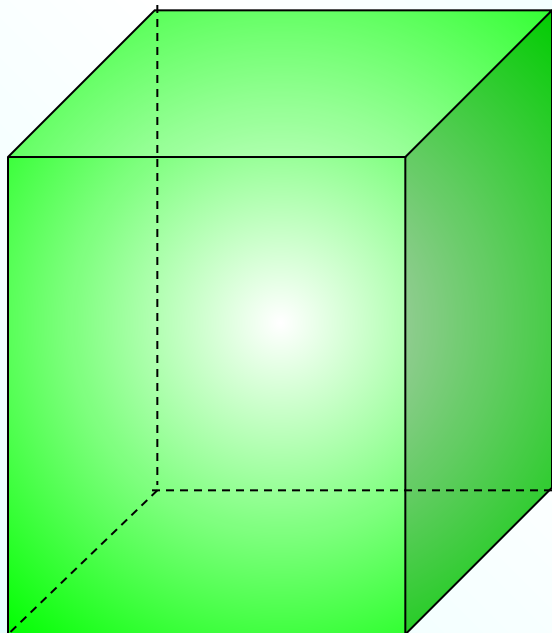




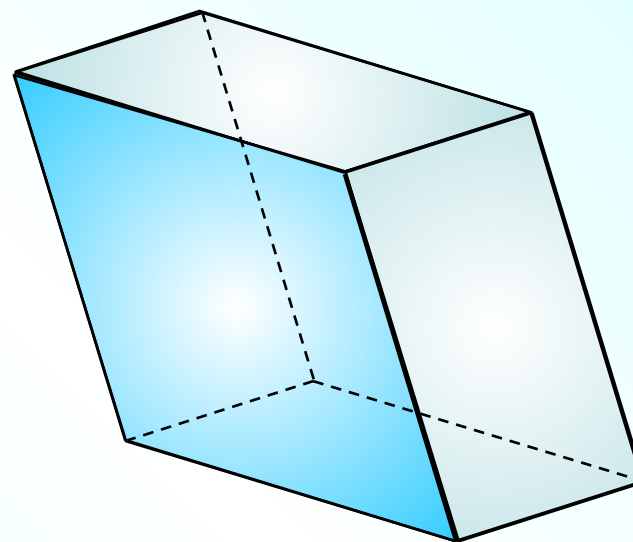
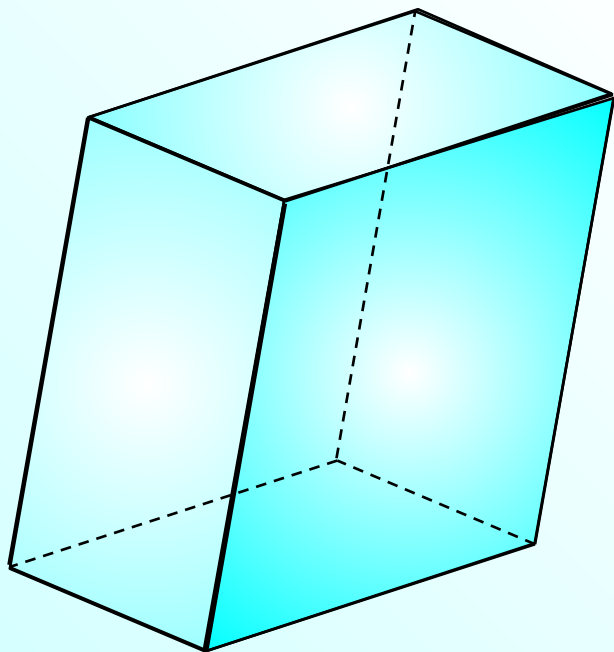
Понятие многогранника

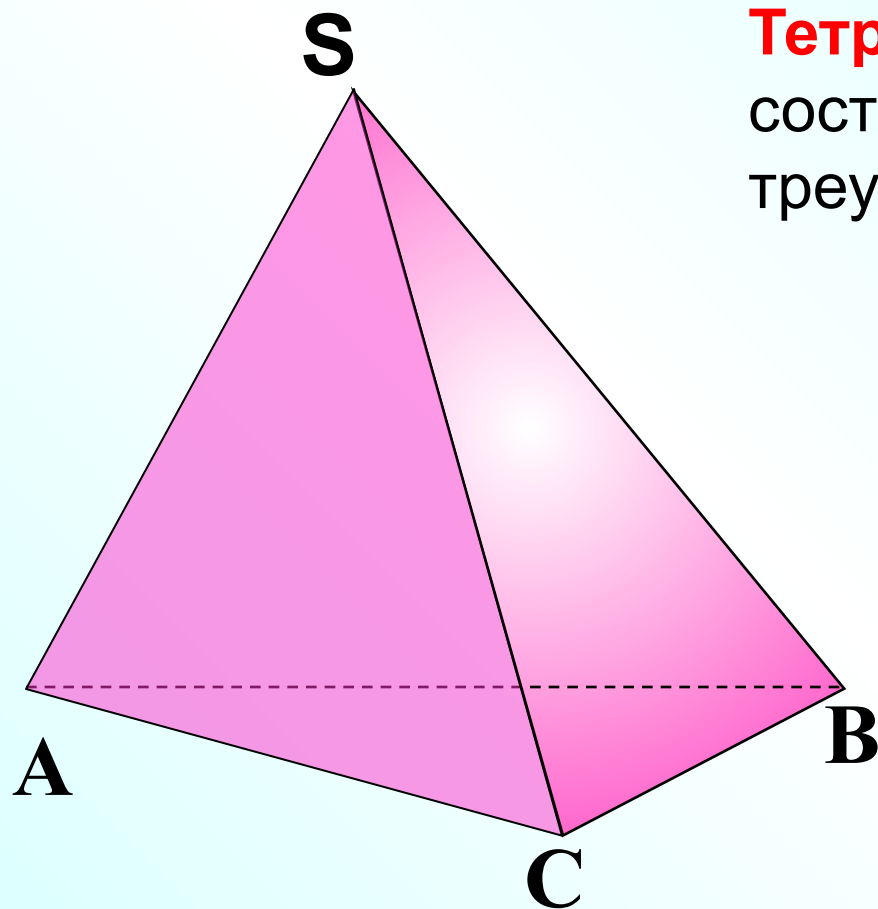
Л.С. Атанасян "Геометрия 10-11"

Призма



Параллелепипед –
поверхность, составленная из
шести параллелограммов.

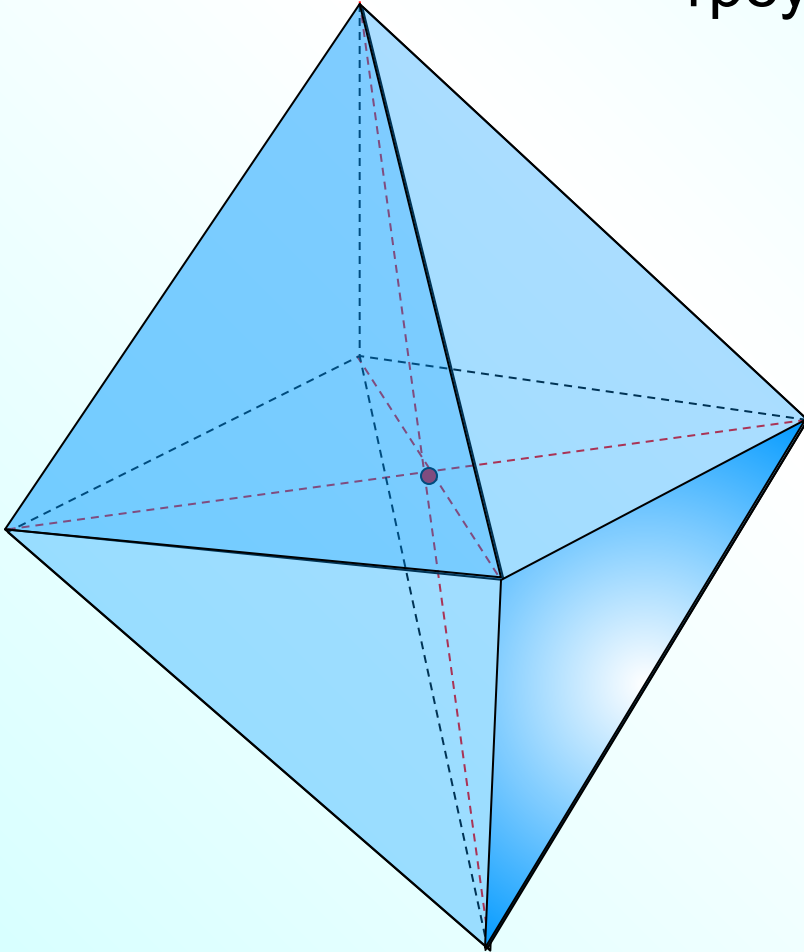




Тетраэдр — поверхность,
составленная из четырех
треугольников.

Поверхность, составленную из многоугольников и
ограничивающую некоторое геометрическое тело, будем
называть многогранной поверхностью или **многогранником**.

Октаэдр составлен из восьми треугольников.



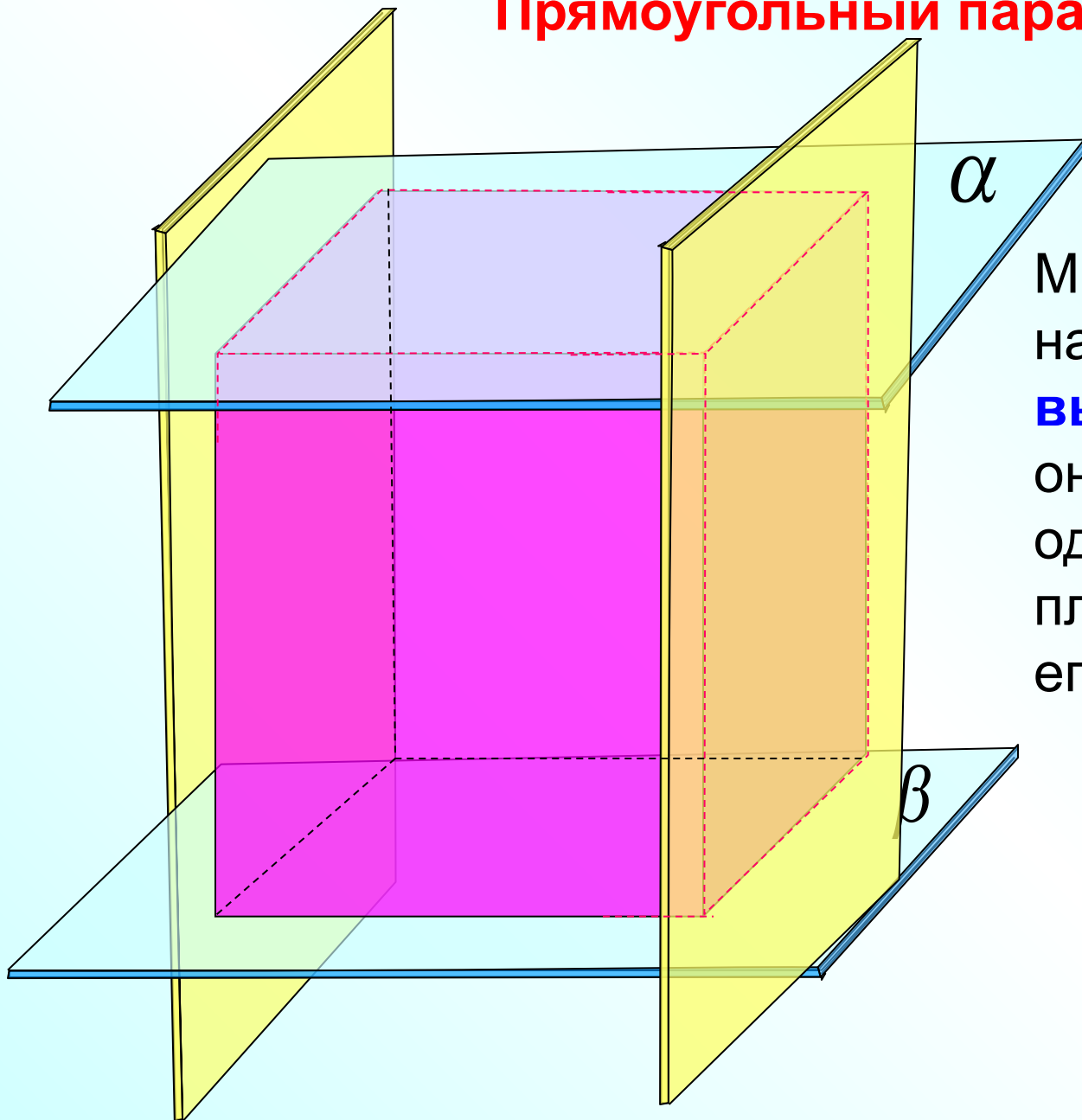
Многоугольники, из которых составлен многогранник, называются

гранями.

