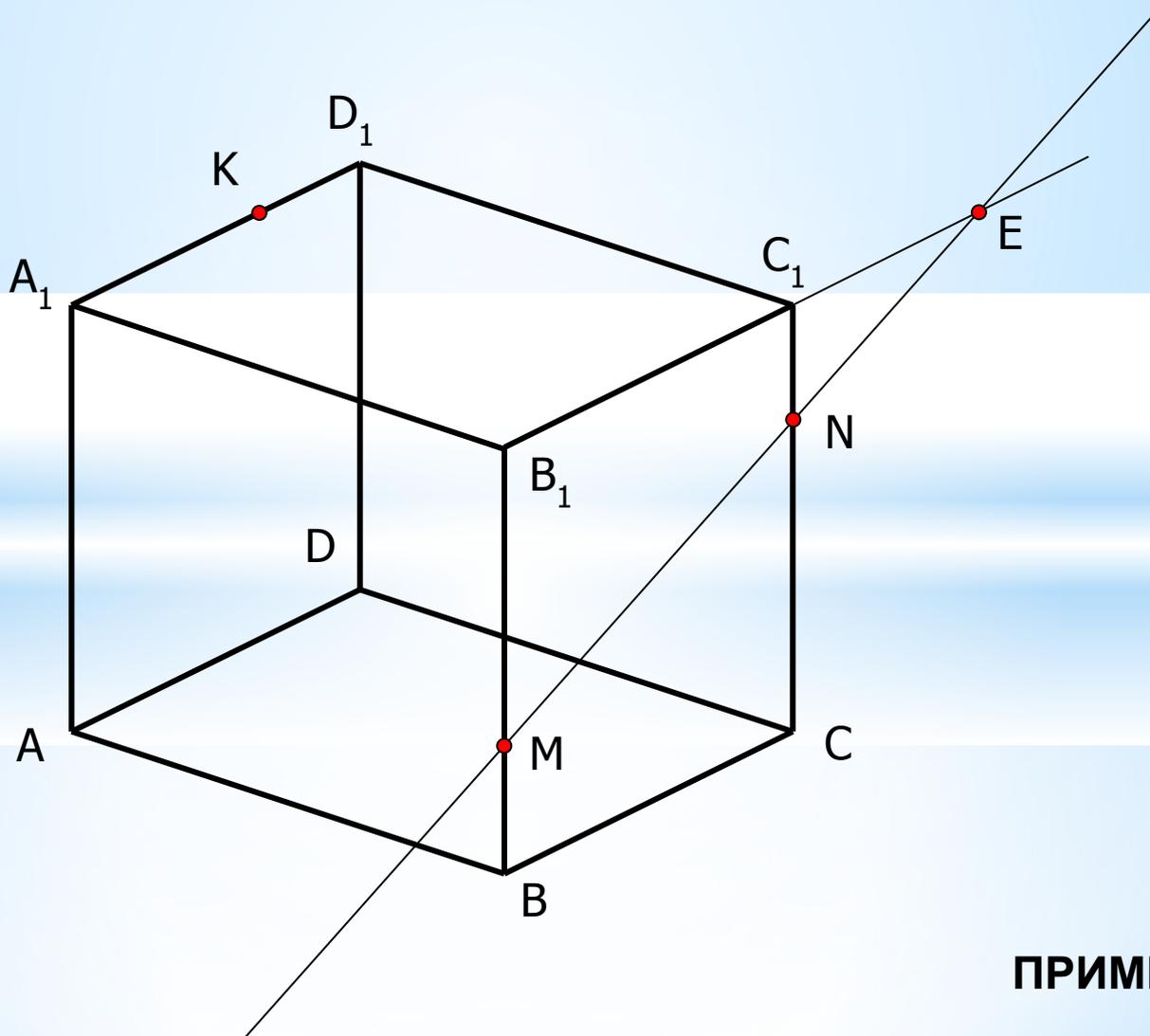
Проследим на примере построение сечения куба плоскостью, заданной тремя данными точками М, N и К.

Выбираем точки M и N, принадлежащие одной грани и строим прямую MN – «след» пересечения правой грани и секущей плоскости.



