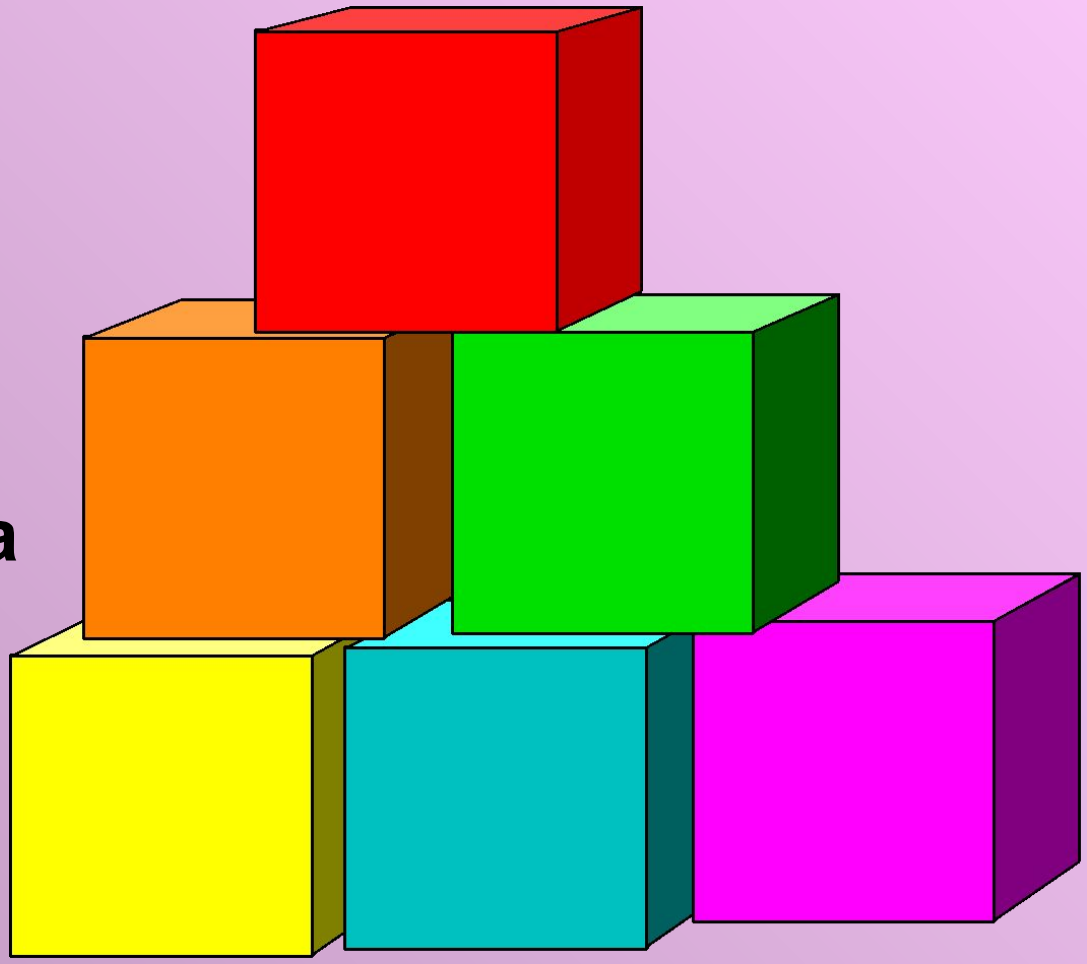
# Тема 7. Объемы тел

**Тема урока:**

**Объем прямоугольного параллелепипеда**



**Величина части пространства, занимаемого геометрическим телом , называется объемом этого тела**

# Английские меры объема

**Бушель** - 36,4 дм$^3$

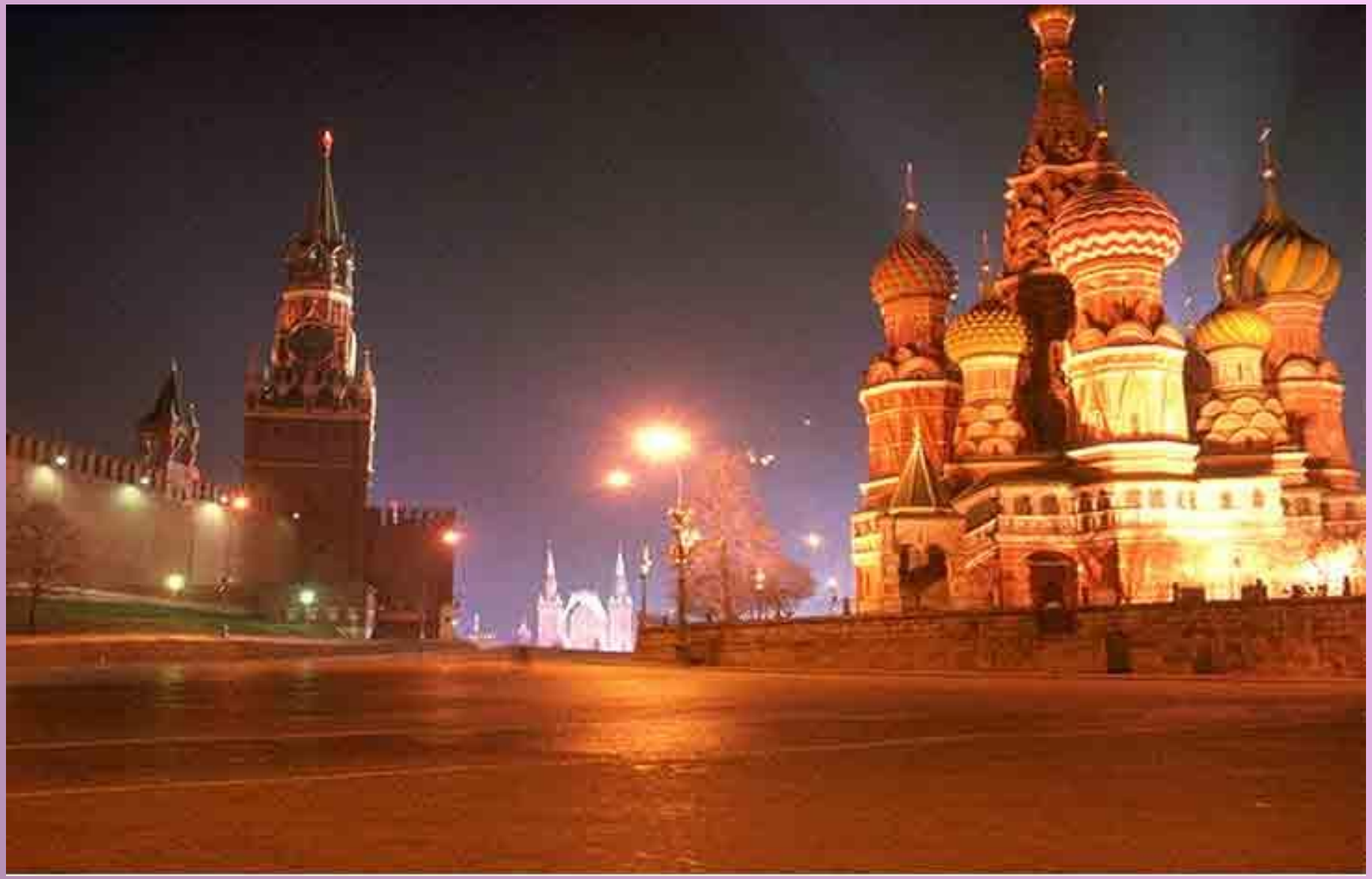
