Учитель математики
высшей квалификационной категории
Ефимова Наталья Владимировна
ГБОУ СОШ № 899 г. Москва

Векторы в пространстве

Цели урока

- **Знать:** ***определение вектора в пространстве и связанные с ним понятия; равенство векторов.***
- **Уметь:** ***решать задачи по данной теме.***

Физические величины

Скорость $\vec{v}$

Ускорение $\vec{a}$

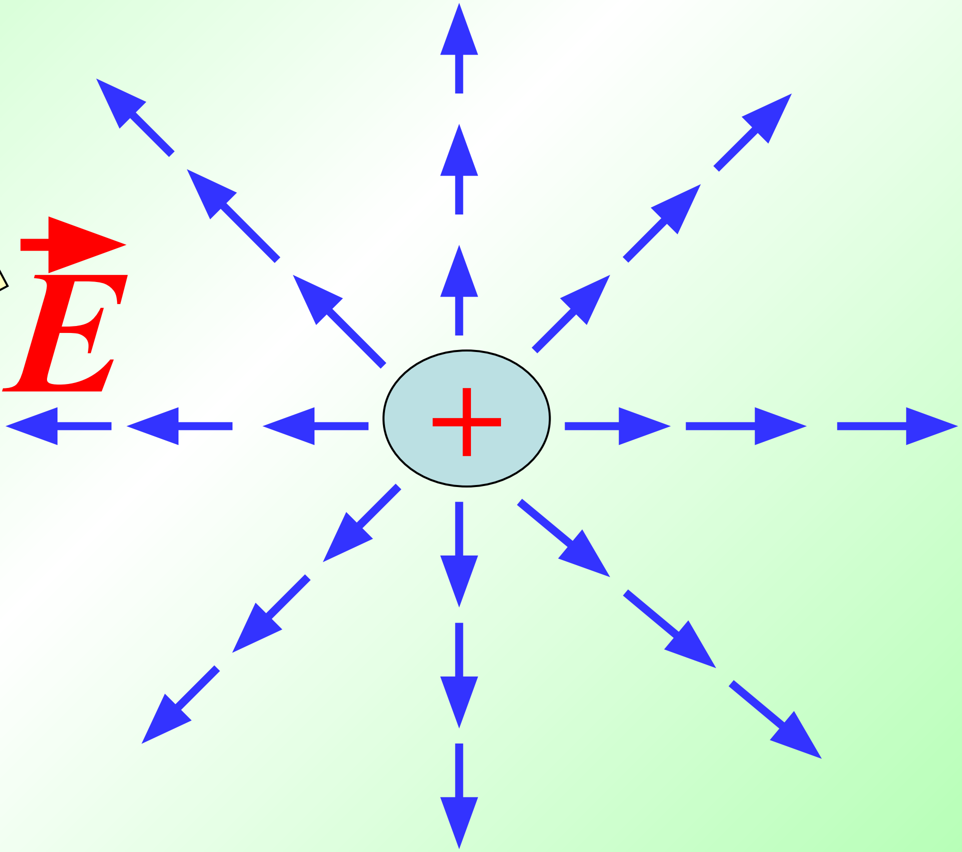
Перемещение $\vec{s}$

Сила $\vec{F}$

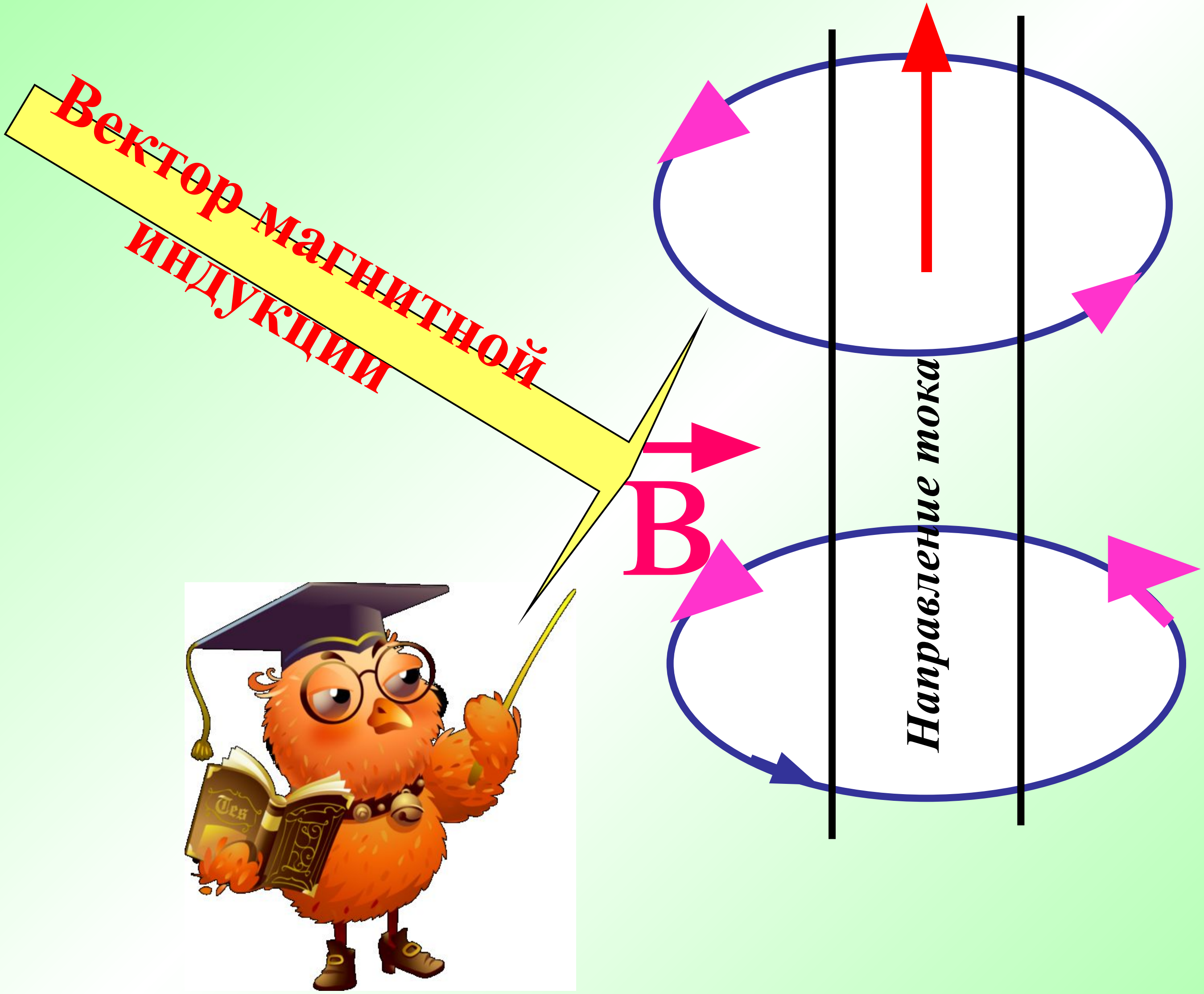