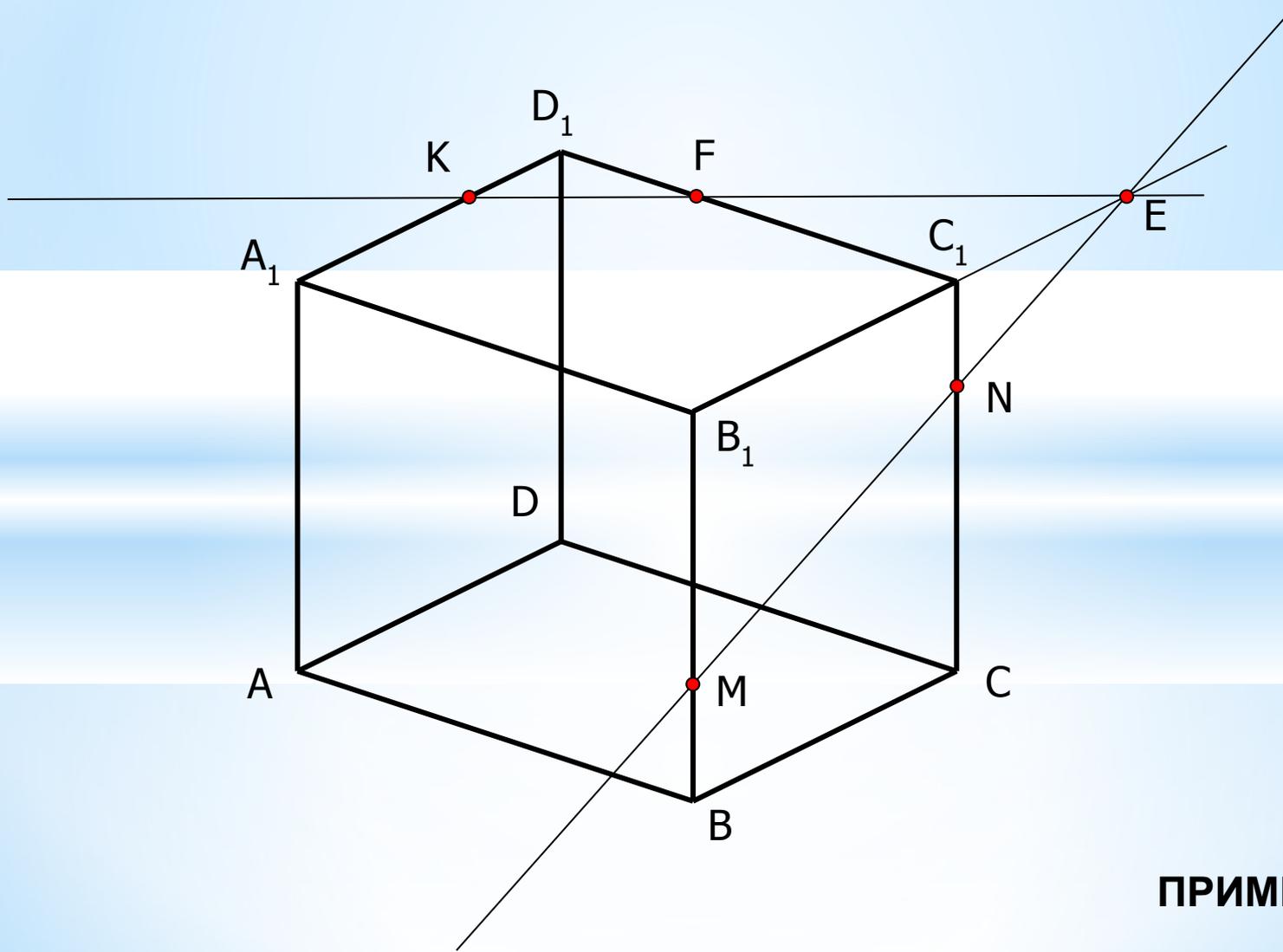
**ПРИМЕР 1.**

Теперь обращаем внимание, что ребро куба  $B_1C_1$  лежит в одной грани с третьей точкой сечения  $K$  (верхней) и в одной грани с появившейся прямой  $MN$  (правой). Находим точку пересечения этих прямых – точку  $E$ .