**Галлон** -4,5 дм$^3$

**Баррель** (сухой)- 115,628 дм$^3$

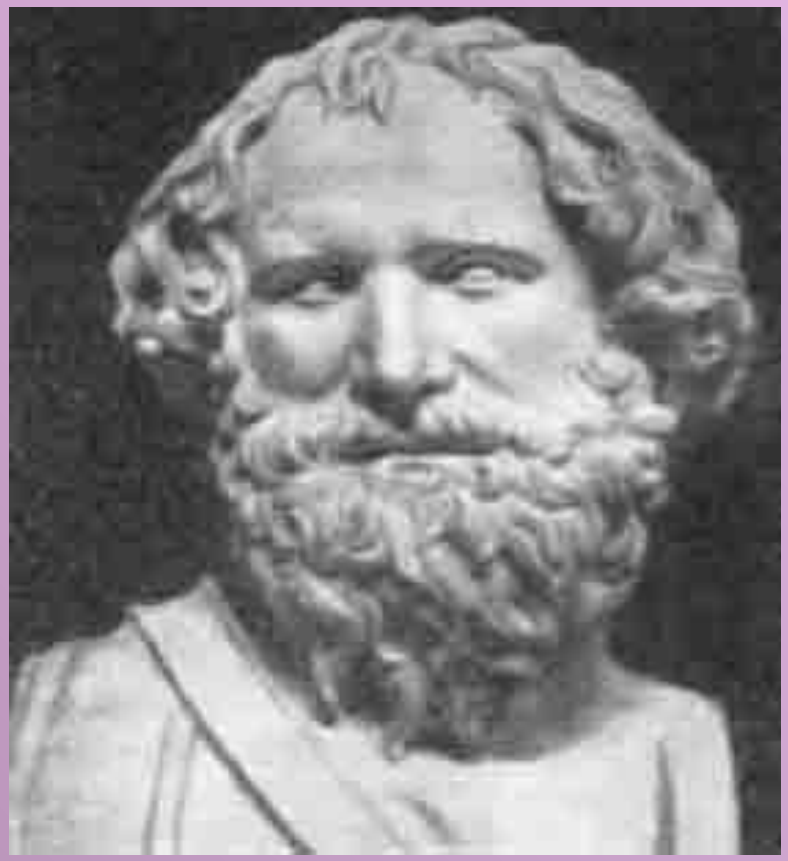
**Баррель** (нефтяной)- 158,988 дм$^3$

**Английский баррель для сыпучих веществ** 163,65 дм$^3$

# Русские меры объема

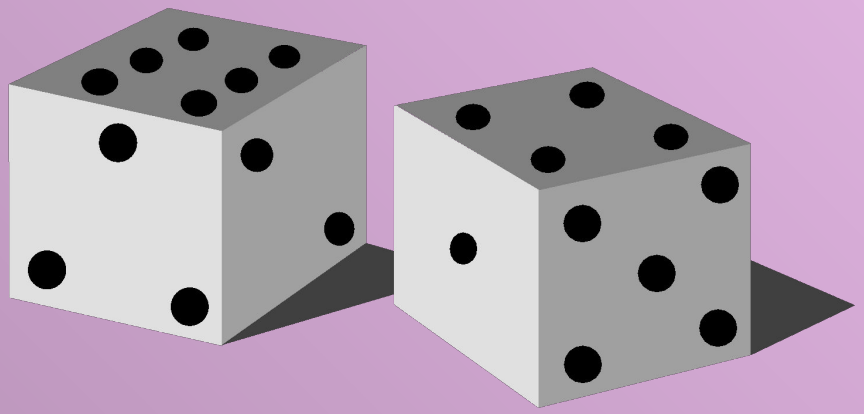


# АРХИМЕД (ок. 287-212 гг. до н.э.)



- На могильной плите Архимеда, как завещал ученый, был изображен цилиндр с вписанным шаром, а эпитафия говорила о величайшем открытии Архимеда - о том, что объемы этих тел относятся как 3: 2.
- ***Когда Римский оратор и общественный деятель Цицерон, живший в 1 в. до н.э., был в Сицилии, он еще видел этот заросший кустами и терновником памятник с шаром и цилиндром.***