Стороны граней называются **ребрами**, а концы ребер – **вершинами.**

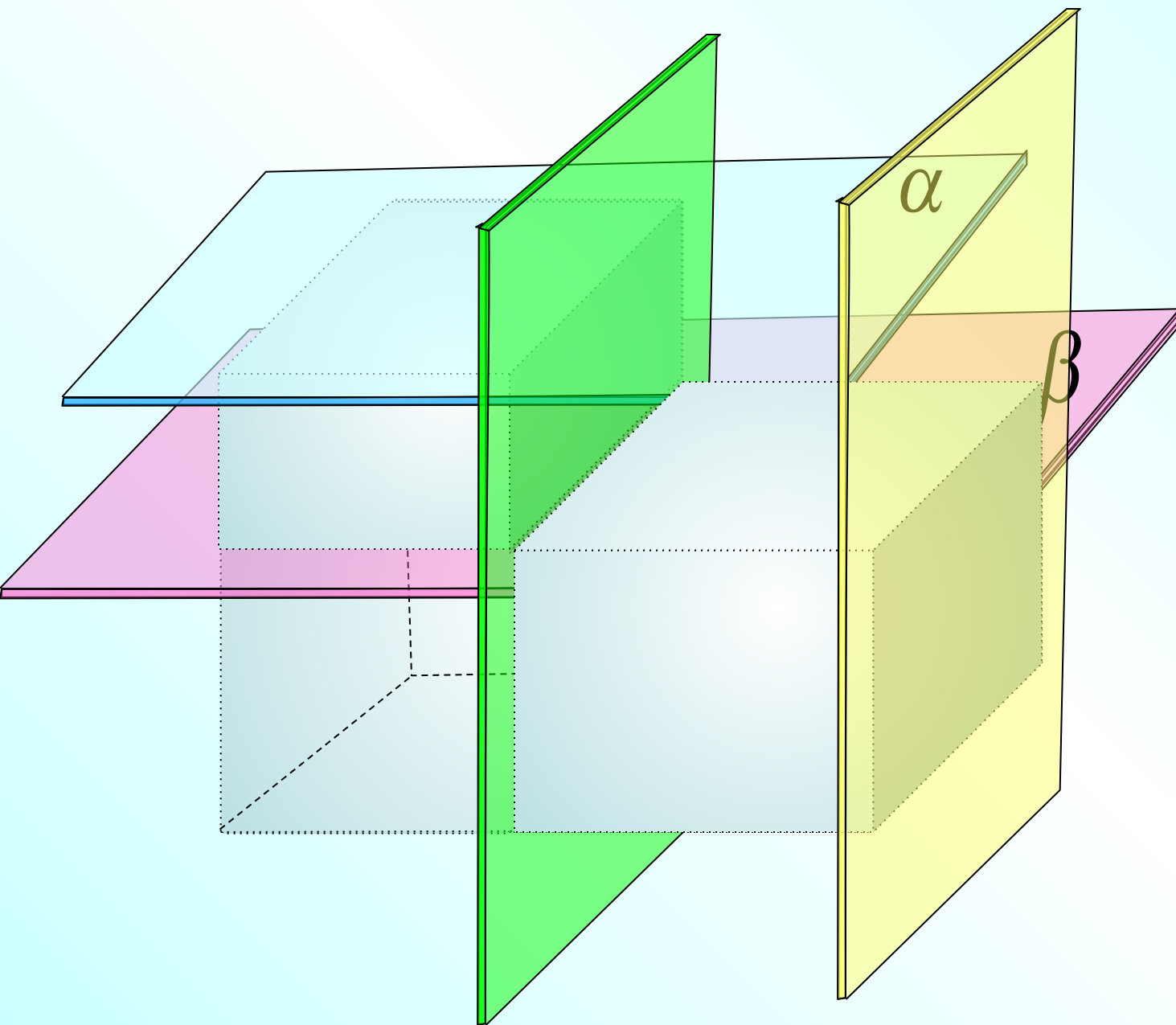
Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется **диагональю** многогранника.

Прямоугольный параллелепипед

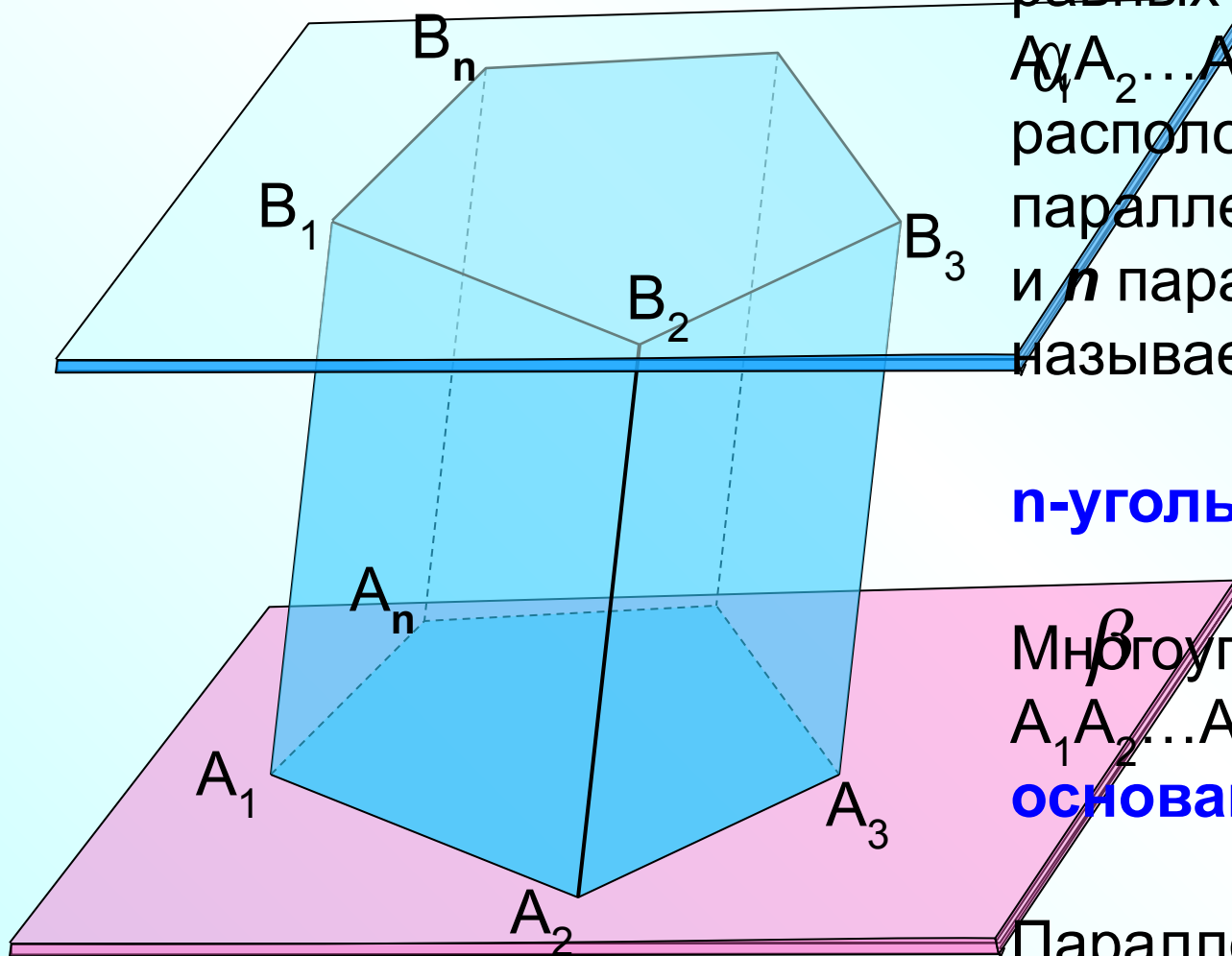


Многогранник называется **выпуклым**, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани.

Невыпуклый многогранник



Призма



Многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1A_2\ldots A_n$ и $B_1B_2\ldots B_n$, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов, называется призмой.