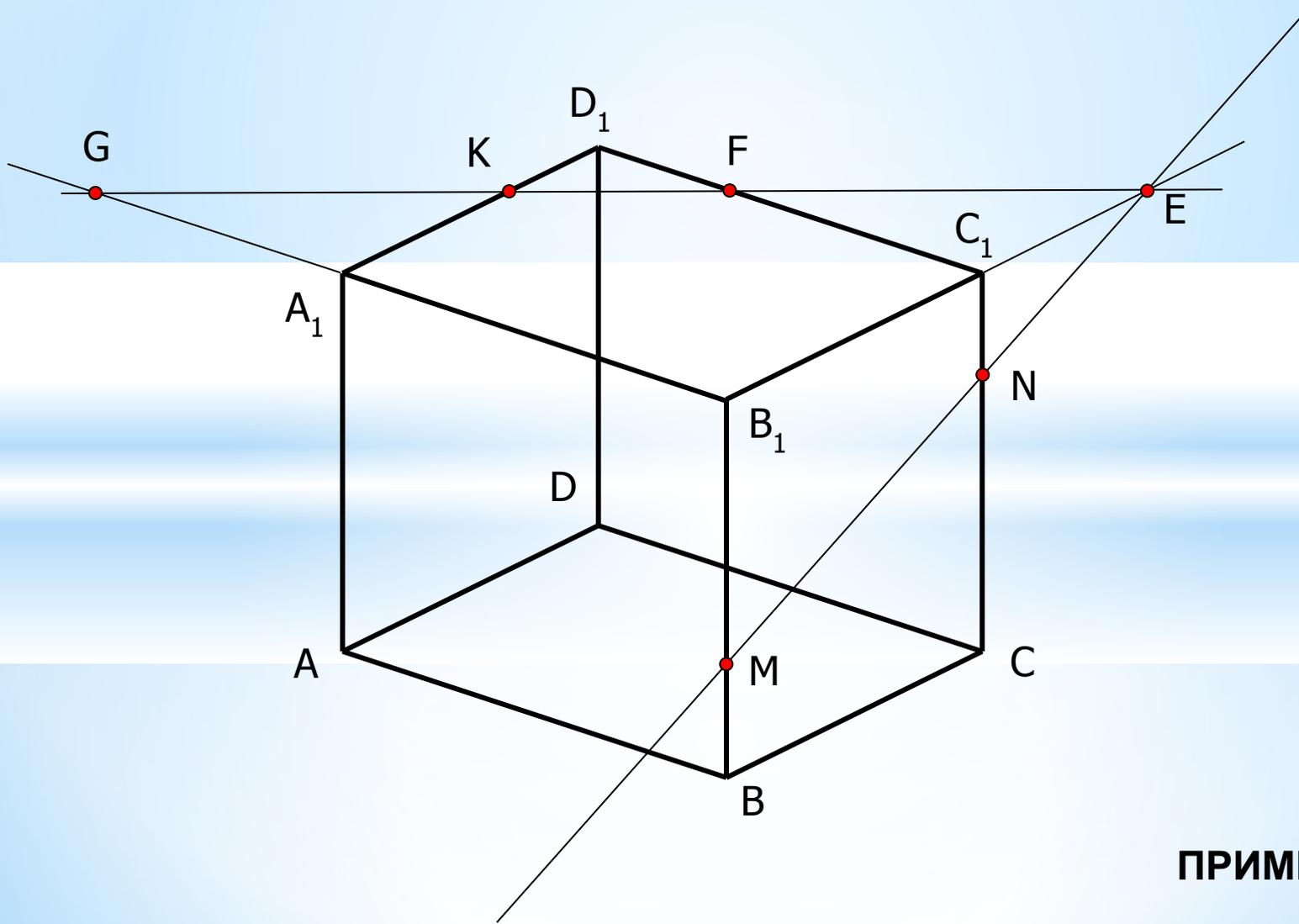
**ПРИМЕР 1.**

Точки E и K принадлежат верхней грани и секущей плоскости. Значит, прямая EK – «след» их пересечения и  $F \in D_1C_1, EK$ .