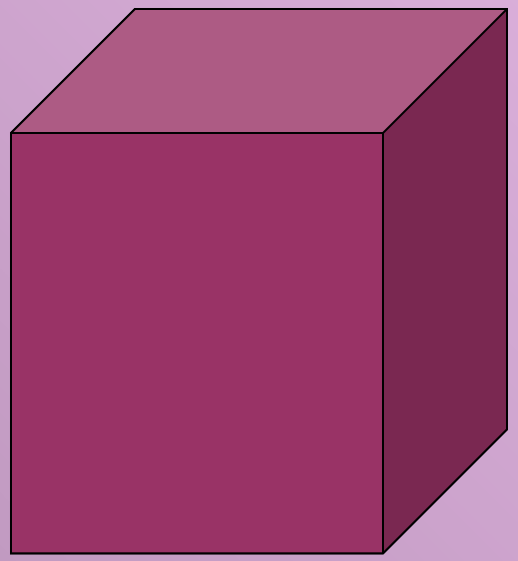
# Понятие объема



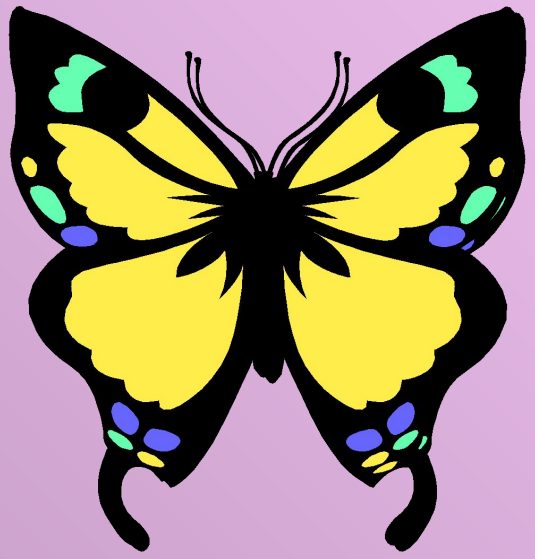
За единицу измерения объемов примем куб, ребро которого равно единице измерения отрезков.

Куб с ребром 1 см называют кубическим сантиметром и обозначают $см^3$.

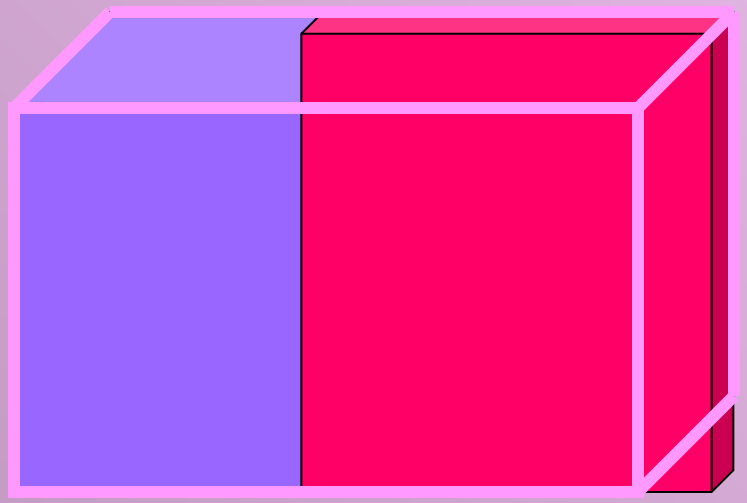
**Равенство двух тел, в стереометрии определяется так же, как и в планиметрии:**

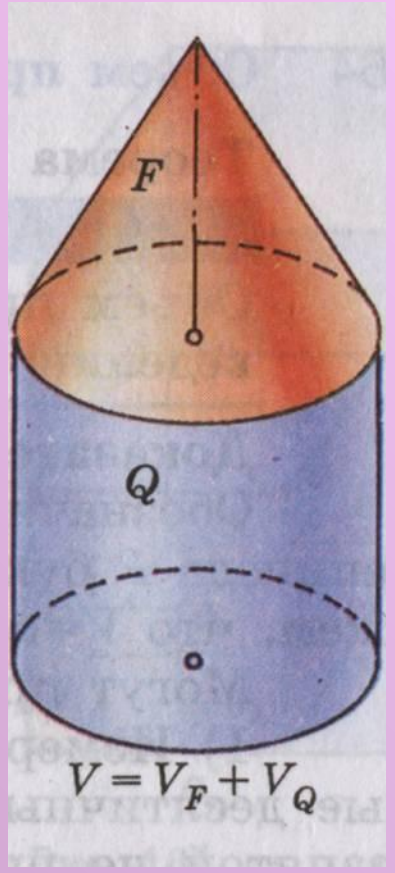


- Два тела называют равными, если их можно совместить наложением.