Электрическое поле

Вектор напряженности

$\vec{E}$

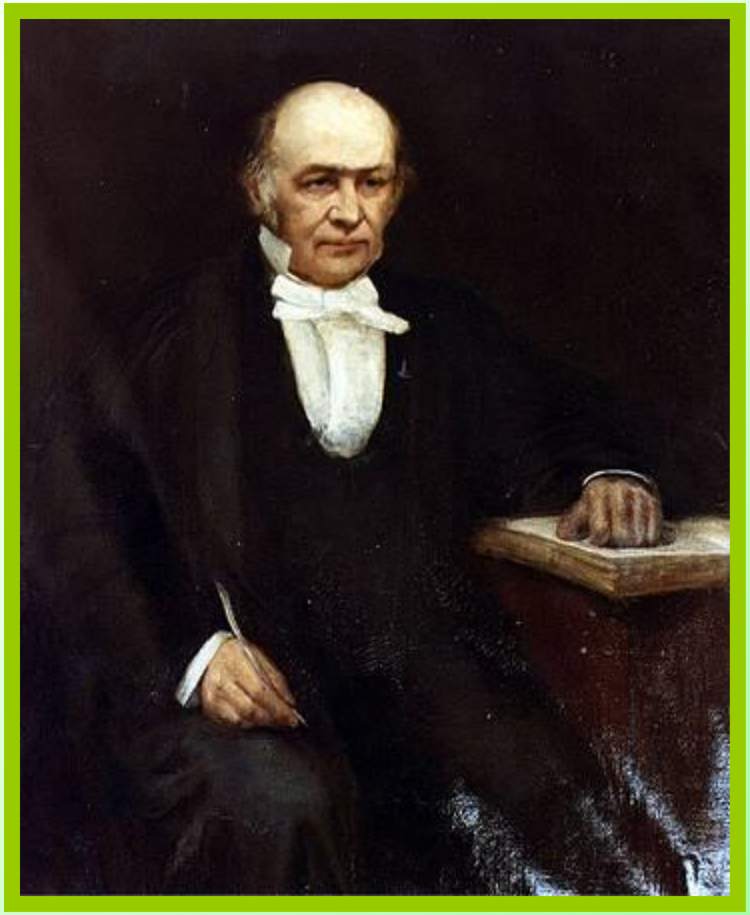


Магнитное поле

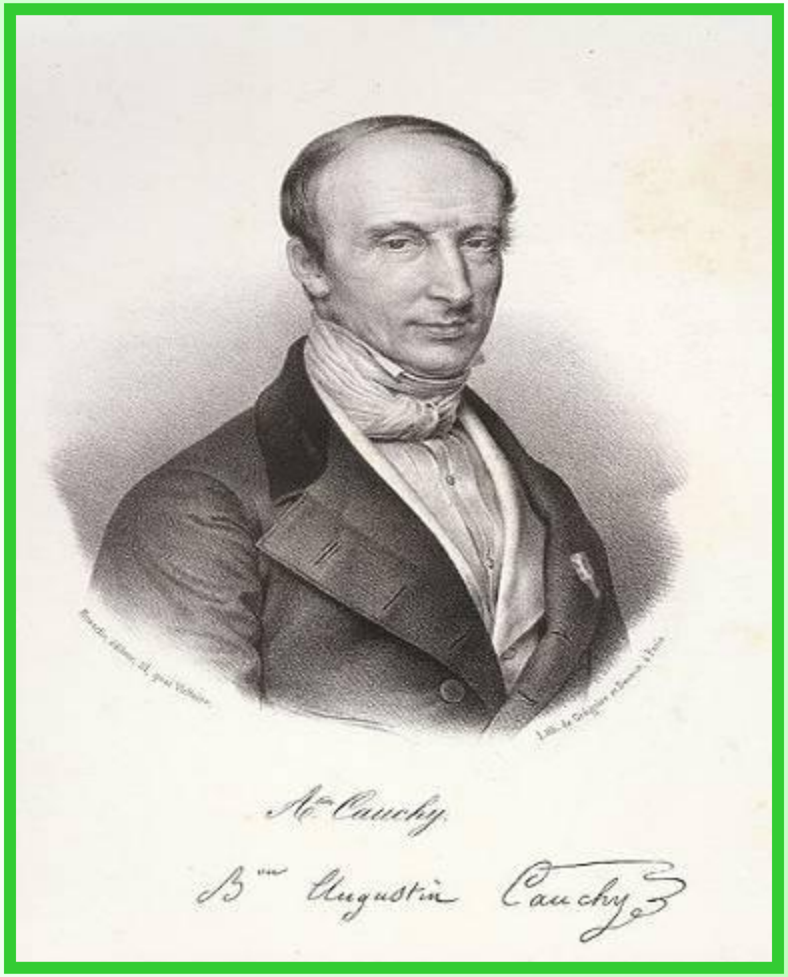


Понятие вектора появилось в 19 веке в работах математиков

Г. Грассмана **У. Гамильтона**



Современная символика для обозначения вектора $\vec{r}$ была введена в 1853 году французским математиком О. Коши.



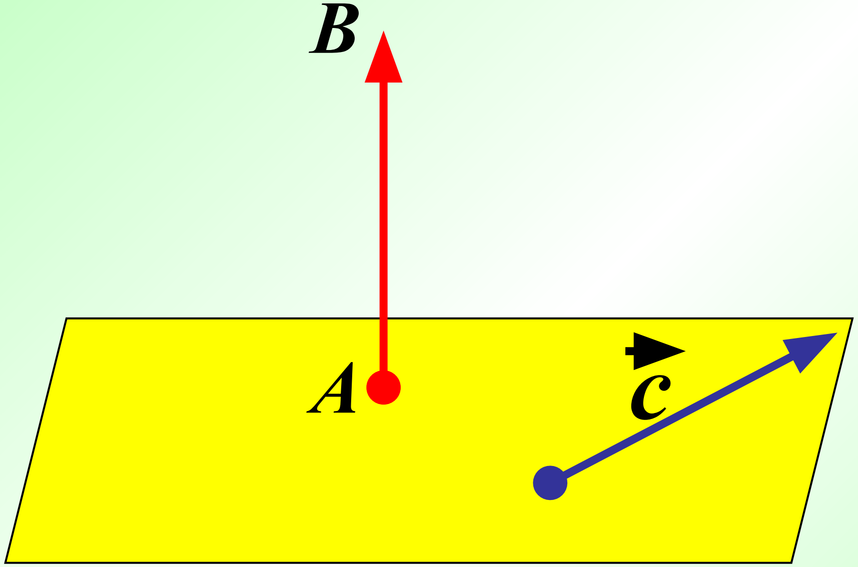
Задание

Записать все термины по теме «Векторы на плоскости».