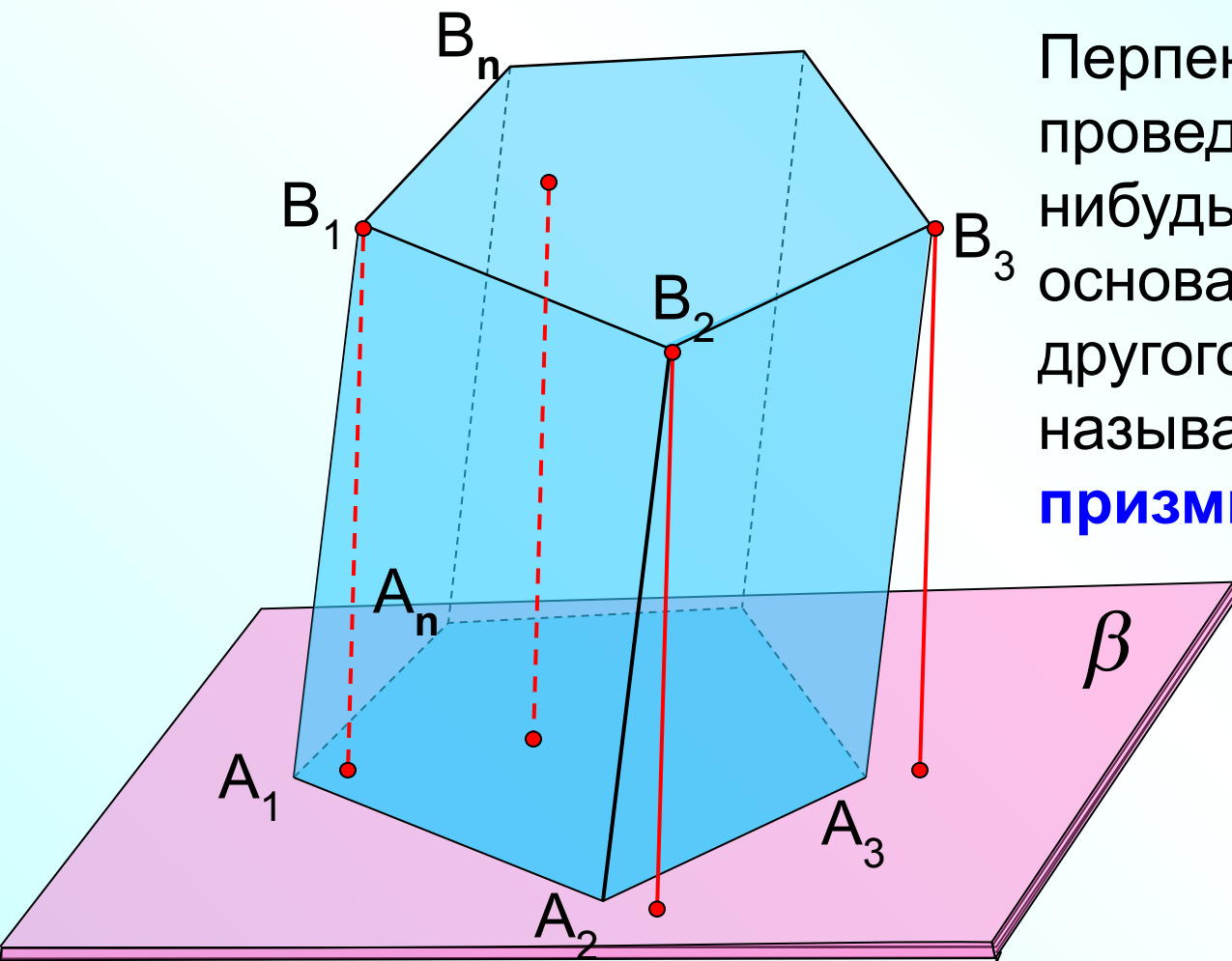
n -угольная призма.

Многоугольники $A_1A_2\ldots A_n$ и $B_1B_2\ldots B_n$ — **основания призмы.**

Параллелограммы $A_1B_1B_2A_2$, $A_2B_2B_3A_3$ и т.д. **боковые грани призмы**

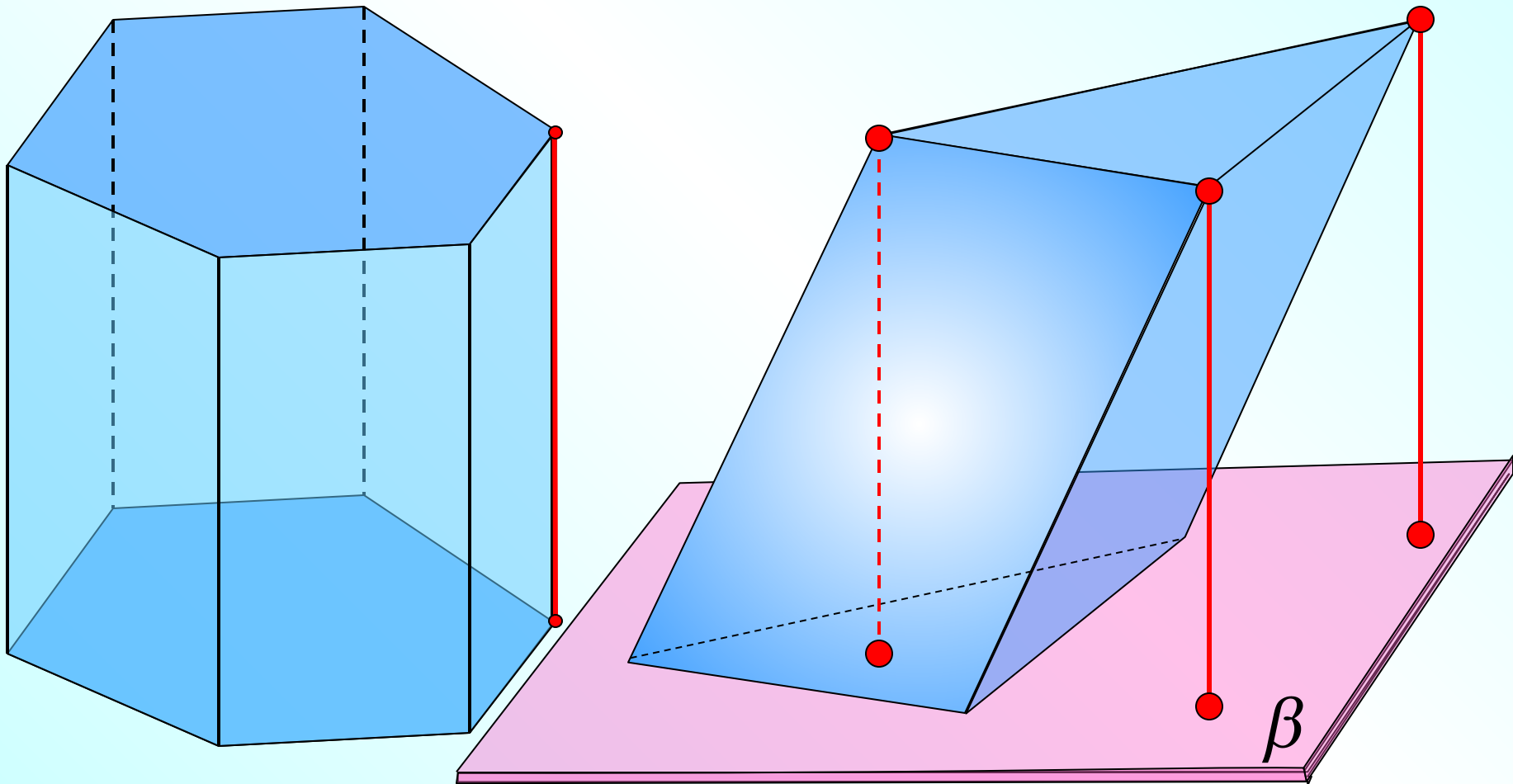
Призма

Отрезки A_1B_1 , A_2B_2 и т.д. -
боковые ребра призмы

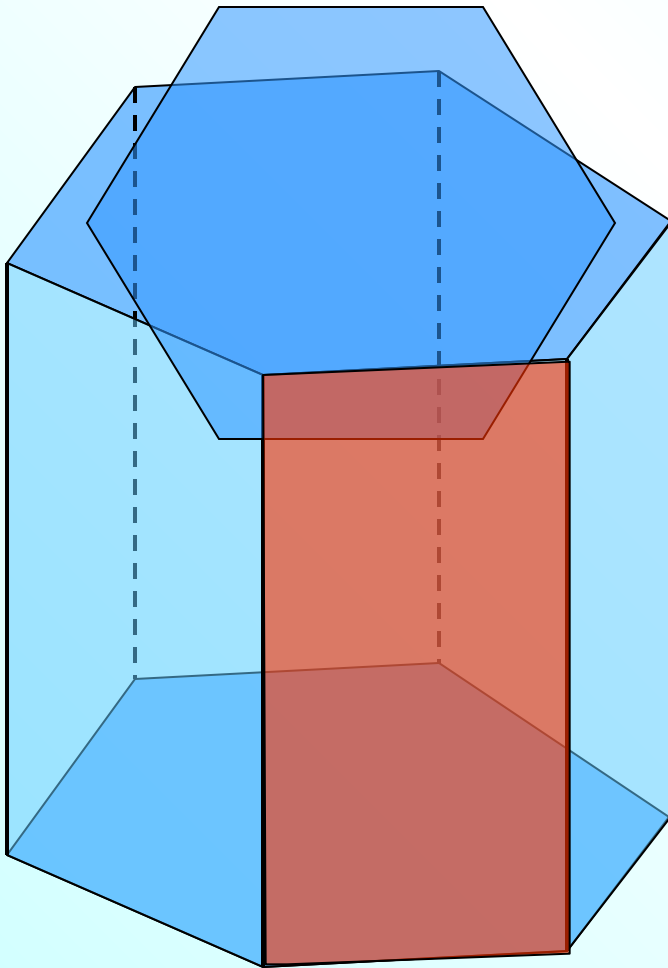


Перпендикуляр,
проведенный из какой-
нибудь точки одного
основания к плоскости
другого основания,
называется **высотой
призмы**.

Если боковые ребра перпендикулярны к основаниям, то призма называется **прямой**, в противном случае **наклонной**. Высота прямой призмы равна ее боковому ребру.



Прямая призма называется **правильной**, если ее основания - правильные многоугольники. У такой призмы все боковые грани – равные прямоугольники.



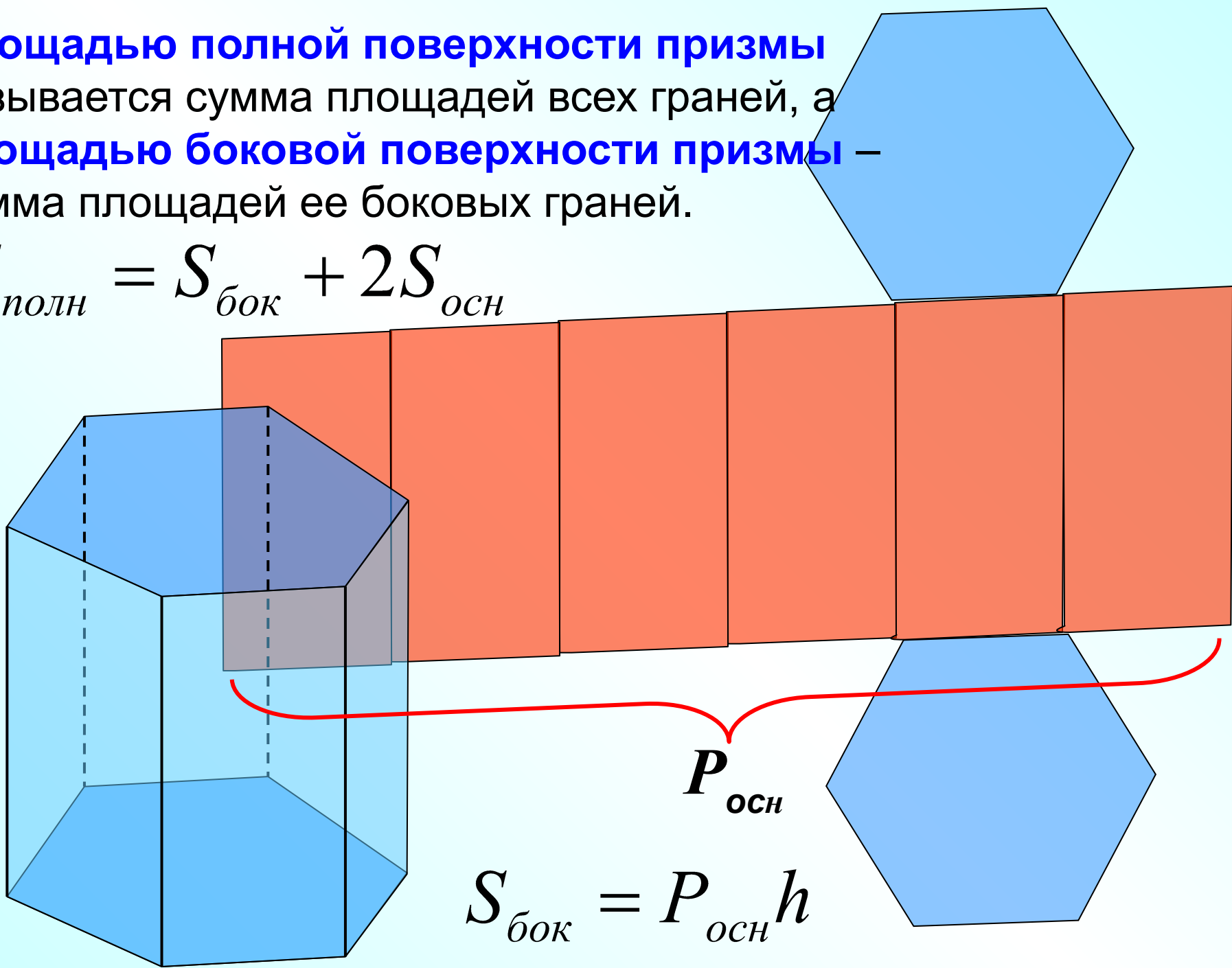
Площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей всех граней, а **площадью боковой поверхности призмы** – сумма площадей ее боковых граней.