**ПРИМЕР 1.**

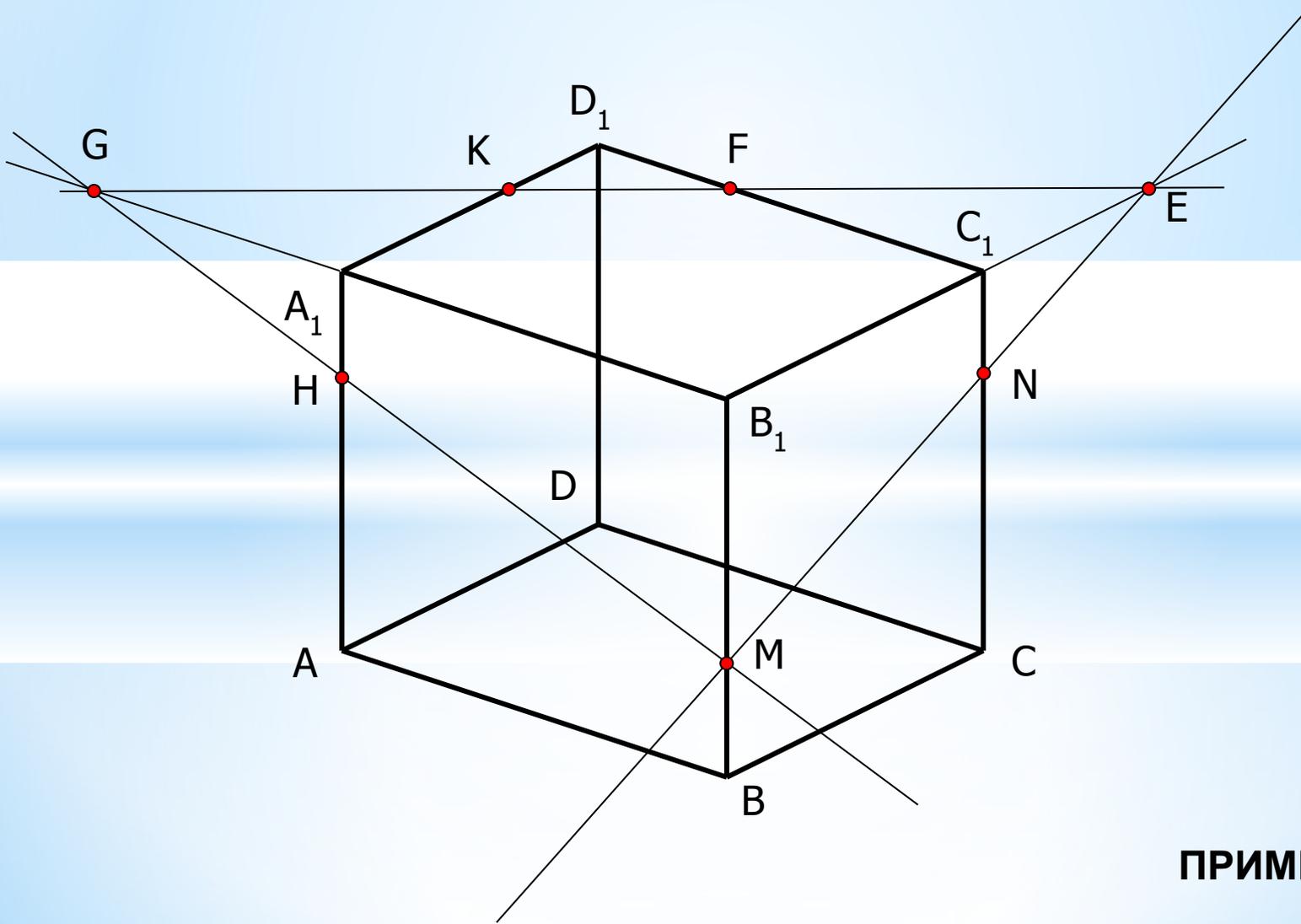
Далее видим, что ребро куба  $A_1B_1$  лежит в одной грани с появившимся следом  $EK$  (верхней). Находим точку пересечения этих прямых – точку  $G$ .