Вектор
Нулевой вектор
Длина вектора
Коллинеарные векторы
Сонаправленные векторы
Противоположно направленные векторы
Равенство векторов

Определение вектора в пространстве

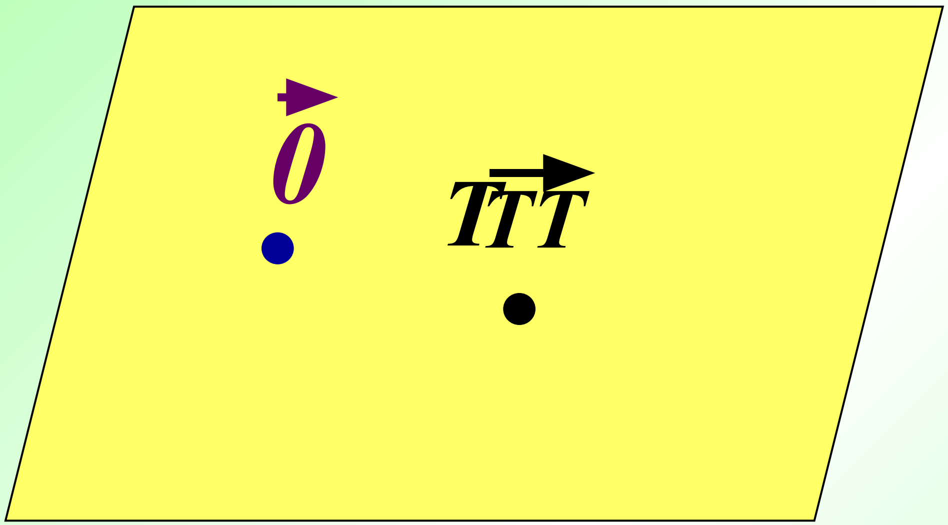
Отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой- концом, называется ***вектором.***



Обозначение вектора

$\overrightarrow{AB},\ \vec{c}$

Любая ***точка*** пространства также может рассматриваться как ***вектор.*** Такой вектор называется ***нулевым.***



Обозначение нулевого вектора

$$\overrightarrow{TT},\ \vec{0}$$

Длина ненулевого вектора

- ***Длиной вектора*** $\overrightarrow{AB}$ **называется длина отрезка** AB**.**
- **Длина вектора** $\overrightarrow{AB}$ **(вектора** $\vec{a}$**)** ***обозначается*** **так:**

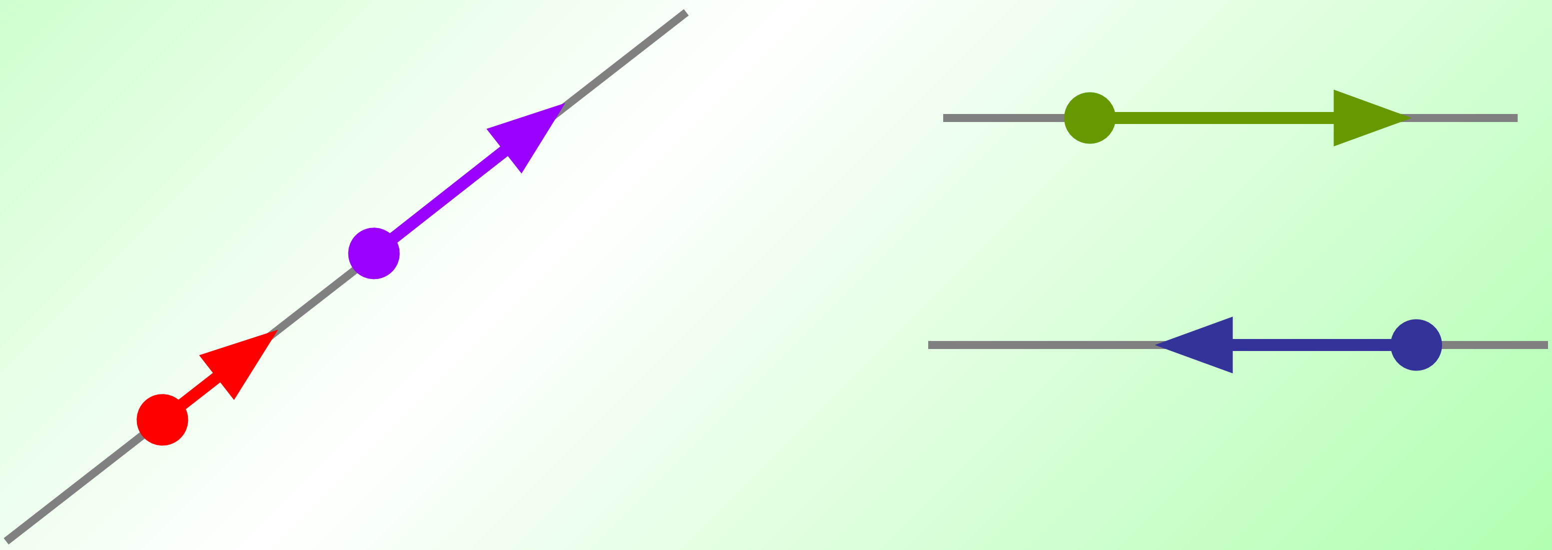
$$|\overrightarrow{AB}|, |\vec{a}|$$

- ***Длина нулевого вектора*** **считается равной** ***нулю*****:**

$$|\vec{0}| = 0$$

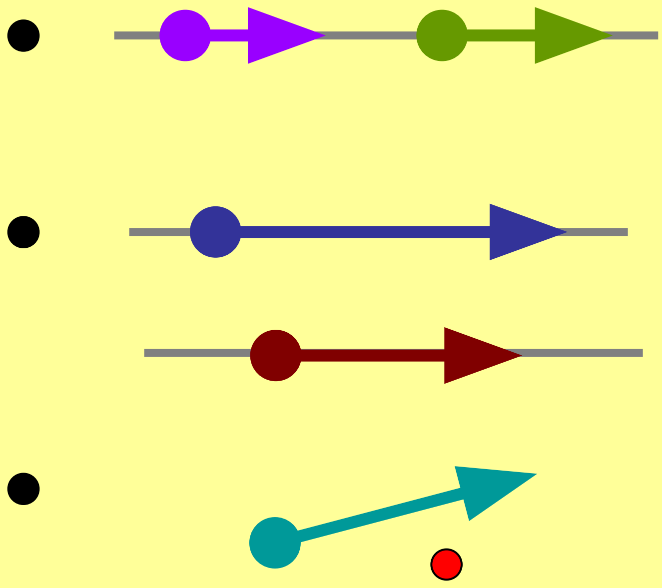
Определение коллинеарности векторов

- **Два ненулевых вектора называются *коллинеарными*, если они лежат *на одной прямой* или *на параллельных прямых.***