$$S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн}$$

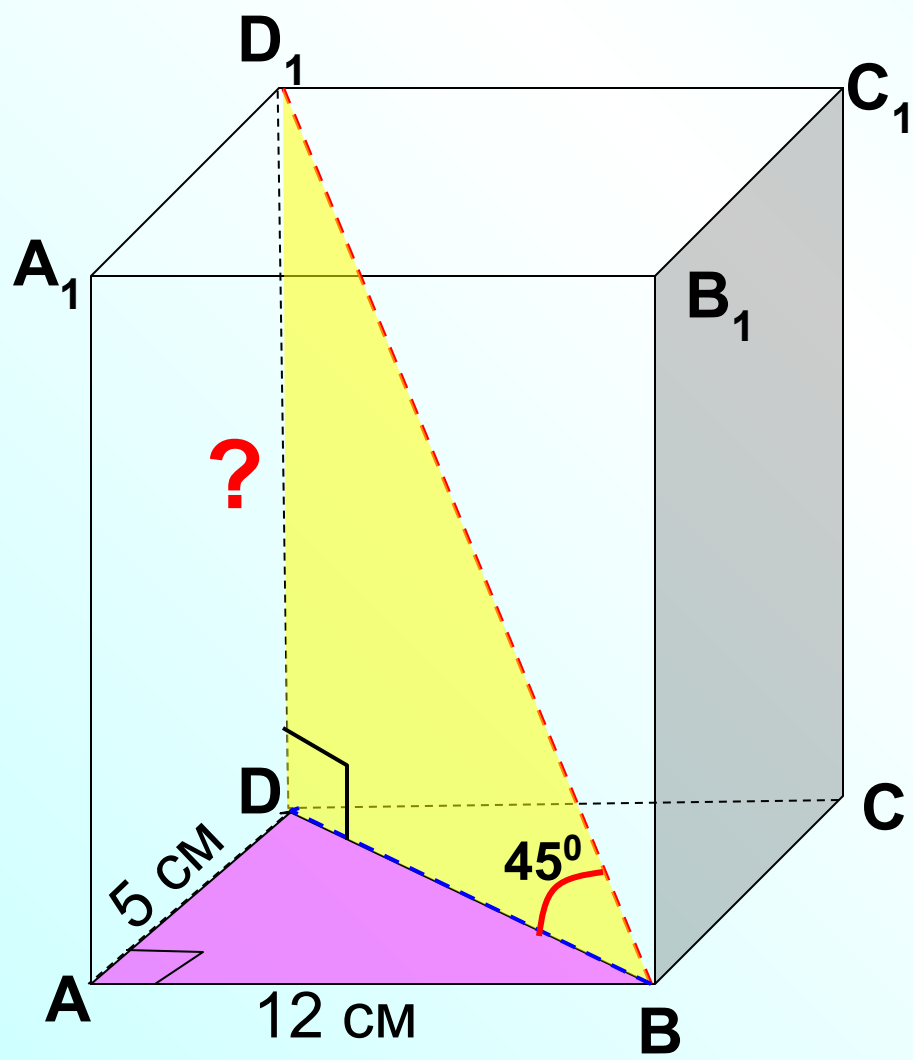
h

$P_{осн}$

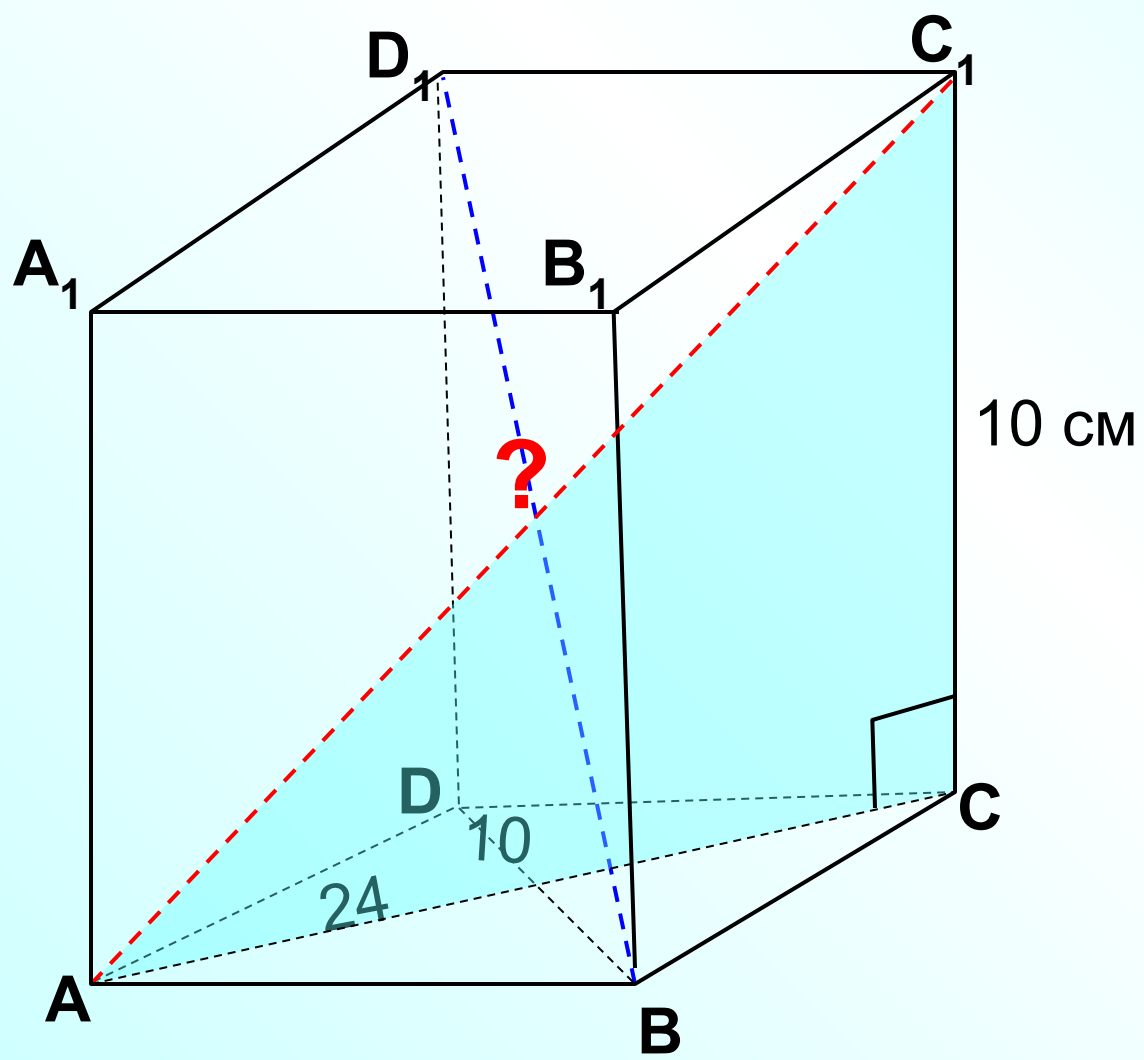
$$S_{бок} = P_{осн} h$$



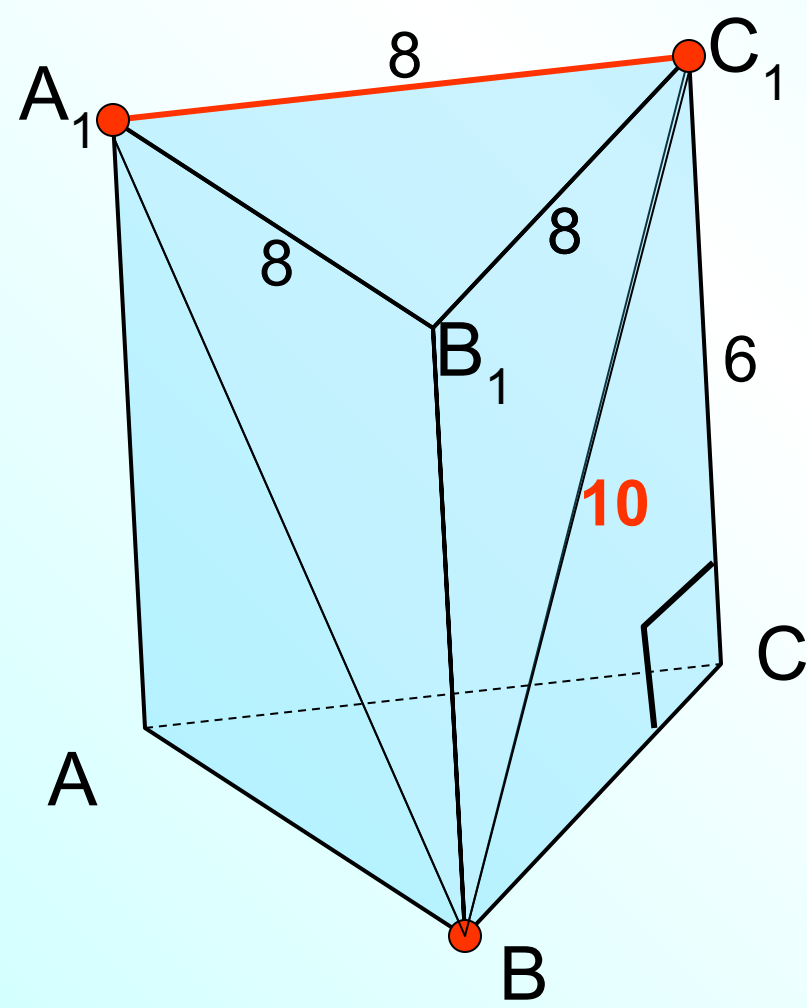
№ 219. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 45° . Найдите боковое ребро параллелепипеда.



