

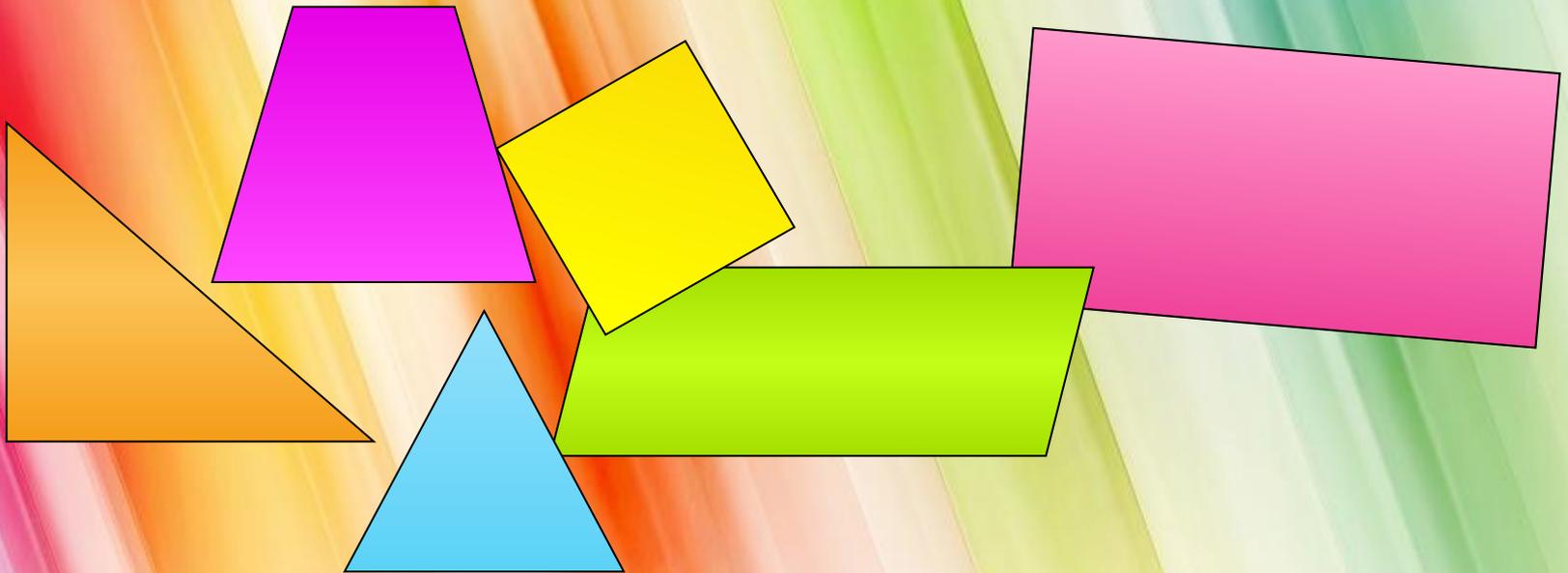


# Проект

на тему "Площади многоугольников"

# Цель:

Развить и закрепить понятие площади многоугольников.



# Историческая справка

Возникновение геометрии уходит вглубь тысячелетий и связано, прежде всего, с развитием ремесел, культуры, искусств, с трудовой деятельностью человека и наблюдением за окружающим миром. Об этом свидетельствуют названия геометрических фигур. Например, название фигуры «трапеция» происходит от греческого слова «трапезион» (стол), от которого также произошло слово «трапеза» и другие родственные слова. От греческого слова «конос» (сосновая шишка) произошло название «конус», а термин «линия» возник от латинского «линиум» (льняная нить). Одна из главных величин в геометрии - площадь. Площадь - это величина, характеризующая размер той части плоскости, которая заключена внутри плоской замкнутой фигуры. Обозначается буквой  $S$ .

Если не учитывать весьма малый вклад древних обитателей долины между Тигром и Евфратом, и Малой Азии, то геометрия зародилась в Древнем Египте где-то в 1700 году до н.э. Во время сезона тропических дождей Нил пополнял свои запасы воды и разливался. Вода покрывала участки обработанной земли, и в целях налогообложения нужно было установить, сколько земли потеряно. Землемеры использовали в качестве измерительного инструмента туго натянутую веревку. Еще одним стимулом накопления геометрических знаний египтянам стали такие виды их деятельности, как возведение пирамид и изобразительное искусство.

Способы вычисления площади дошли до нас в папирусах. Среди них наиболее известные- папирус Ринда(около 1800 г.до н.э.),содержащий 84 задачи с решениями,и так называемый московский папирус(около 1600 г. до н.э.),он содержит 25 задач.