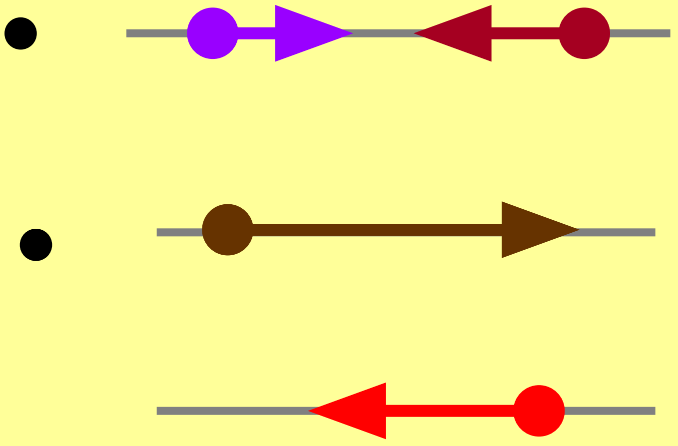


Коллинеарные векторы

Сонаправленные векторы



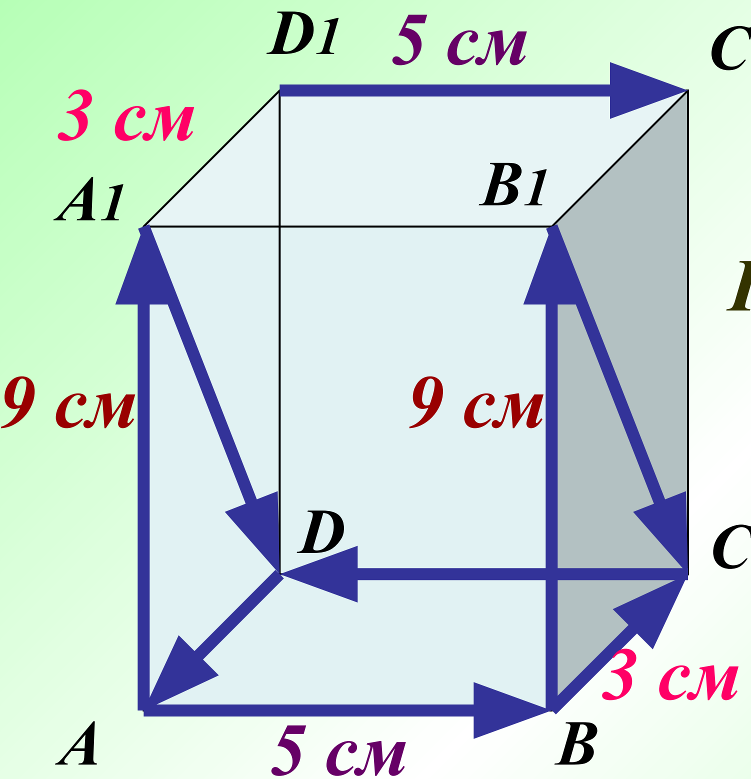
Противоположно направленные векторы



Какие векторы на рисунке сонаправленные?

Какие векторы на рисунке противоположно направленные?

Найти длины векторов $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CC_1}$.



Сонаправленные векторы:

$\overrightarrow{AA_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{BB_1}$, $\overrightarrow{A_1D} \uparrow\uparrow \overrightarrow{B_1C}$

$\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{D_1C_1}$

Противоположно-направленные:

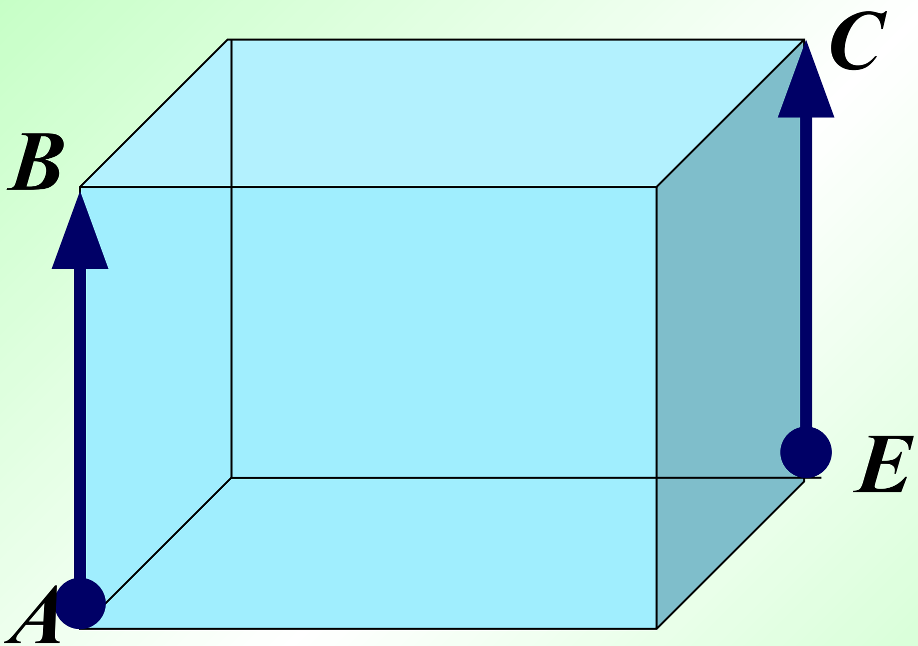
$\overrightarrow{CD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{D_1C_1}$, $\overrightarrow{CD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{AB}$,

$\overrightarrow{DA} \uparrow\downarrow \overrightarrow{BC}$

$|\overrightarrow{AB}| = 5$ см; $|\overrightarrow{BC}| = 3$ см; $|\overrightarrow{BB_1}| = 9$ см.