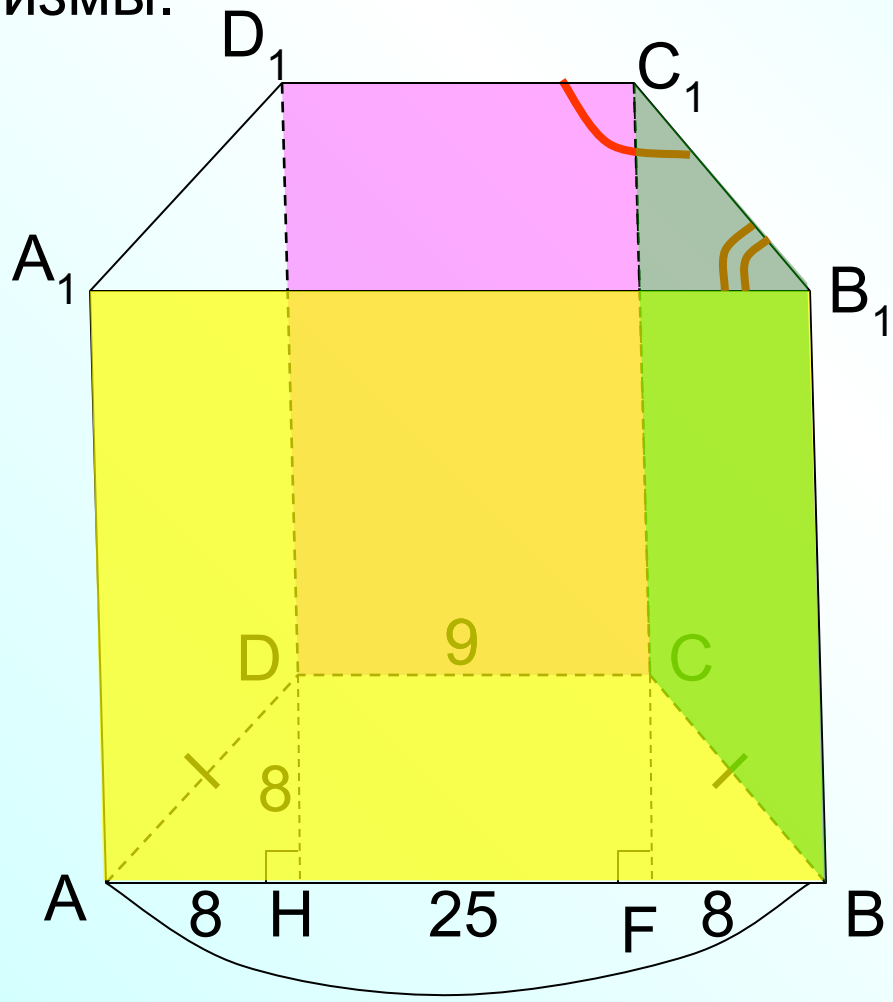
№ 220. Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.



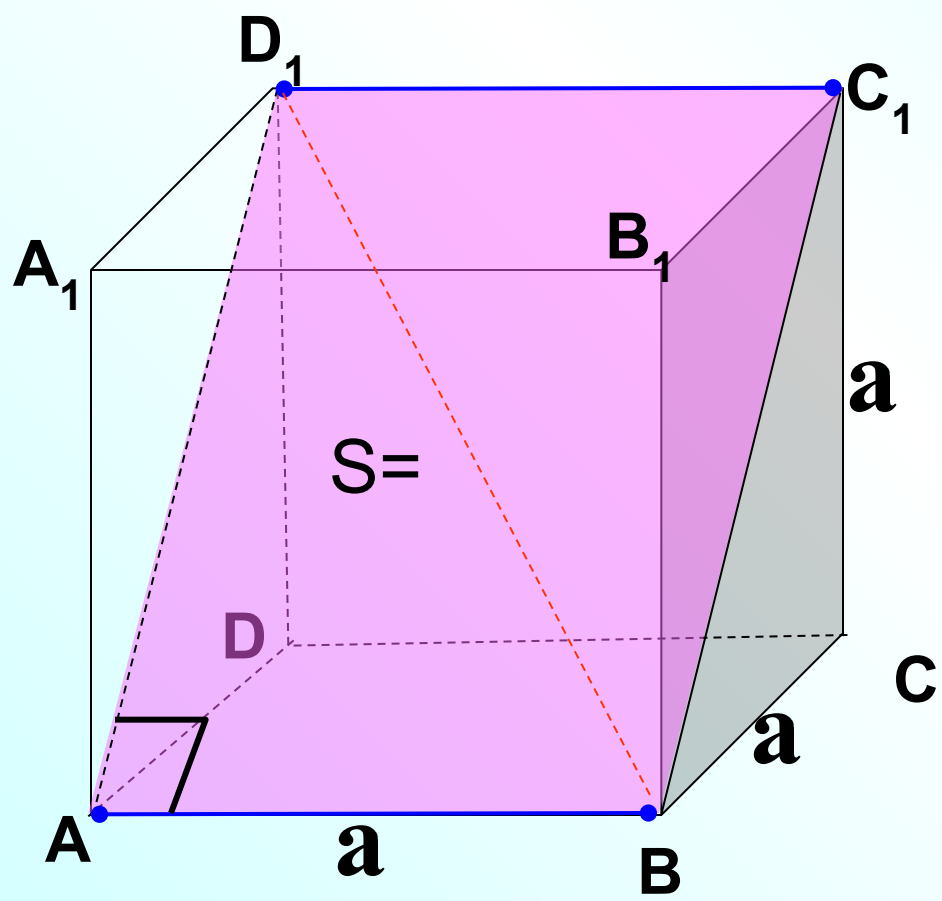
№ 221. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро равно 6 см. Найдите площадь сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противоположную вершину нижнего основания.



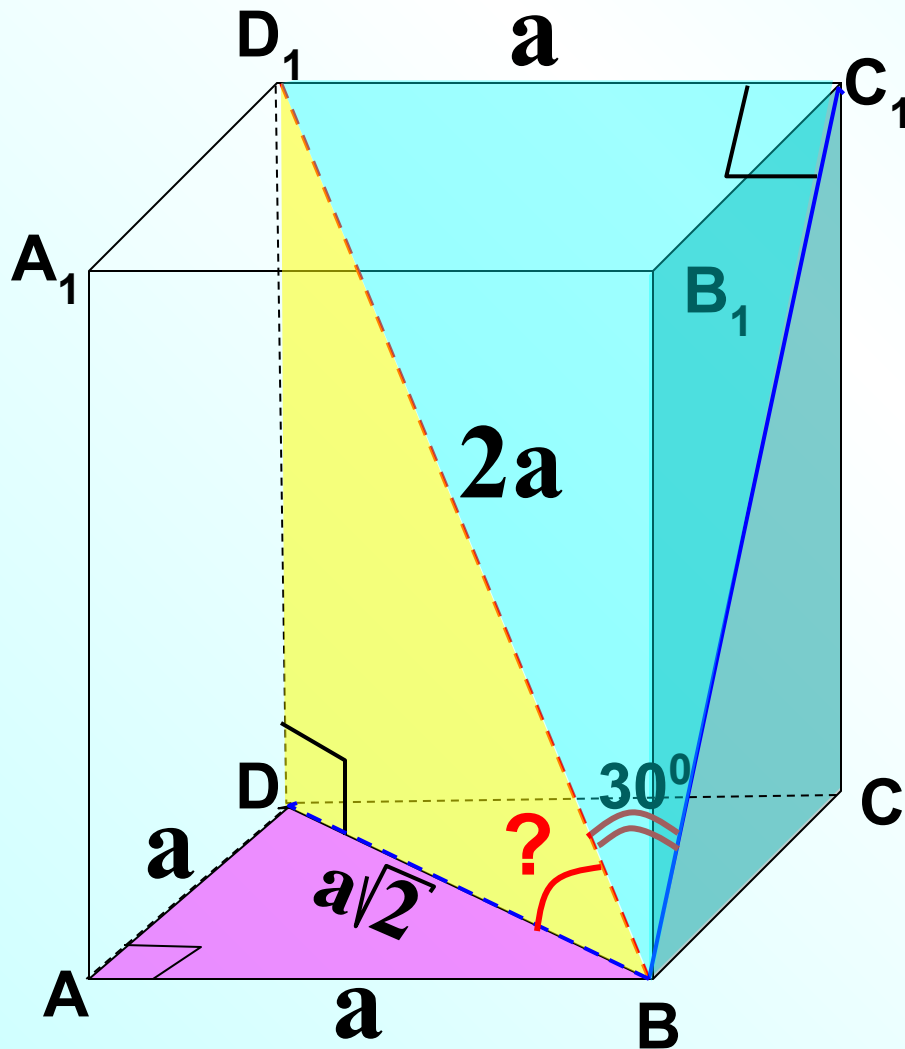
№ 222. Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 25 см и 9 см и высотой 8 см. Найдите двугранные углы при боковых ребрах призмы.



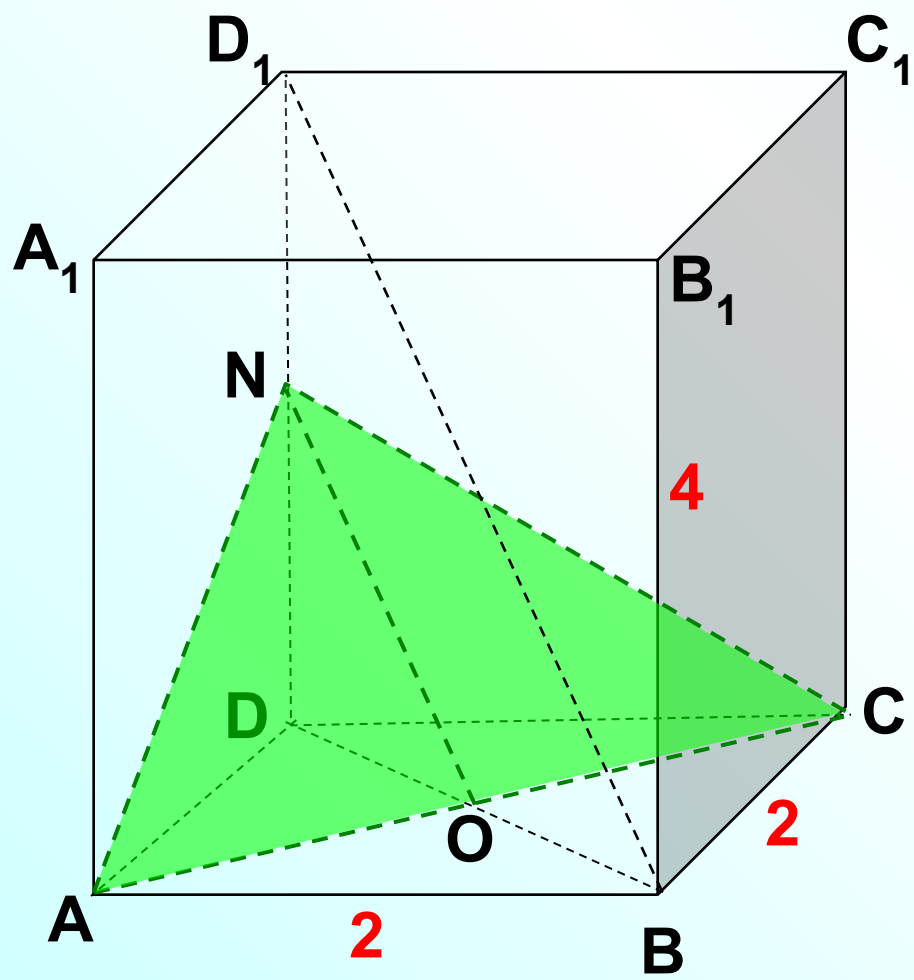
№ 223. Через два противоположащих ребра проведено сечение, площадь которого равна $64\sqrt{2}$ см². Найдите ребро куба и его диагональ.