**ПРИМЕР 1.**

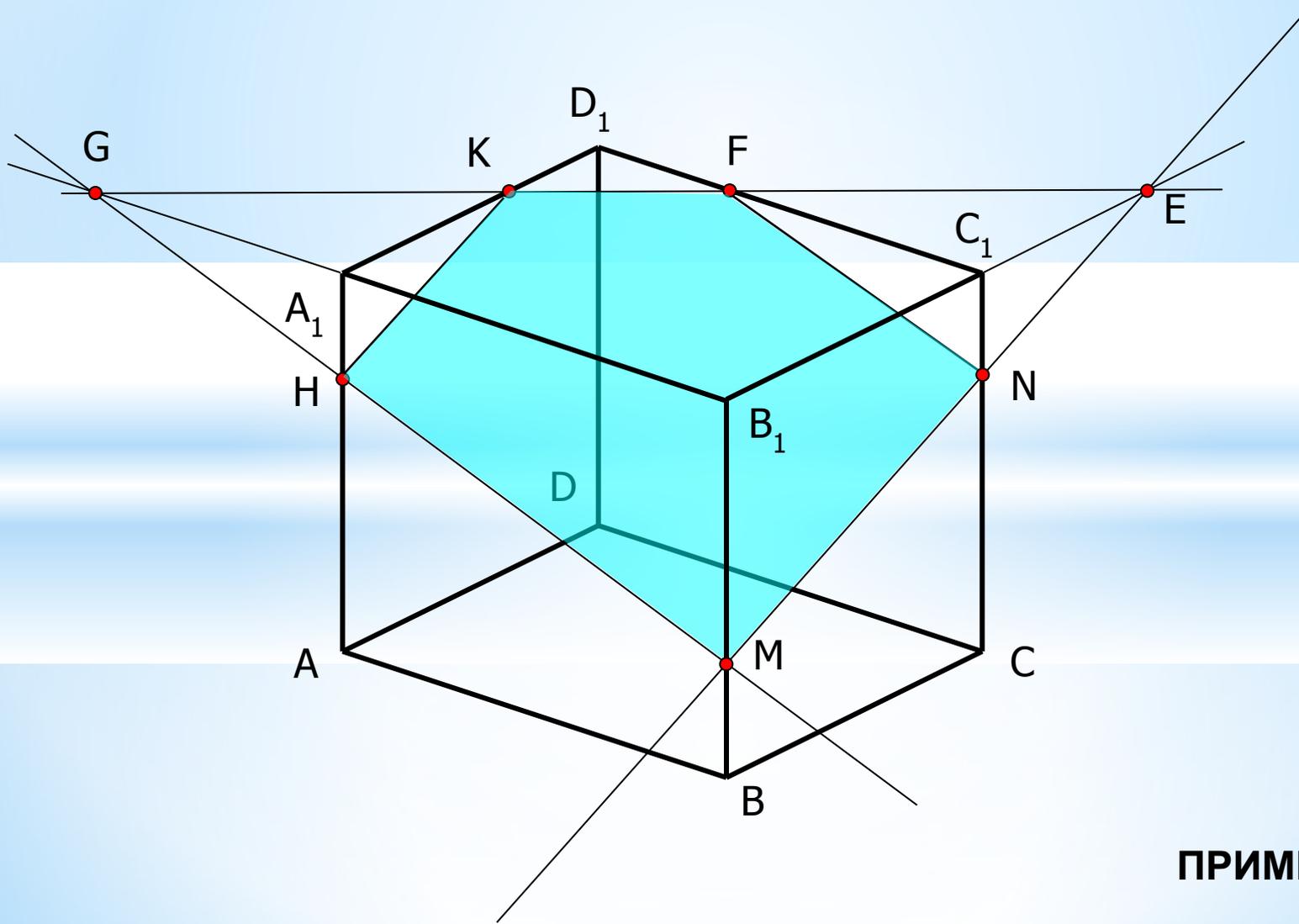
Полученная точка  $G$  лежит в одной грани с точкой  $M$  (в передней) и обе точки принадлежат секущей плоскости – значит, прямая  $GM$  – очередной «след»!

Причем,  $GM \cap AA_1 = H$ .



**ПРИМЕР 1.**

Остается соединить отрезками все пары точек, лежащие в секущей плоскости и в одной грани куба.



ПРИМЕР 1.

Полученный пятиугольник MNFKH – искомое сечение куба.

# Плоскость сечения может задаваться:

- \* 1) тремя точками, не лежащими на одной прямой;
- \* 2) прямой и точкой, не лежащей на ней;
- \* 3) двумя пересекающимися прямыми;
- \* 4) двумя параллельными прямыми.

Все эти случаи можно свести к первому, выбирая на прямых удобные для нас точки.

\* Данный метод построения сечений многогранников можно применять, если найдется хотя бы одна пара точек, лежащих в секущей плоскости и одной грани многогранника. После чего задача циклично алгоритмизируется в получение очередной точки и очередного «следа».

\* **ПРИМЕЧАНИЕ.** Если такой пары точек не найдется, то сечение строится **методом параллельных проекций.**