Чтобы найти площадь треугольника, древние египтяне основание треугольника делили пополам и умножали на высоту. А для отрезделения площади равнобедренного треугольника использовали полупроизведение его боковых сторон.

## ЗАДАЧИ ЦАРИЦЫ ДИДОРЫ

Задачи, в которых требуется определить условия, при которых некоторая величина принимает наибольшее или наименьшее значение, принято называть задачами “на экстремум” (от лат. слова *extremum* – “крайний”) или задачами “на максимум и минимум” (от латинских *maximum* и *minimum* – соответственно “наибольшее” и “наименьшее”). Такие задачи очень часто встречаются в технике и естествознании, в повседневной практической деятельности людей. Из всех геометрических задач на экстремум считается самой простой и самой древней: “Какой из всех прямоугольников заданного периметра имеет наибольшую площадь?”. Решение этой задачи было известно ещё математикам Древней Греции. Оно изложено в VI книге “Начал” Евклида, где доказывается, что, если рассмотреть прямоугольник и квадрат одного и того же периметра, то площадь квадрата будет больше. Доказательство основано на сравнении площадей. Площадь прямоугольника равна  $ab$ , а площадь квадрата  $\frac{P^2}{4}$ , если  $a=b$ . Таким образом, получили, что из всех прямоугольников с заданным периметром наибольшую площадь имеет квадрат.

В решении Евклида, во-первых, указан ответ (квадрат) и, во-вторых, доказано, что по площади он превосходит все другие возможные фигуры (прямоугольники заданного периметра). Именно так понимают в математике решения задачи на экстремум: дать ответ и доказать его экстремальное свойство.

Геометрические задачи, в которых отыскивается фигура с экстремальным свойством среди других фигур с равным периметром, называются изопериметрическими. Такие задачи рассматривал древнегреческий математик Зенодор (II-I вв. до н.э.). Например, Зенодор утверждал, что:

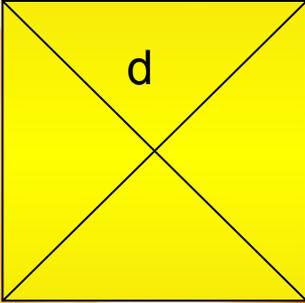
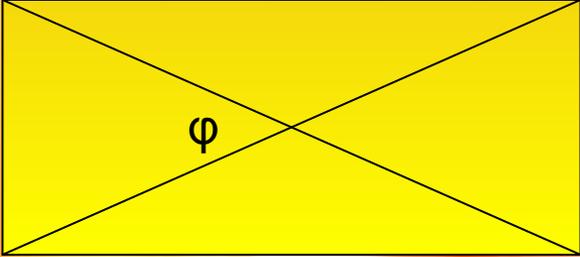
- 1) из всех многоугольников с равным периметром и равным числом сторон наибольшую площадь имеет правильный многоугольник;
- 2) из двух правильных многоугольников с равным периметром большую площадь имеет тот, у которого число углов больше;
- 3) из всех плоских фигур с равным периметром наибольшую площадь имеет круг.

Строгое доказательство третьего утверждения Зенодора было доказано только в XVIII веке знаменитым математиком Л. Эйлером.

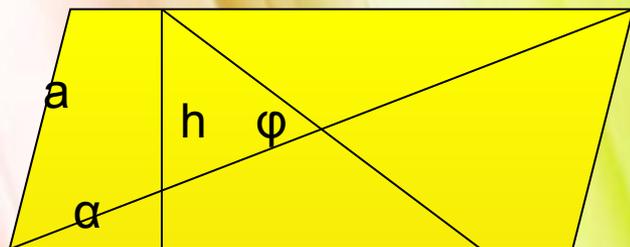
Изопериметрические задачи известны также под названием “задачи Дидоны” по имени легендарной основательницы города Карфагена и его первой царицы. Согласно легенде, вынужденная бежать из своего родного города, царица Дидона вместе со своими спутниками прибыла на северный берег Африки и хотела приобрести у местных жителей место для нового поселения. Ей согласились уступить участок земли, однако не больше, чем объемлет воловьша шкура. Хитроумная Дидона разрешила шкуру на узенькие ремешки и, разложив их, сумела ограничить

гораздо большую площадь по сравнению с той, которую можно было бы покрыть шкурой целиком. Если учесть, что Дидона выбирала участок, примыкающий к берегу моря, то на языке математике задачу, стоящую перед Дидоной можно сформулировать так: какой формы должна быть кривая длины  $l$ , чтобы площадь фигуры, ограниченная этой кривой и заданной линией  $\Gamma$ , была наибольшей.