Равенство векторов

Векторы называются ***равными***, если они ***сонаправлены*** и их ***длины равны.***



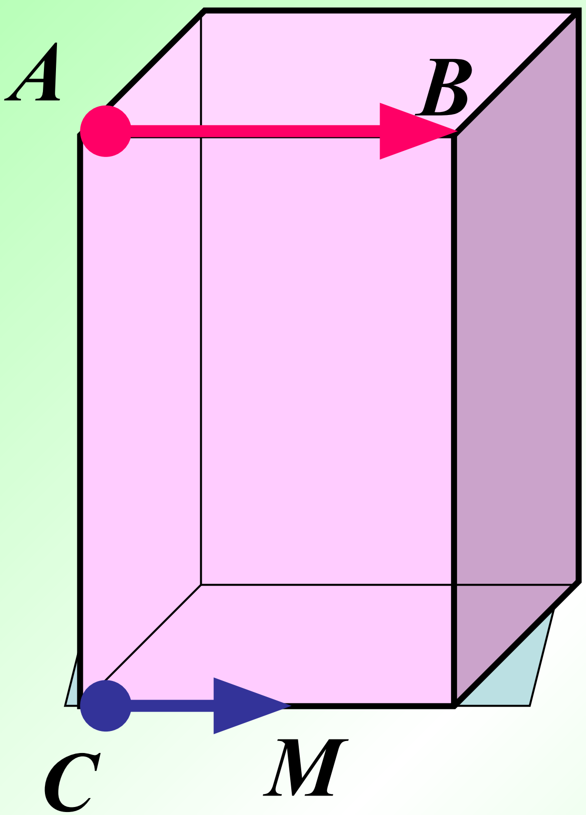
$\vec{AB} = \vec{EC}$, *так как*

$\vec{AB} \uparrow\uparrow \vec{EC}$ *и* $|\vec{AB}| = |\vec{EC}|$

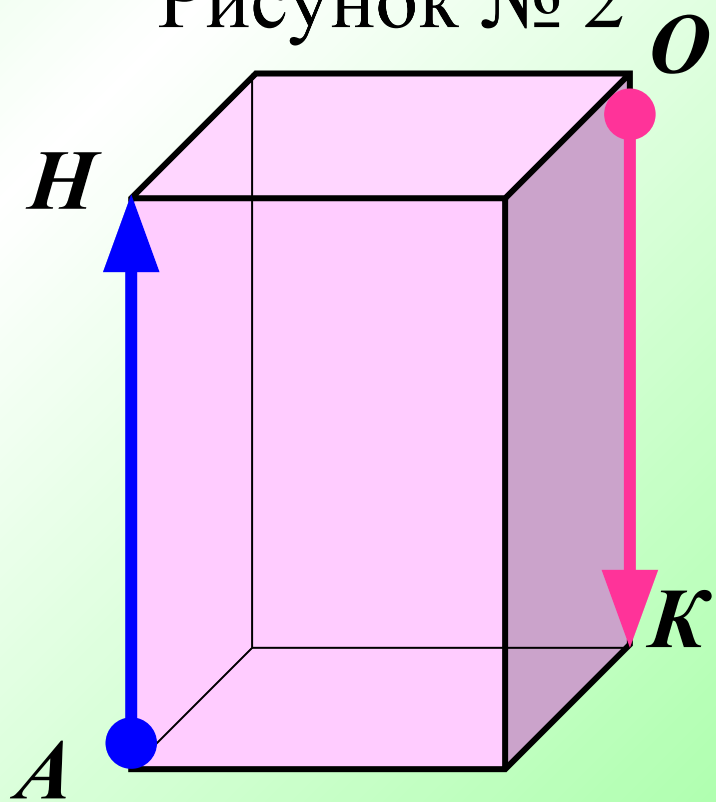
Могут ли быть равными векторы на рисунке? Ответ обоснуйте.

- Рисунок № 1

Рисунок № 2



$\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{CM}$, *т. к* $|\overrightarrow{AB}| \neq |\overrightarrow{CM}|$

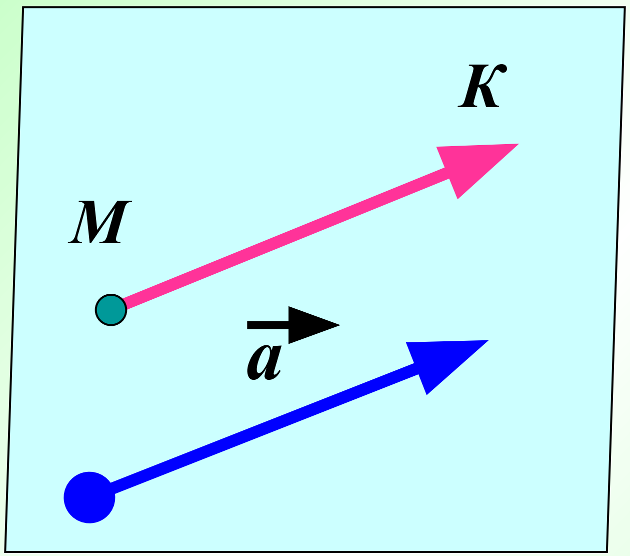


$\overrightarrow{AH} \neq \overrightarrow{OK}$, *т. к* $\overrightarrow{AH} \cancel{\uparrow\uparrow} \overrightarrow{OK}$

<u>Доказать</u>, что от любой точки пространства можно отложить вектор, равный данному, и притом только один

Дано: $\vec{a}$, *M*.

Доказать: $\vec{в} = \vec{a}$, *M* $\in \vec{в}$, единственный.



Доказательство:

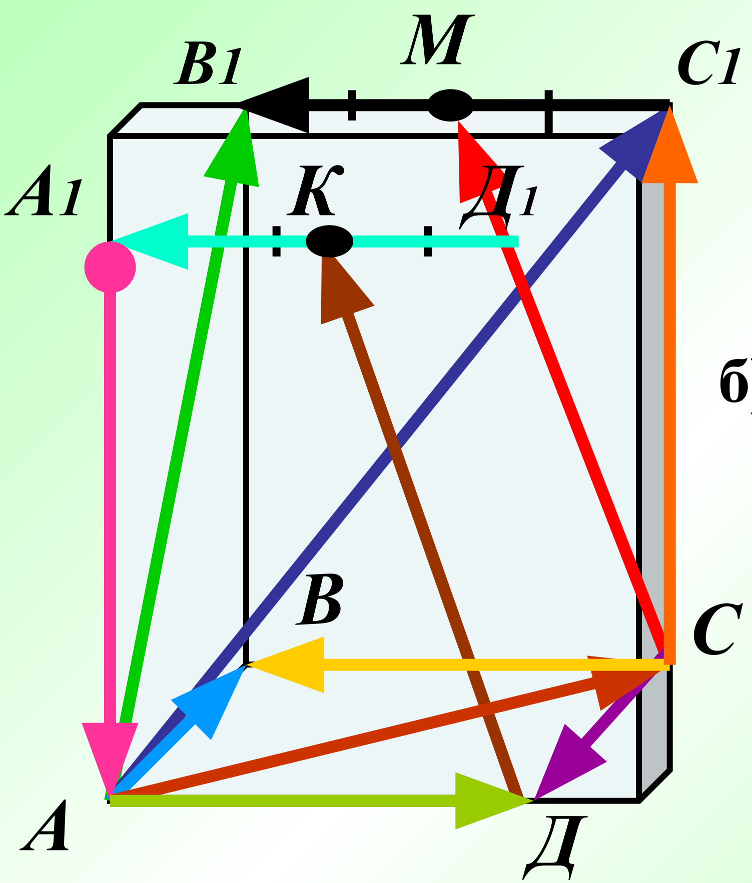
Проведем через вектор a и точку M плоскость.

В этой плоскости построим $\overrightarrow{MK} = \vec{a}$.

Из теоремы о параллельности прямых следует $\overrightarrow{MK} = \vec{a}$ и $M \in \overrightarrow{MK}$.

Решение задач

- № 322



Укажите на этом рисунке все пары:

а) сонаправленных векторов

$\overrightarrow{ДК}$ и $\overrightarrow{СМ}$; $\overrightarrow{СВ}$ и $\overrightarrow{С_1В_1}$ и $\overrightarrow{Д_1А_1}$;

б) противоположно направленных векторов

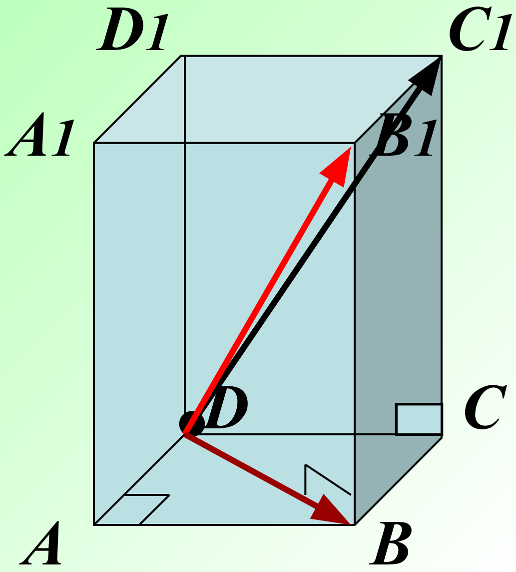
$\overrightarrow{СД}$ и $\overrightarrow{АВ}$; $\overrightarrow{АД}$ и $\overrightarrow{СВ}$; $\overrightarrow{АА_1}$ и $\overrightarrow{СС_1}$;
$\overrightarrow{АД}$ и $\overrightarrow{Д_1А_1}$; $\overrightarrow{АД}$ и $\overrightarrow{С_1В_1}$;

в) равных векторов

$\overrightarrow{СВ} = \overrightarrow{С_1В_1}$; $\overrightarrow{Д_1А_1} = \overrightarrow{С_1В_1}$; $\overrightarrow{ДК}=\overrightarrow{СМ}$

Решение задач

№ 321 (б)



Решение:

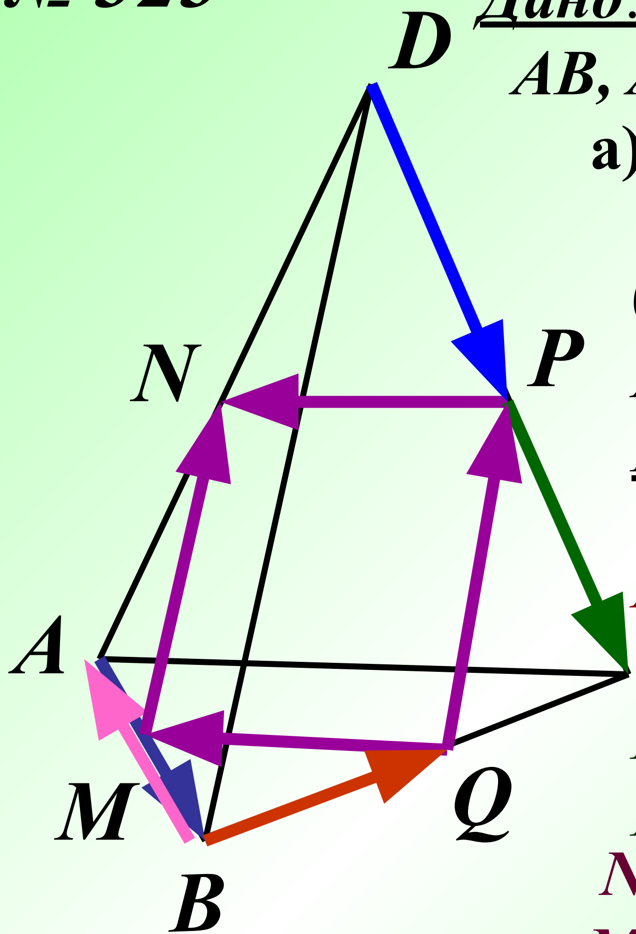
$$DC1 = \sqrt{DC^2 + CC_1^2} = \sqrt{81 + 144} = 15$$

$$DB = \sqrt{DA^2 + AB^2} = \sqrt{81 + 64} = \sqrt{145}$$

$$DB1 = \sqrt{DB^2 + BB_1^2} = \sqrt{145 + 144} = 17$$

Решение задач

№ 323



Дано: точки *M, N, P,Q* – середины сторон *AB, AD, DC, BC; AB=AD= DC=BC=DD=AC;*

а) выписать пары равных векторов;

$\vec{MN} = \vec{QP}$; $\vec{PN} = \vec{QM}$; $\vec{DP} = \vec{PC}$;

б) определить вид четырехугольника *MNHQ* .

Решение: *NP-средняя линия треугольника ADC, NP = 0,5AC, NP\\AC;*

MQ-средняя линия тр. ABC, MQ = 0,5AC, MQ\\AC, ***NP=MQ, NP\\MQ.***

PQ-средняя линия треугольника DBC; PQ = 0,5DB, PQ\\DB;

NM-средняя линяя треугольника ADB, MN = 0,5DB, MN\\DB, ***PQ=MN, PQ\\MN.***

По условию все ребра тетраэдра равны, то он правильный и скрещивающиеся ребра в нем перпендикулярны.