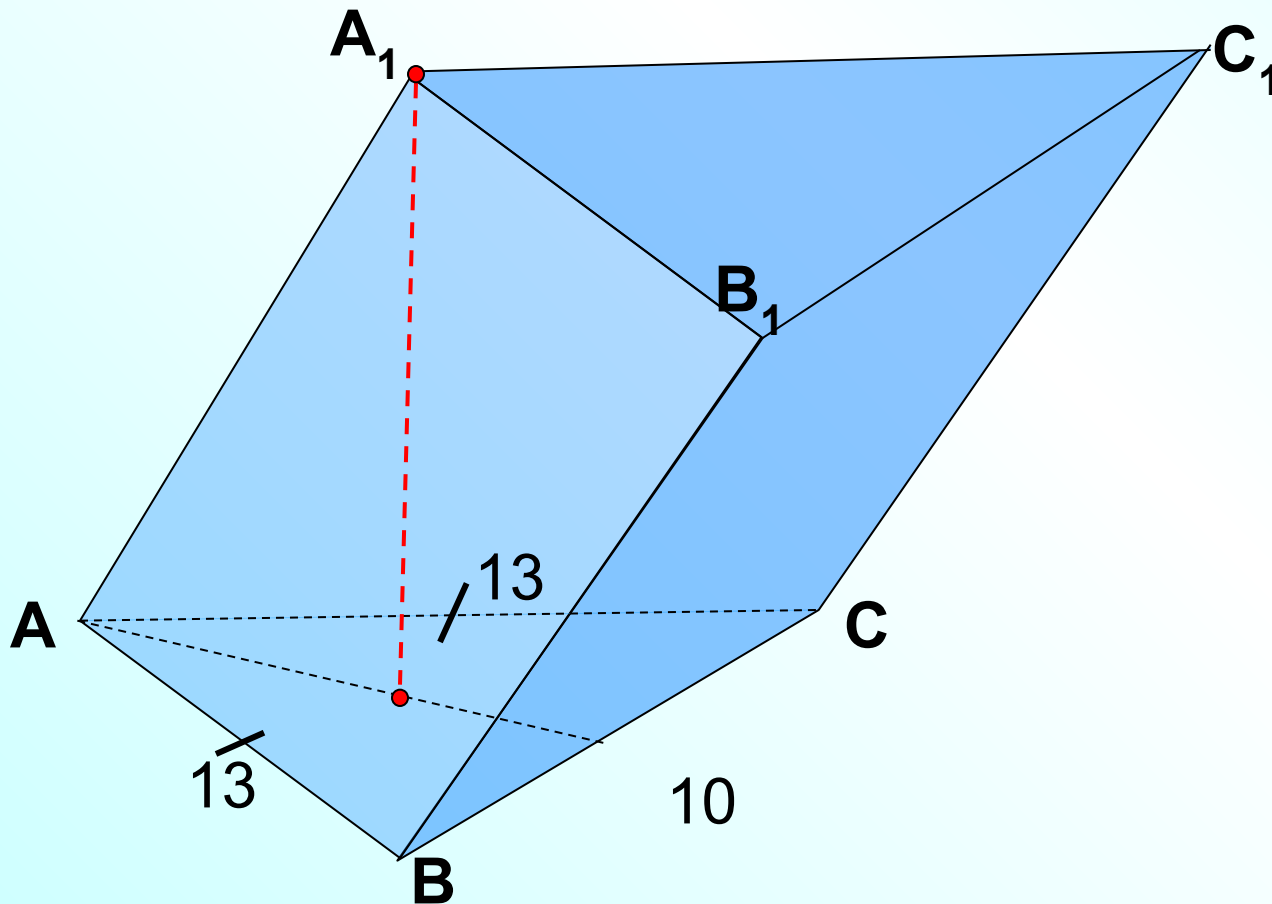
№ 225. Диагональ правильной четырехугольной призмы образует с плоскостью боковой грани угол в 30° . Найдите угол между диагональю и плоскостью основания.



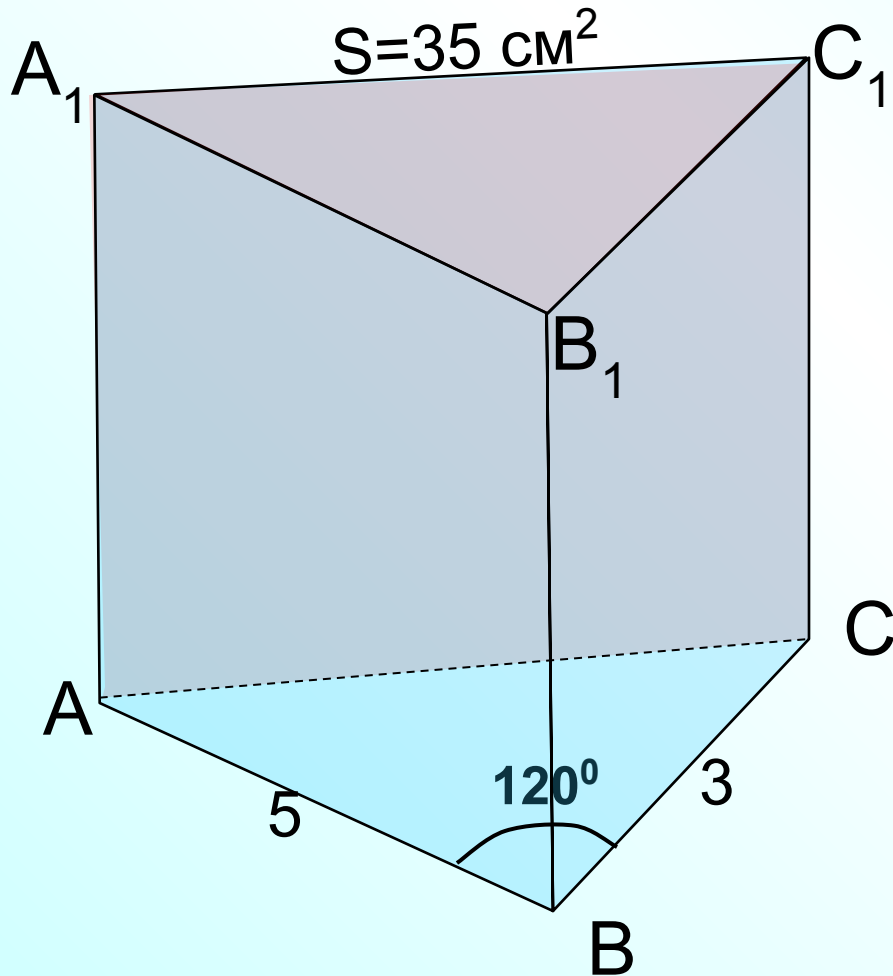
№ 226. В правильной четырехугольной призме через диагональ основания проведено сечение параллельно диагонали призмы. Найдите площадь сечения, если сторона основания призмы равна 2 см, а ее высота 4 см.



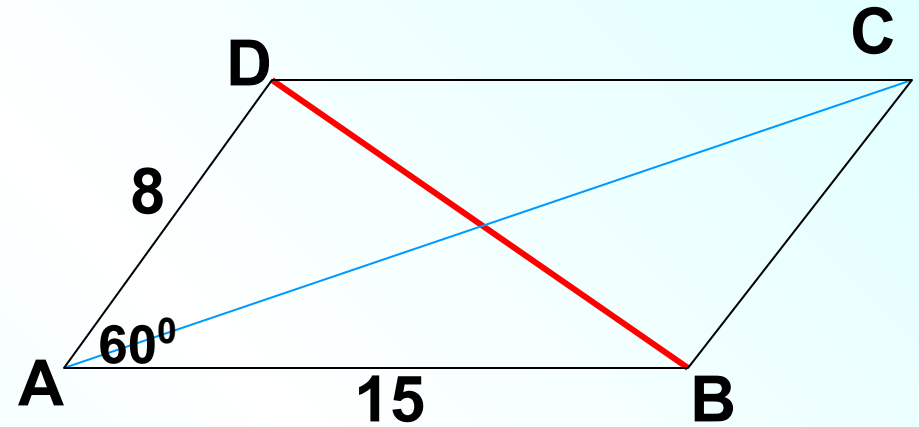
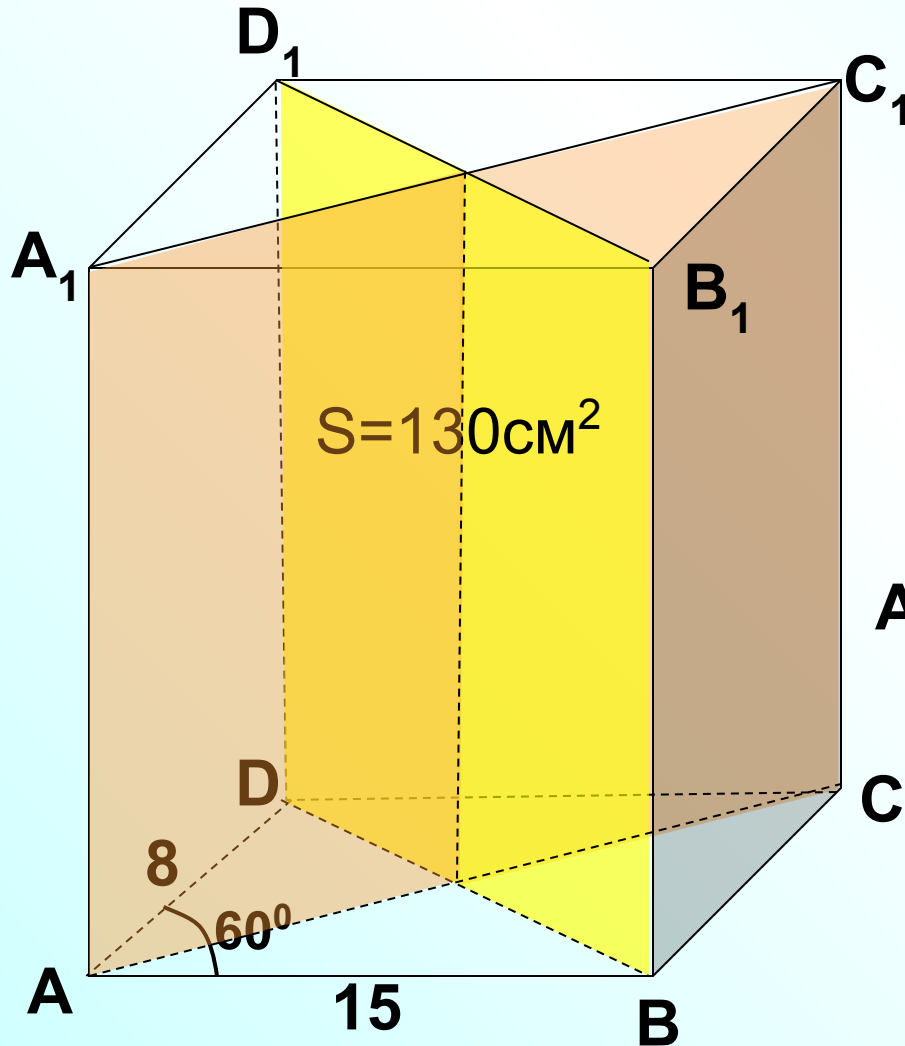
№ 228. Основанием наклонной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AC=AB=13$ см, $BC=10$ см, а боковое ребро призмы образует с плоскостью основания угол в 45° . Проекцией вершины A_1 является точка пересечения медиан треугольника ABC . Найдите площадь грани CC_1B_1B .