# Формулы для нахождения площади многоугольников

Вид многоугольника	Формулы для вычисления площади многоугольника
<p data-bbox="131 494 417 565">Квадрат</p>  <p>The diagram shows a yellow square with two black diagonals intersecting at the center. The left vertical side is labeled 'a' and the top diagonal is labeled 'd'.</p>	<p data-bbox="1000 494 1472 565"><math>S=a^2; S=1/2d^2</math></p> <p data-bbox="1000 586 1491 658"><math>d=a\sqrt{2}; S=2R^2</math></p>
<p data-bbox="131 989 668 1061">Прямоугольник</p>  <p>The diagram shows a yellow rectangle with two black diagonals intersecting at the center. The left vertical side is labeled 'a', the top horizontal side is labeled 'b', and the angle between the two diagonals at their intersection is labeled 'φ'.</p>	<p data-bbox="1000 989 1626 1061"><math>S=ab; S=1/2d^2\sin\varphi</math></p>

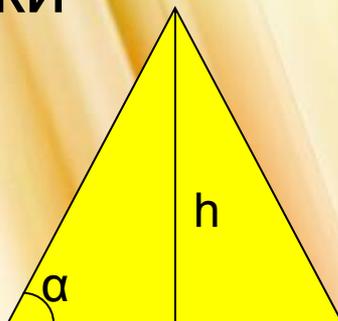
Параллелограмм  $b$



$$S=ah_a; \quad S=ab \cdot \sin \alpha;$$

$$S=\frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$$

Треугольники



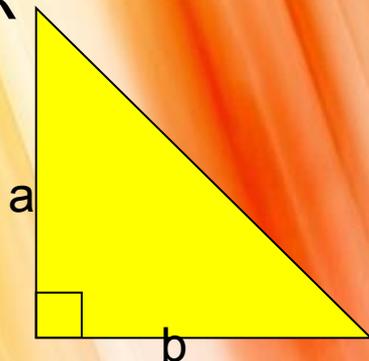
$$S=\frac{1}{2}ah \quad S=pr$$

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S=abc/4R$$

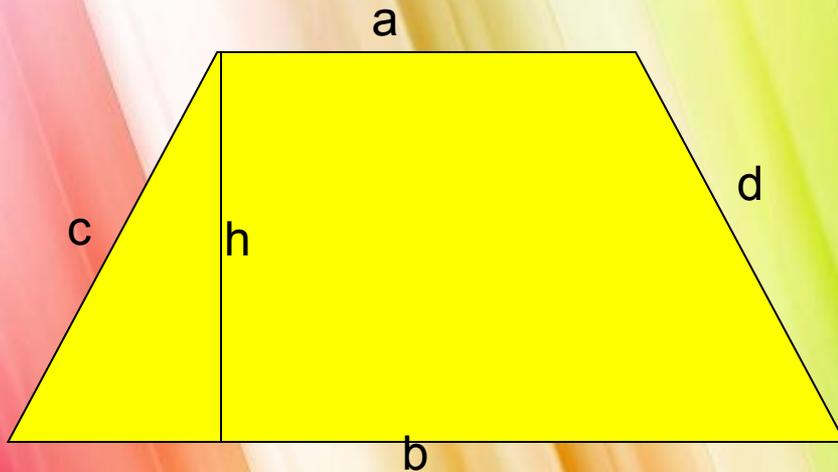
$$S=\frac{1}{2}ab \times \sin \alpha$$

Прямоугольный  
треугольник



$$S=\frac{1}{2}ab$$

## Трапеция



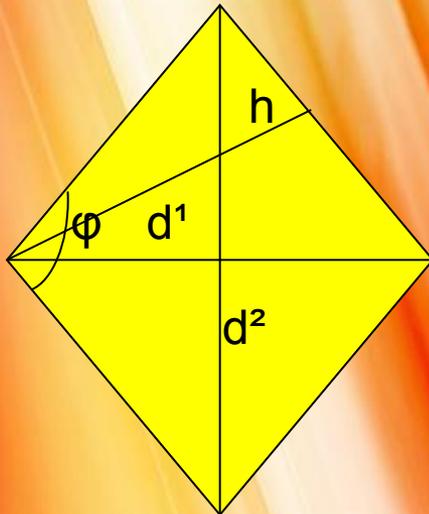
$$S = (a+b)/2 \times h$$

$$S = mh$$

$$S = pr$$

$$S = (c+d)/2 \times h \text{ (Если трапеция - описанная)}$$

## Ромб



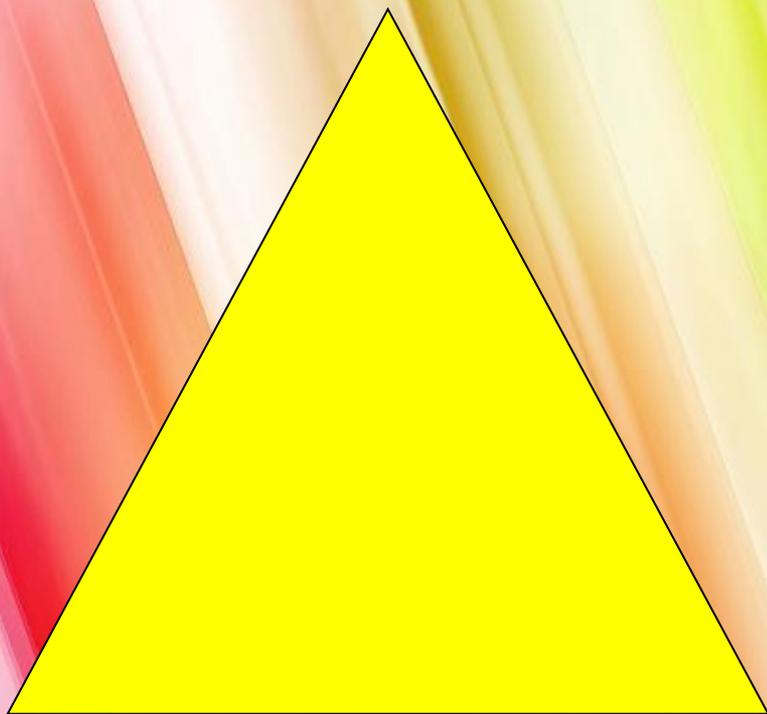
$$S = ah$$

$$S = 2ar$$

$$S = \frac{1}{2}d^1d^2$$

$$S = a^2 \sin \varphi$$

Равносторонний  
треугольник



$$S = (a^2\sqrt{3})/4$$

$$S = (3R^2\sqrt{3})/4$$

## Задача

В одном городе стоит телевизионная башня, свет которой можно увидеть с последнего этажа высотного дома, на расстоянии 120 м. Высота башни равна высоте многоэтажного дом и составляет 28 м. Какую фигуру можно получить соединяя точки в вершинах и в началах зданий? Какова площадь полученной фигуры?