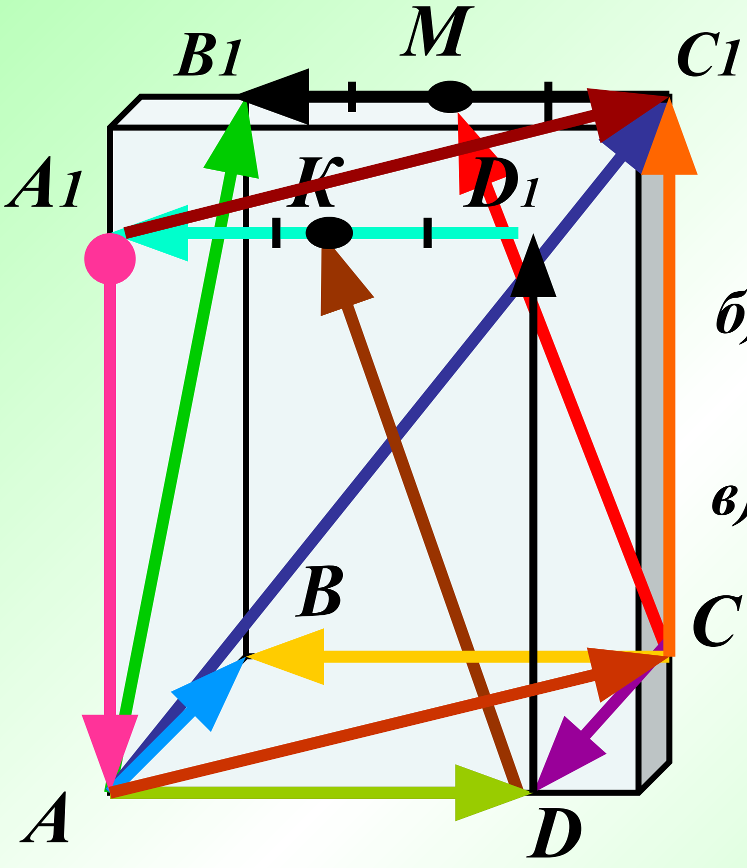
DB перпендикулярно AC .

NP=MQ=PQ=MN
NP\\MQ
MN\\PQ

MNPQ-квадрат

Решение задач

№ 326 (а, б, в)



Назовите вектор, который получится, если отложить:

а) от точки C вектор, равный $\overrightarrow{DD_1}$

$\overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{DD_1}$

б) от точки D вектор, равный $\overrightarrow{CM}$

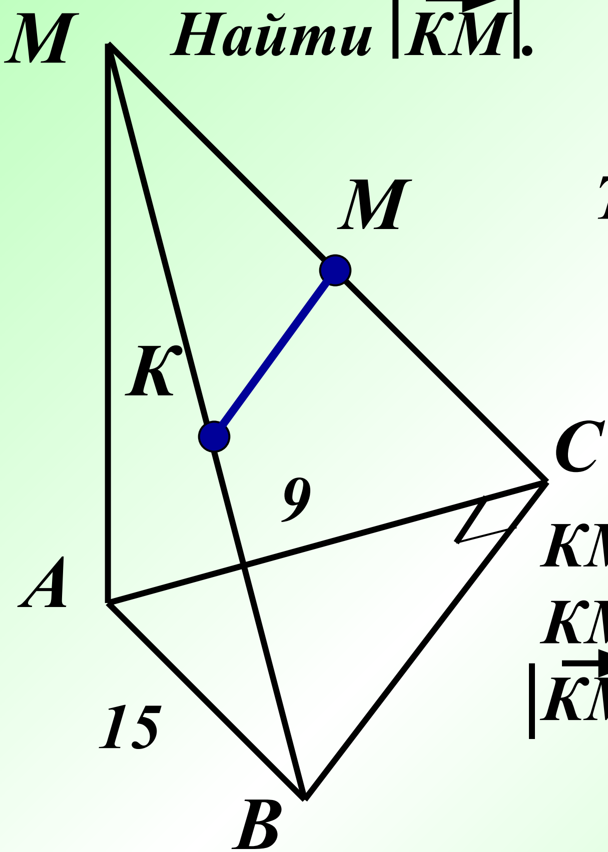
$\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{CM}$

в) от точки A1 вектор, равный $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{A_1C_1} = \overrightarrow{AC}$

Самостоятельная работа

Дан тетраэдр МАВС, угол АСВ прямой. Точки К и Р середины сторон МВ и МС, $|\overrightarrow{AC}| = 9$ см и $|\overrightarrow{BA}| = 15$ см. Найти $|\overrightarrow{KM}|$.



Решение:

Треугольник АВС, угол АСВ- прямой.

По теореме Пифагора

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{225 - 81} = 12$$

КМ – средняя линия треугольника МВС, КМ = 0,5ВС = 6 см.

$|\overrightarrow{KM}| = 6$ см.