№ 230. Основание прямой призмы – треугольник со сторонами 5 см и 3 см и углом в 120° между ними. Наибольшая из площадей боковых граней равна 35 см^2 . Найдите площадь боковой поверхности призмы.



№ 231. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 8 см и 15 см и образуют угол в 60° . Меньшая из площадей диагональных равна 130 см^2 . Найдите площадь поверхности параллелепипеда.



№ 236. Докажите, что площадь боковой поверхности наклонной призмы равна произведению периметра перпендикулярного сечения на боковое ребро.

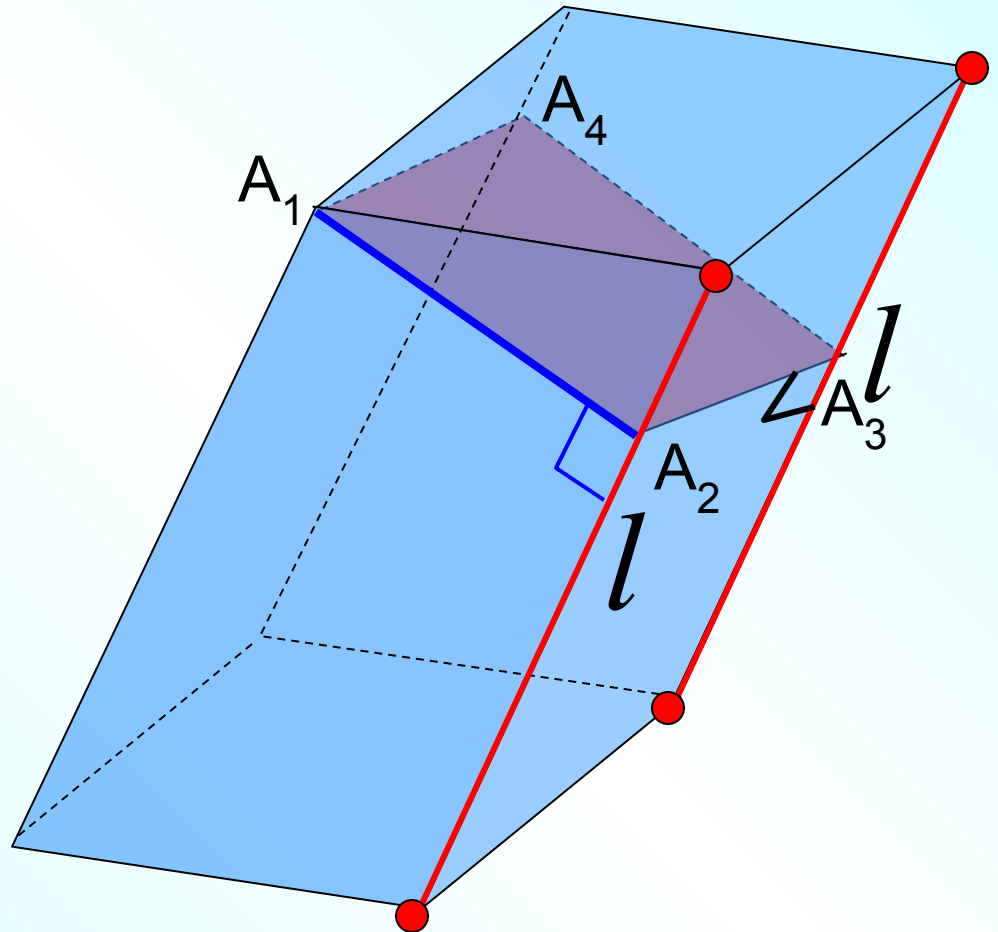
$$S_1 = A_1 A_2 * l$$

$$S_2 = A_2 A_3 * l$$

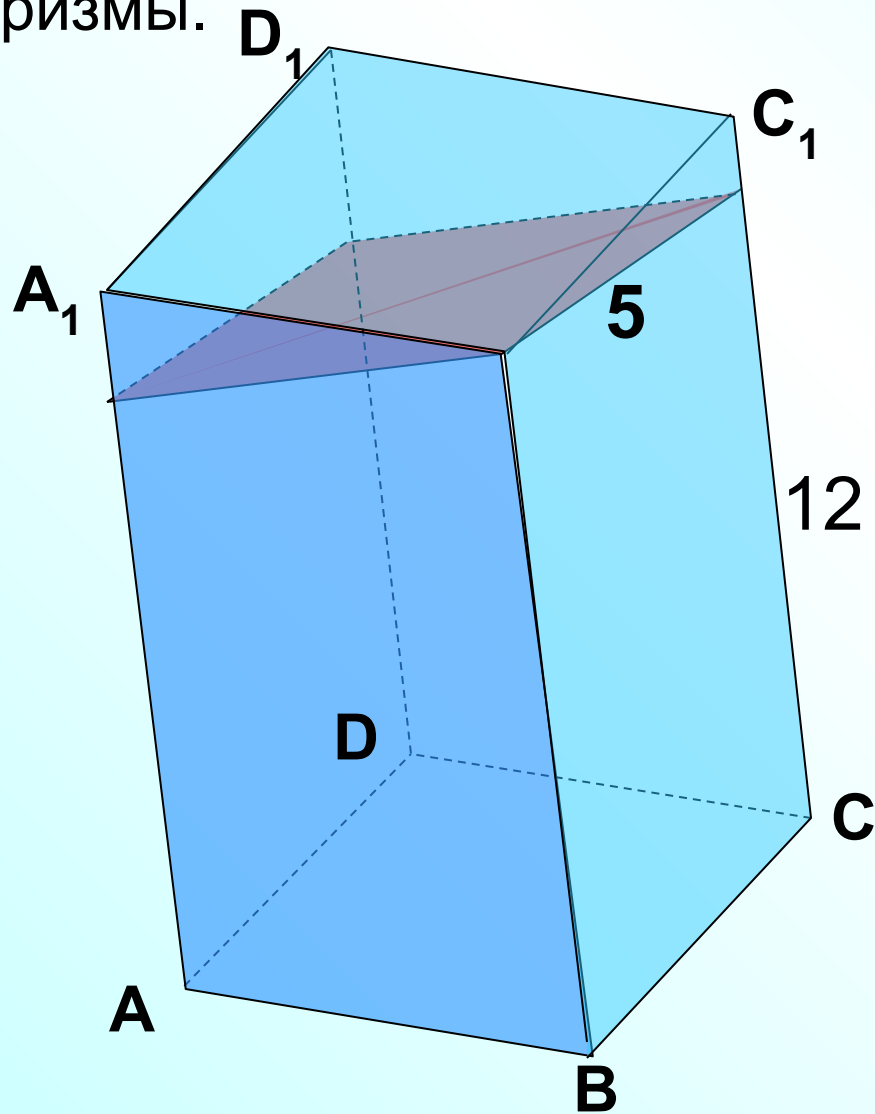
$$S_3 = A_3 A_4 * l$$

$$S_4 = A_4 A_1 * l$$

$$S_{бок} = P_{сеч} l$$

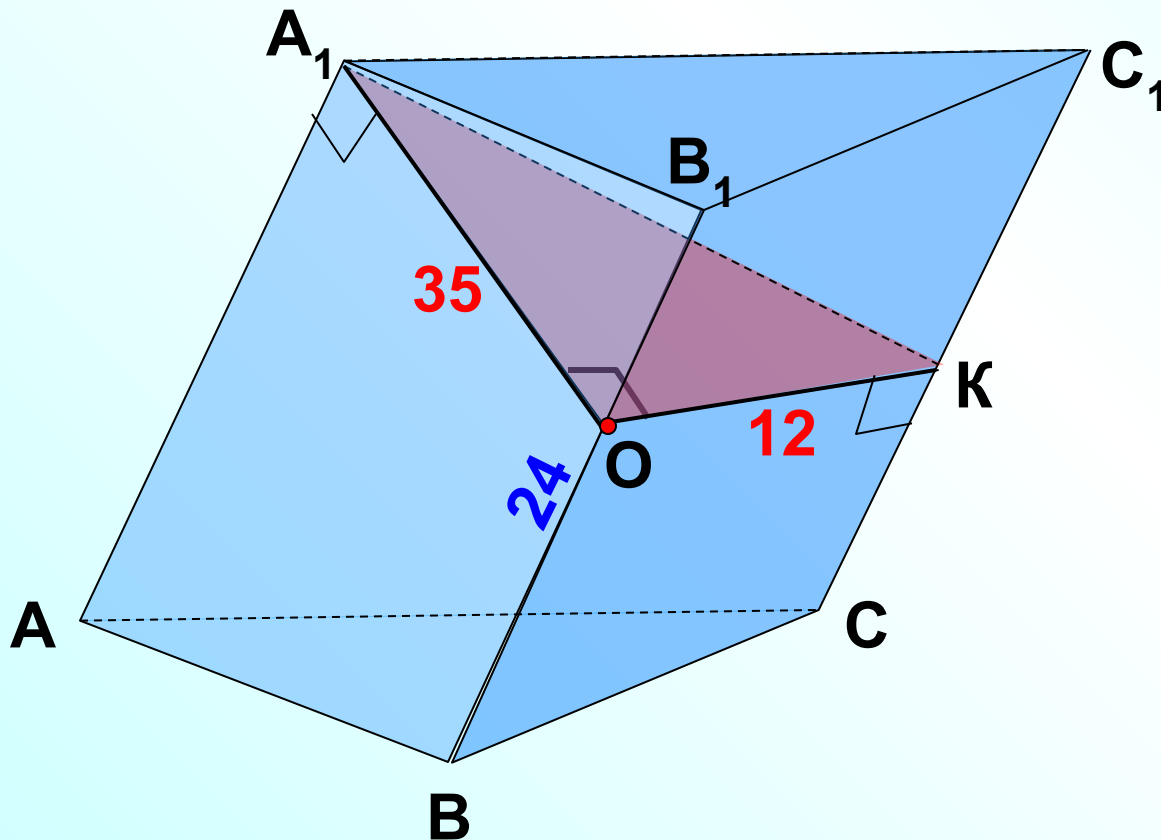


№ 237. Боковое ребро наклонной четырехугольной призмы равно 12 см, а перпендикулярным сечением является ромб со стороной 5 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