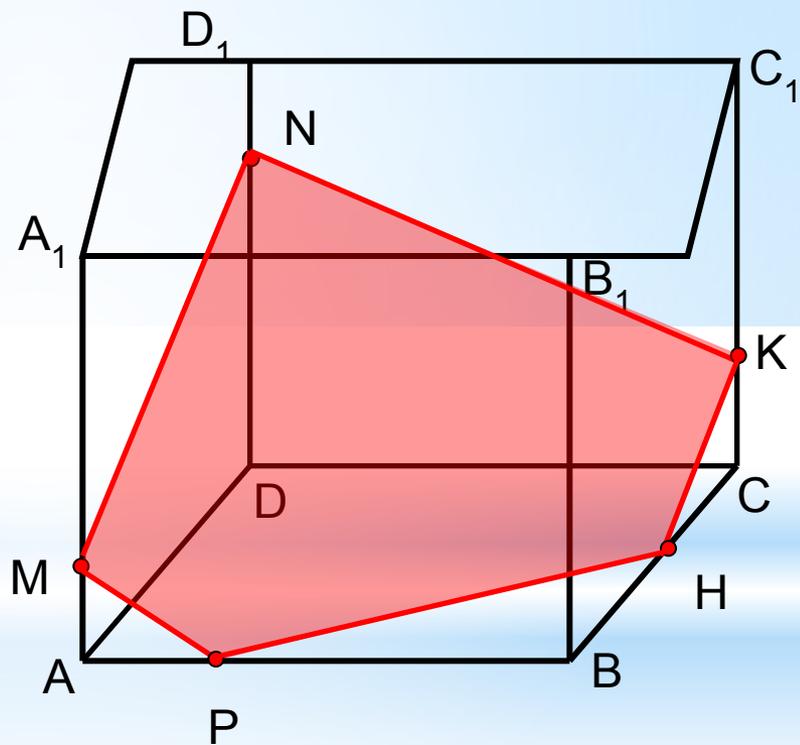
***\*Если секущая плоскость  
пересекает две  
противоположные грани  
параллелепипеда по  
отрезкам, то эти  
отрезки параллельны.***



# Пятиугольное сечение

Построение:

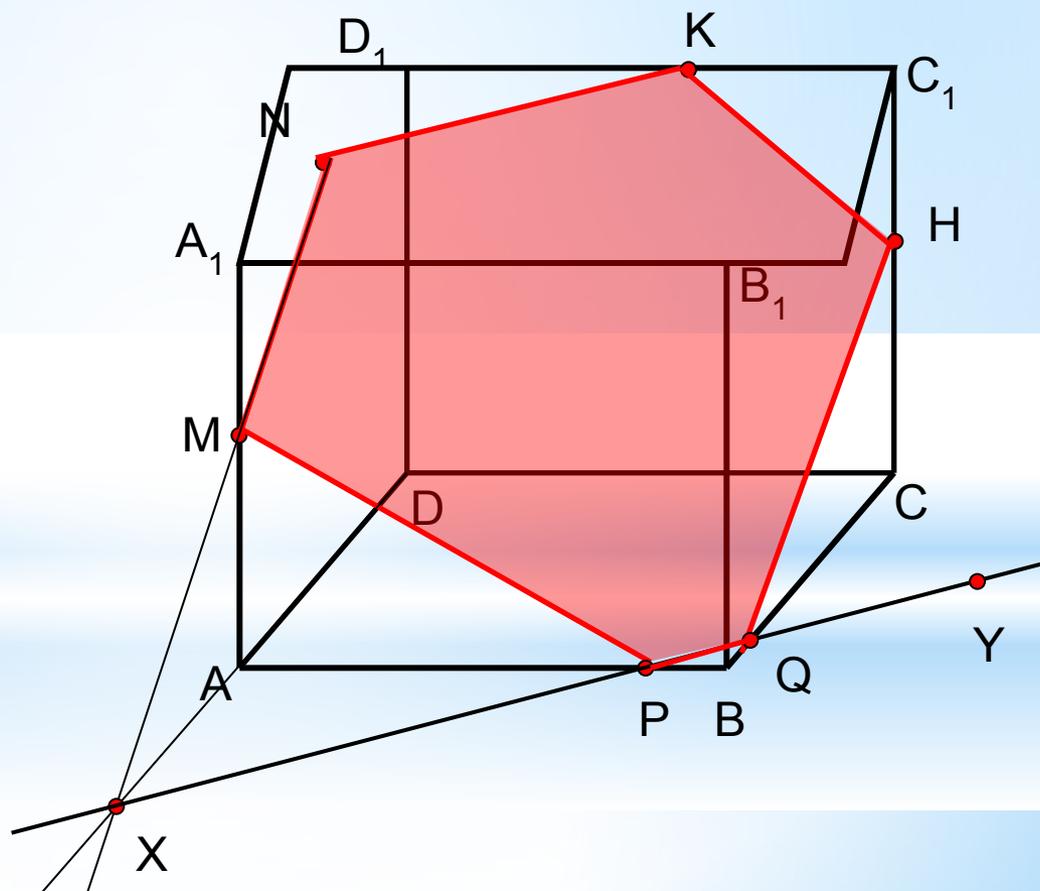
- 1)  $MN$
- 2)  $NK$
- 3)  $MP \parallel NK$
- 4)  $KH \parallel MN$
- 5)  $PH$
- 6)  $MNKHP$ - искомое сечение