Кроссворд

1 Г А М И Л Ь Т О Н

2 В Е К Т О Р

К О Л Л И Н Е А Р Н Ы Е

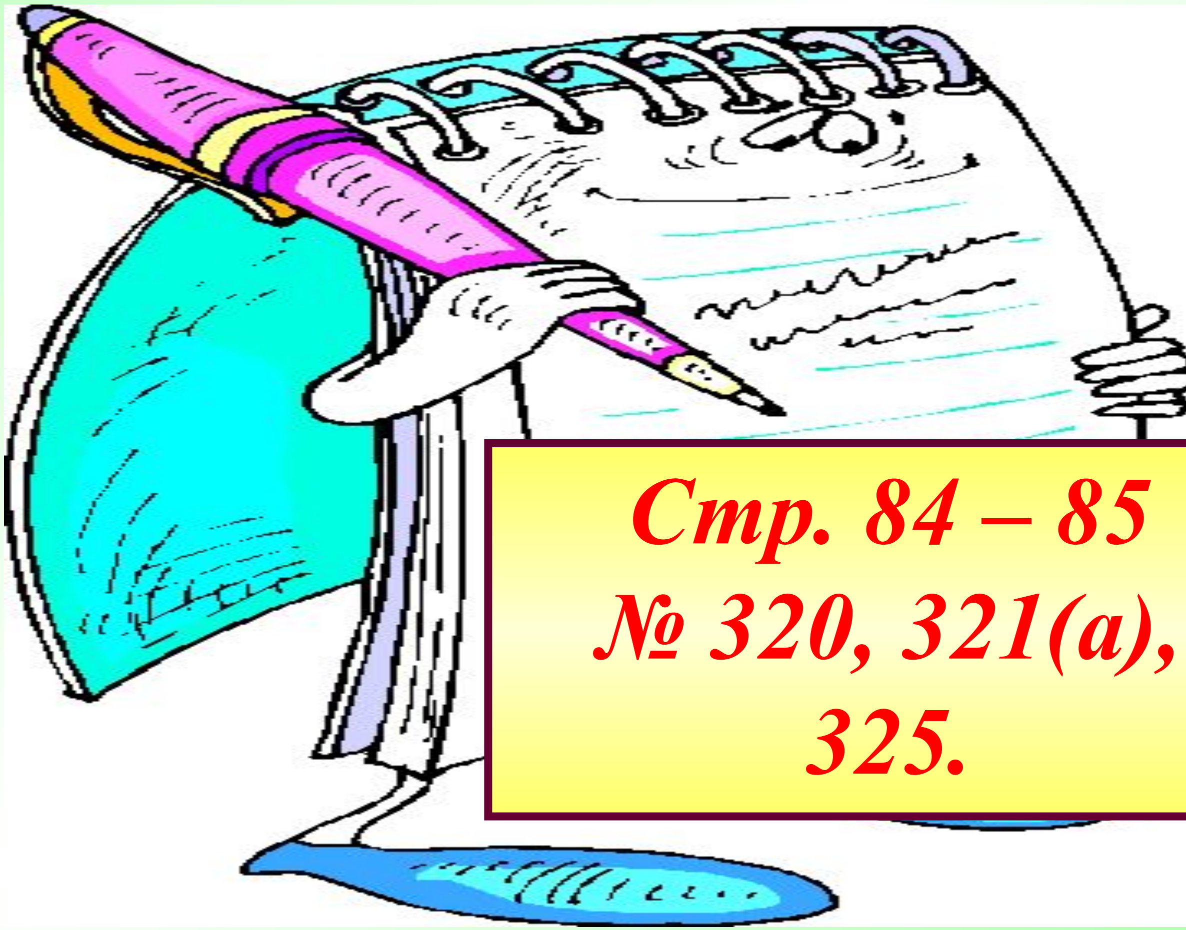
4 К О Ш И

5 Д Л И Н А

6 И Н Д У К Ц И И

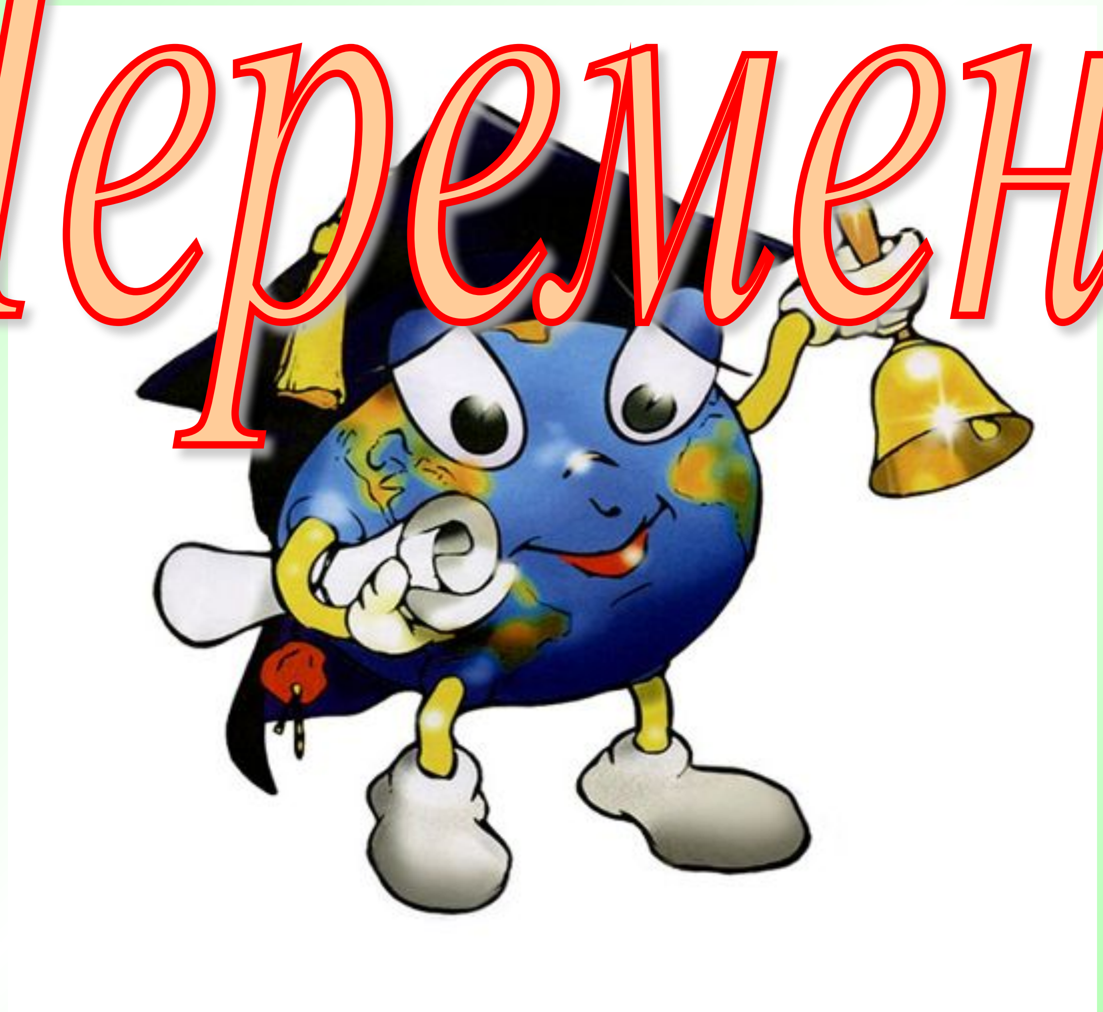
7 Р А В Н Ы М И

Домашнее задание



Стр. 84 – 85
№ 320, 321(а), 325.

Перемена



Список литературы:

1. «Геометрия 10-11» Учебник для общеобразовательных учреждений. Л. С. Атанасян, И. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. М.: Просвещение, 2010.
2. Энциклопедический словарь юного математика. Сост. Э 68 А.. П. Савин.- М. Педагогика, 1985.
3. Поурочные разработки по геометрии: 10 класс (сост. В. А. Яровенко) в помощь школьному учителю- М.: ВАКО, 2007.