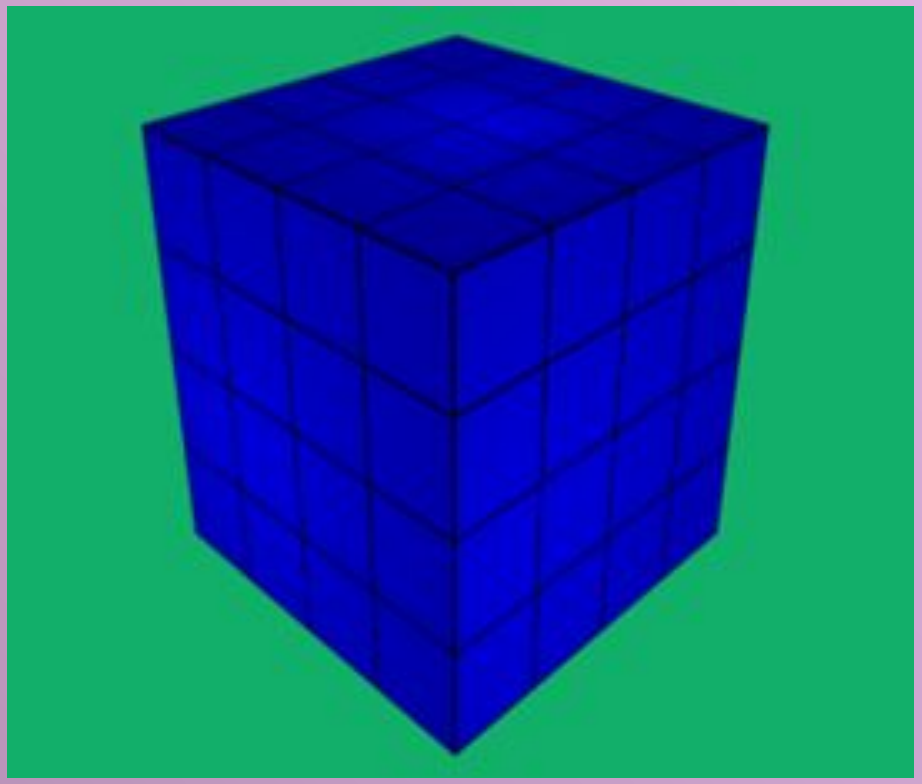
**$2^0$. Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел.**





# Объем прямоугольного параллелепипеда.

Теорема. ***Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений***.



**Дано: параллелепипед, a, b, c его измерения.V - объем**

**Доказать: V = abc.**

- **Доказательство:**

**1 сл. Пусть a, b, c - конечные десятичные дроби ( n ≥ 1) . Числа a ·$10^n$ , b ·$10^n$, c·$10^n$ - целые .**

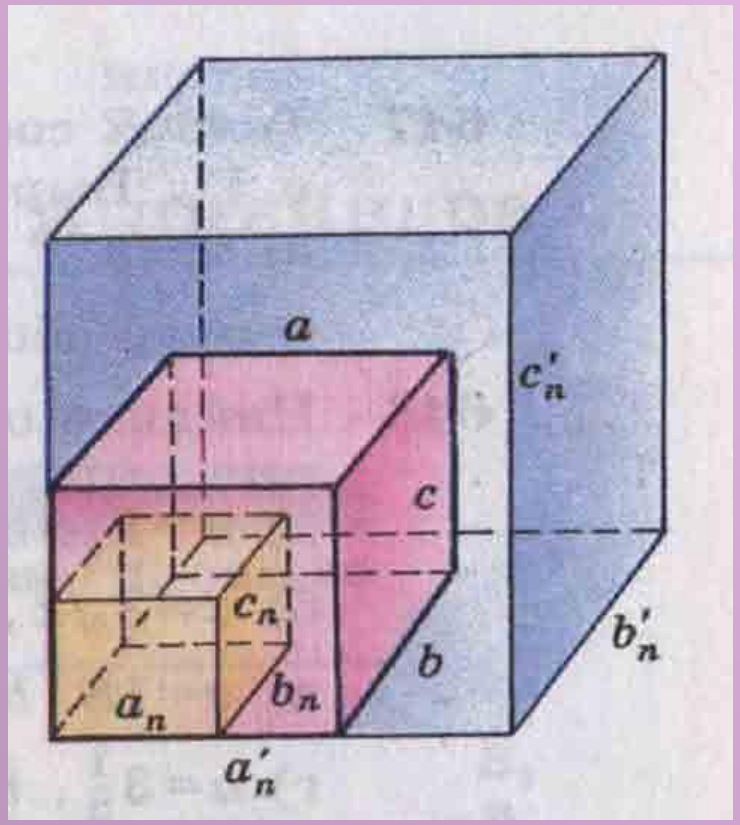
**Разобьем каждое ребро параллелепипеда на равные части длины $\frac{1}{10^n}$ и через точки разбиения проведем плоскости, перпендикулярные к этому ребру. Параллелепипед разобьется На abc·$10^{3n}$ равных кубов с ребром $\frac{1}{10^n}$ Т.к. объем каждого такого куба равен $\frac{1}{10^{3n}}$ , то объем всего параллелепипеда равен**