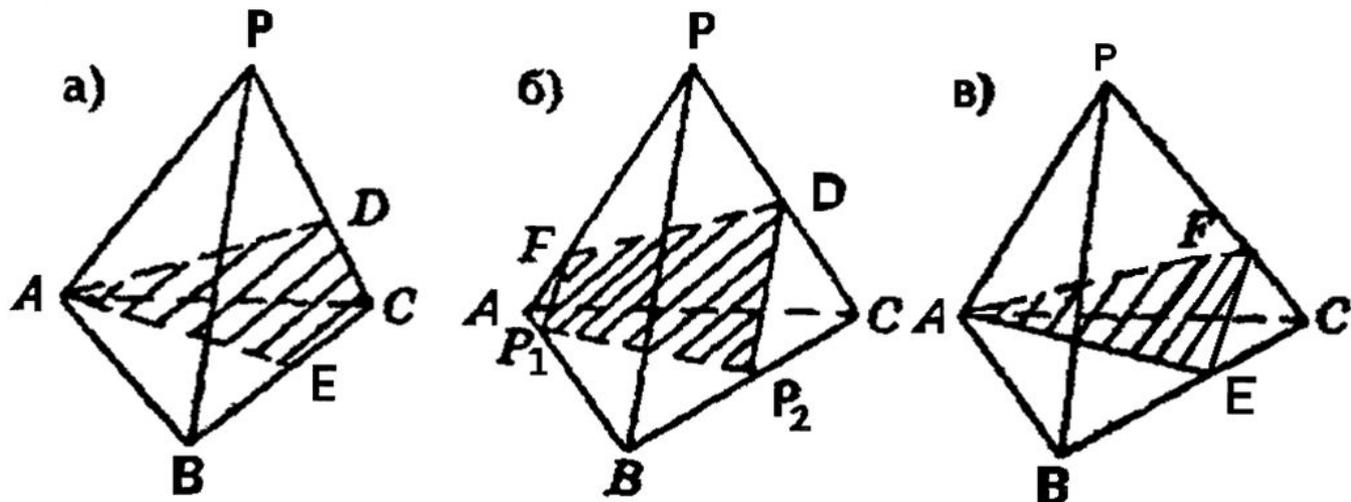
# \* Шестиугольное сечение

Построение:

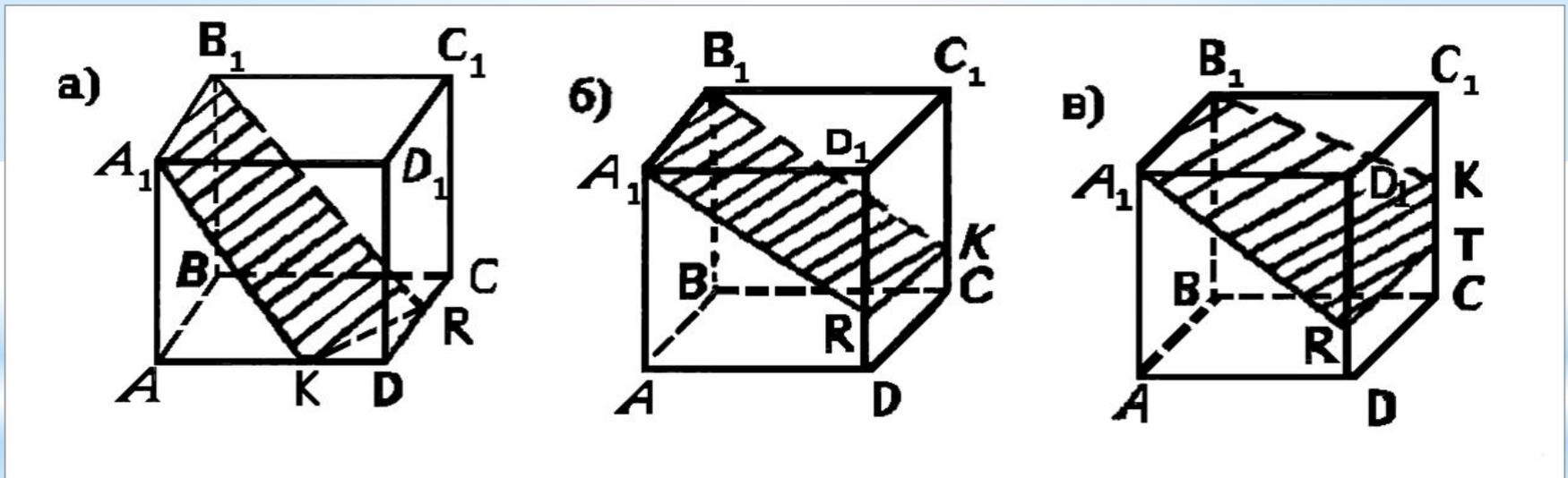
- 1)  $MN, NK$
- 2)  $MN \cap AD = X$
- 3)  $XY \parallel NK$
- 4)  $XY \cap AB = P$
- 5)  $XY \cap BC = Q$
- 6)  $MP, PQ$
- 7)  $QH \parallel MN$
- 8)  $KH$