# Тест

1. Чему равна площадь прямоугольника?  
а)  $S=ah$       б)  $S=ab$
2. Сумма углов n-угольника равна:  
а)  $180^\circ$       б)  $180^\circ(n-2)$
3. Сумма всех внутренних и всех внешних углов n-угольника  
Пропорциональна  
а) количеству его углов      б) количеству его вершин
4. По какой формуле вычисляется площадь трапеции?  
а)  $S=mh$       б)  $S=\frac{1}{2}ab$
5. По какой формуле вычисляется площадь прямоугольного  
Треугольника?  
а)  $S=mh$       б)  $S=\frac{1}{2}ab$
6. По какой формуле вычисляется площадь ромба?  
а)  $S=\frac{1}{2}ab$       б)  $S=ah$

7. Площадь трапеции  $210 \text{ см}^2$ . Высота  $10 \text{ см}$ .

Найдите среднюю линию

а)  $2,1 \text{ см}$       б)  $21 \text{ см}$       в)  $0,12 \text{ см}$

8. Площадь параллелограмма  $1400 \text{ см}^2$ . Одна из его сторон  $35 \text{ см}$ . Найдите высоту прилежащую к этой стороне.

а)  $42 \text{ см}$       б)  $36 \text{ см}$       в)  $40 \text{ см}$

9. Дан прямоугольник. Две его стороны равны  
Соответственно  $15$  и  $34 \text{ см}$ . Найдите площадь

а)  $510 \text{ см}$       б)  $505 \text{ см}$       в)  $450 \text{ см}$

10. Дана трапеция описанная около окружности.

Боковые стороны трапеции равны  $23$  и  $15 \text{ см}$ . Высота  $17 \text{ см}$ .

Найти площадь.

а)  $323 \text{ см}$       б)  $330 \text{ см}$       в)  $400 \text{ см}$

11. По какой формуле вычисляется полупериметр?

а)  $\frac{1}{2}(a+b+c)$       б)  $a+b+c$

12. По какой формуле вычисляется площадь вписанного  
Квадрата?

а)  $R^2$       б)  $2R^2$

# Правильные ответы:

Задача:



РЕШЕНИЕ

$$S=ab$$

$$S=AB \times CE$$

$$S=120 \times 28 = 3360 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Ответ: 3360 см<sup>2</sup>

# ТЕСТ

1. Б
2. Б
3. Б
4. А
5. Б
6. Б
7. Б
8. В
9. А
10. А
11. А
12. б

# Вывод:

В процессе подготовки проекта мы узнали много нового и научились помогать другим людям.