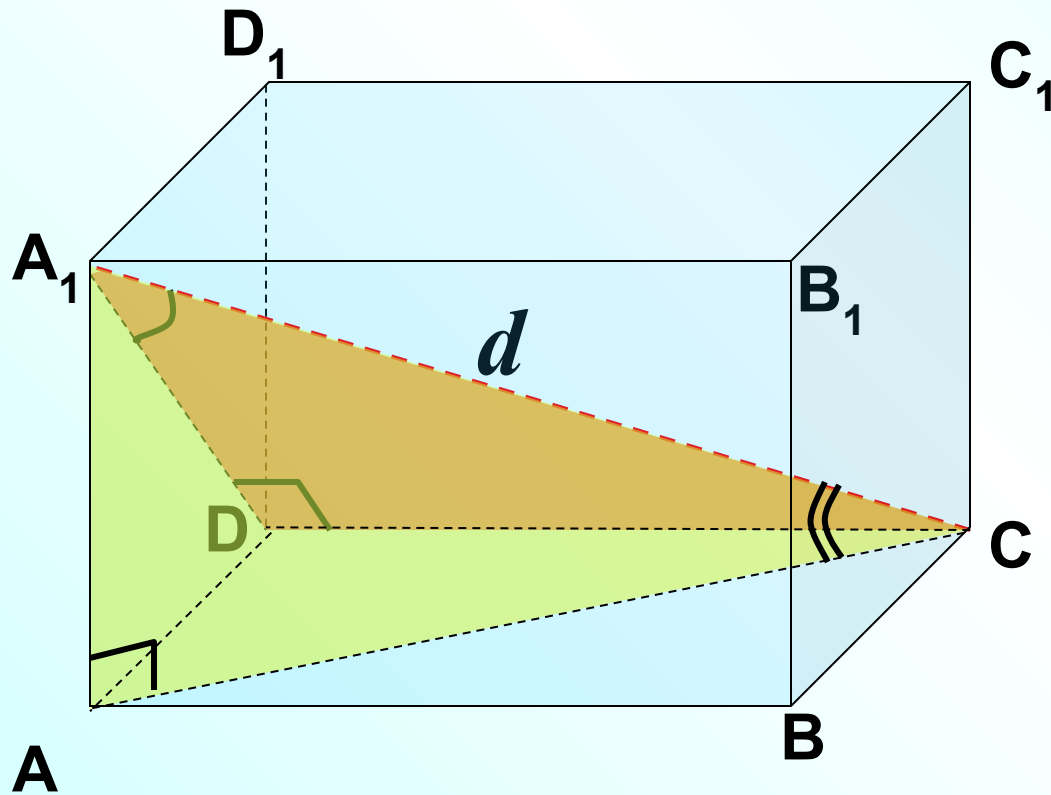


$$S_{бок} = P_{сеч} l$$

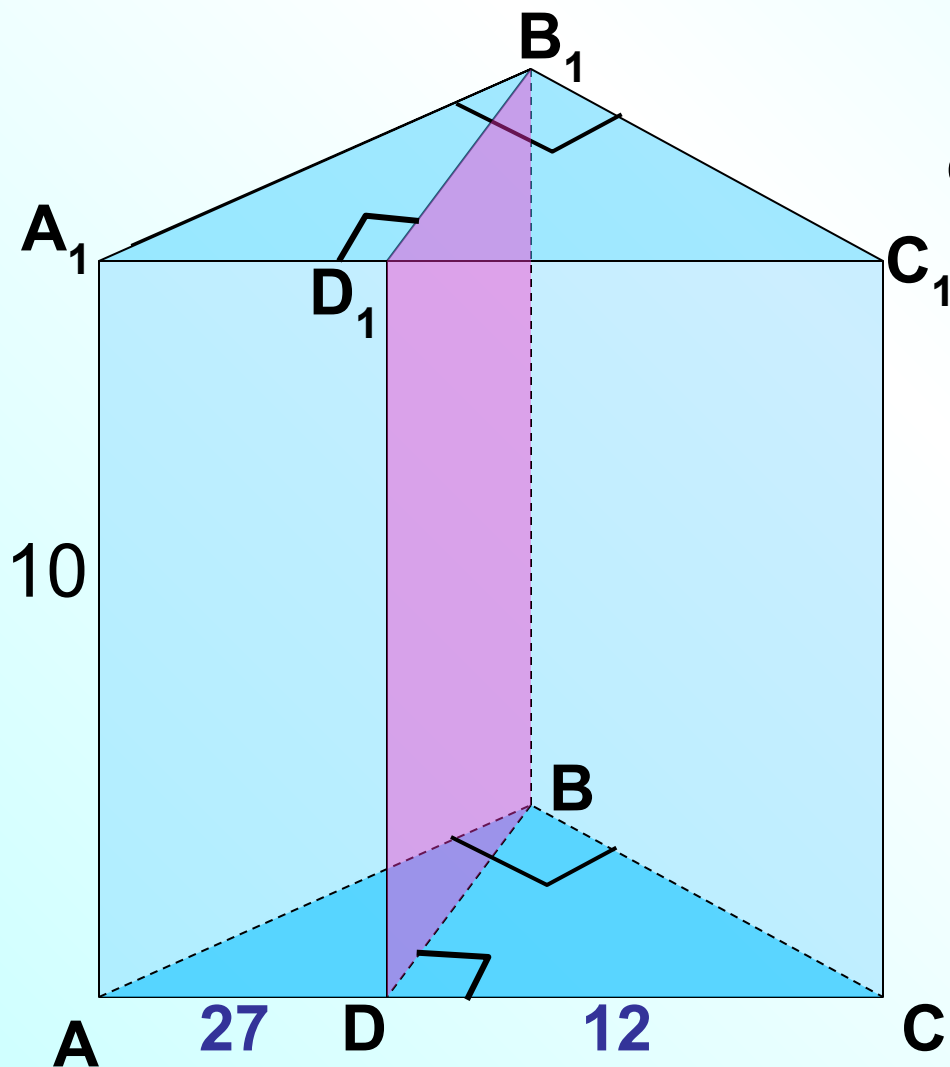
№ 238. В наклонной треугольной призме две боковые грани взаимно перпендикулярны, а их общее ребро, отстоящее от двух других боковых ребер на 12 см и 35 см, равно 24 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.



№ 232. Диагональ прямоугольного параллелепипеда, равная d , образует с плоскостью основания угол φ , а с одной из боковых граней – угол α . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.



№ 233. Основание прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом B . Через ребро BB_1 проведено сечение BB_1D_1D , перпендикулярное к плоскости грани AA_1C_1C . Найдите площадь сечения, если $AA_1=10$ см, $AD=27$ см, $DC=12$ см.

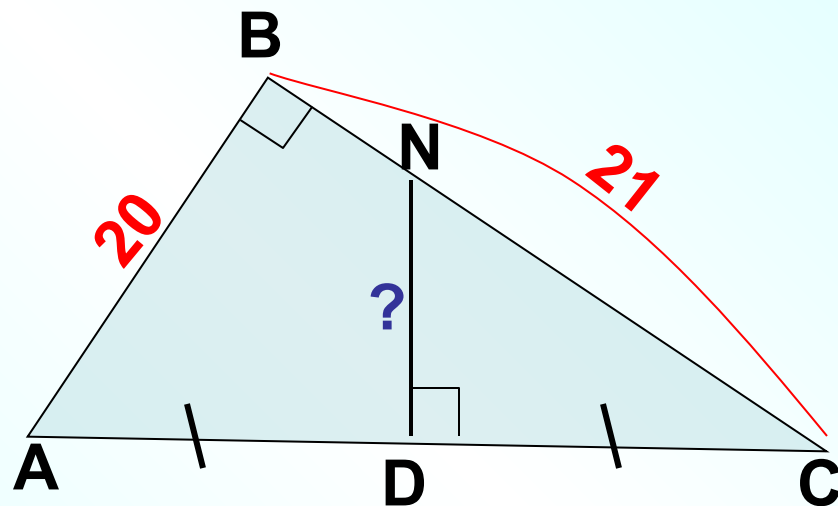
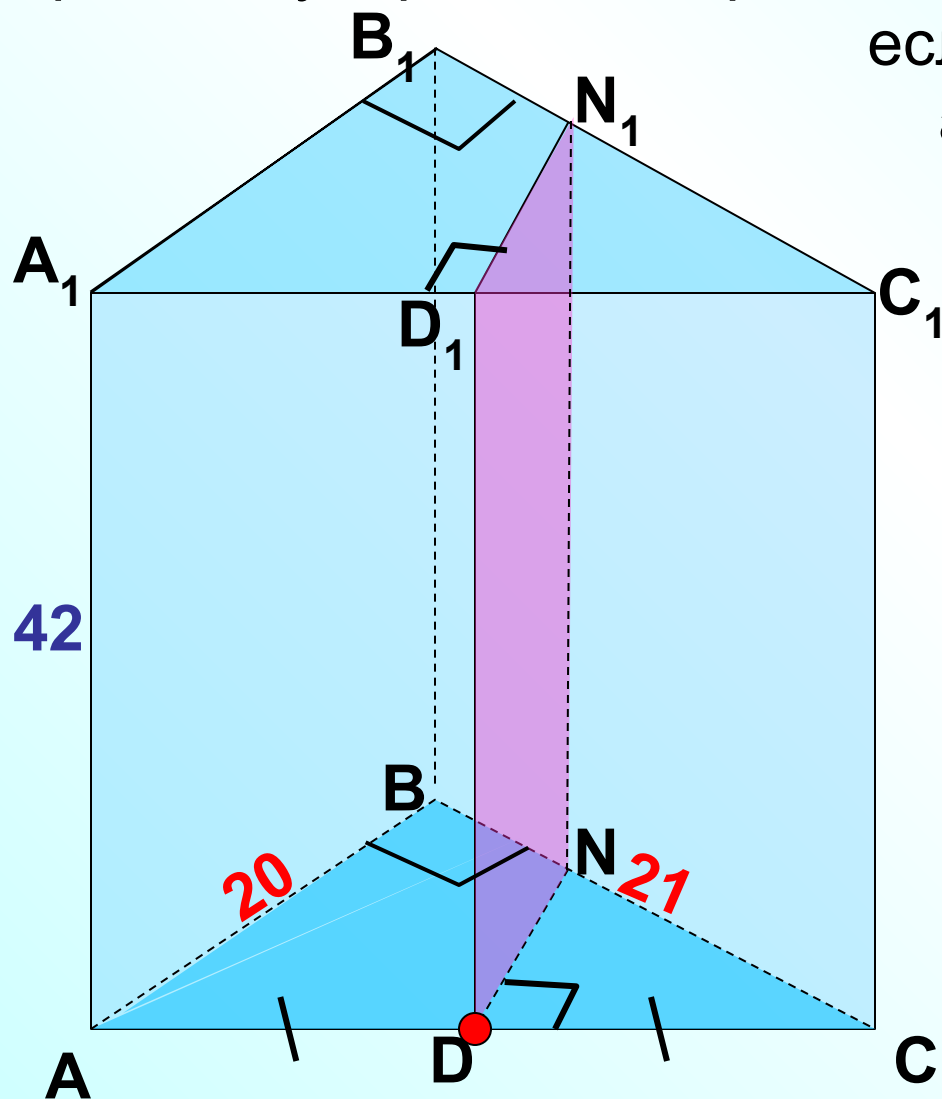


Из $\triangle ABC$

$$BD = \sqrt{\frac{27 \cdot 12}{9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4}} = 3 \cdot 3 \cdot 2$$

$$S_{\text{сеч}} = 10 \cdot 18$$

№ 234. Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник. Через середину гипотенузы перпендикулярно к ней проведена плоскость. Найдите $S_{\text{сеч}}$, если катеты равны 20 см и 21 см, а боковое ребро равно 42 см.



Высота правильной четырехугольной призмы равна $8\sqrt{3}$, а сторона основания – 8 см. Найдите расстояние между вершиной A и точкой пересечения диагоналей грани DD_1C_1C .