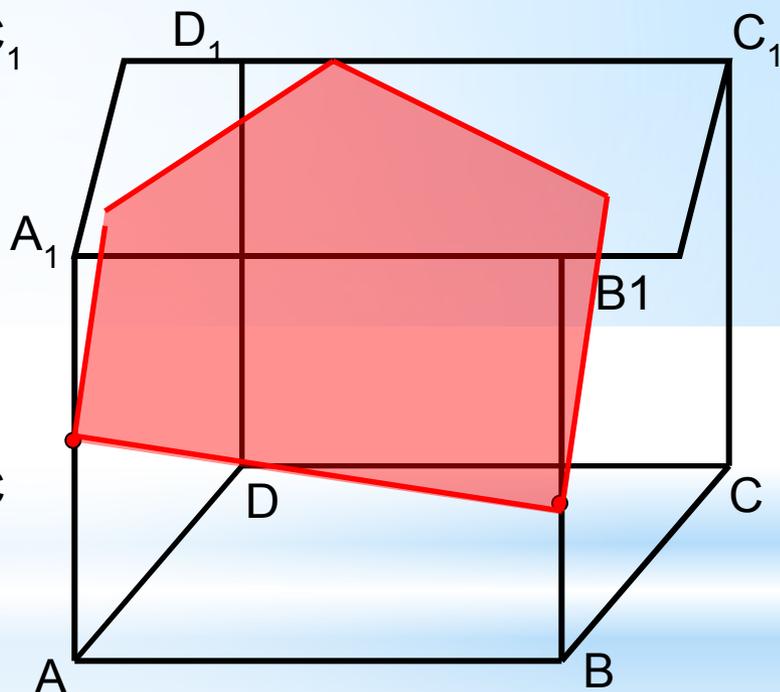
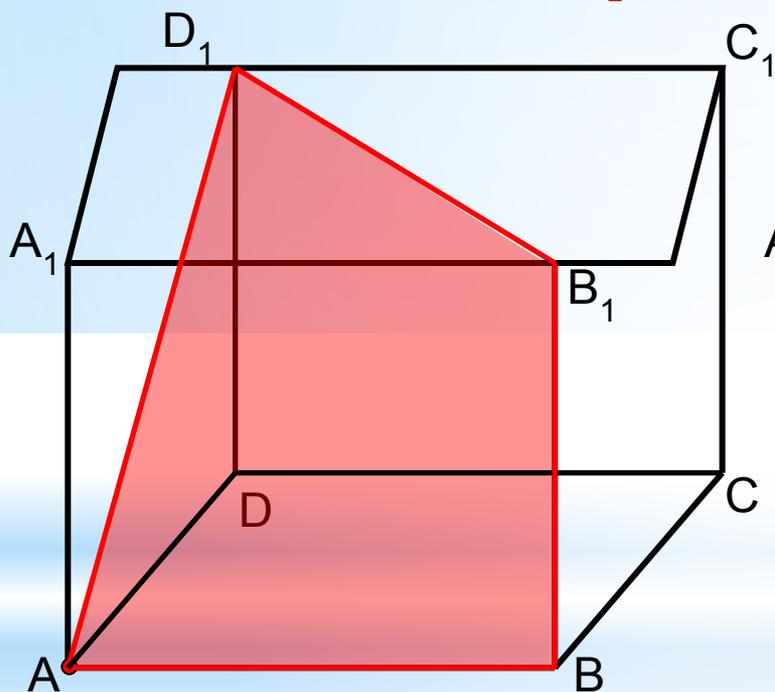
**\*Какие из данных сечений верны, а какие нет и почему? Ответ обоснуйте.**



**\*Какие из данных сечений верны, а какие нет и почему?  
Ответ обоснуйте.**



**\*Ученик нарисовал сечения куба плоскостью. Есть ли ошибки на рисунках?**



Спасибо за урок!