$$V = abc \cdot 10^{3n} \cdot \frac{1}{10^{3n}} = abc$$

**Итак, V = abc.**

**2 сл.Пусть a, b, c –бесконечные десятичные дроби.**

**Рассмотрим конечные десятичные дроби $a_n$, $b_n$, $c_n$**




**$a_n b_n c_n \le abc \le a_n' b_n' c_n'$, где**

**Объем V параллелепипеда P заключен между**

**$V_n = a_n b_n c_n$ и $V'_n = a_n' b_n' c_n'$ т.е.**

**$a_n b_n c_n \le V \le a_n' b_n' c_n'$**

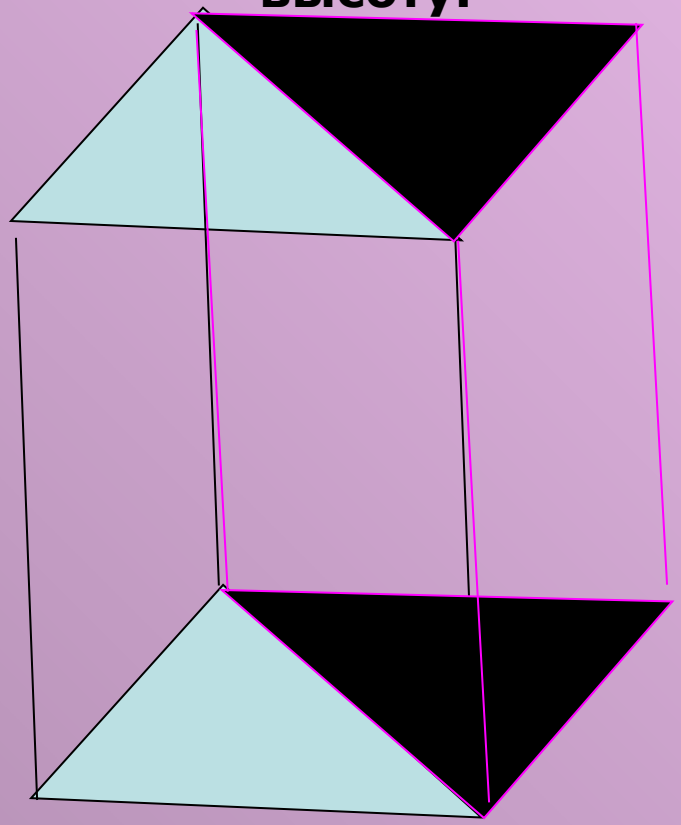
**Неограниченно увеличим n.**

**Тогда число $a_n' b_n' c_n'$ будет мало отличаться от числа $a_n b_n c_n$.**

**V=abc.**

**Ч.т.д**

***Следствие 2.*** **Объем прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту.**



***Дано:*** **ABC – треугольная призма.**

***Доказать:*** **V призмы= $S_{ABC} \cdot h$**

***Доказательство:***

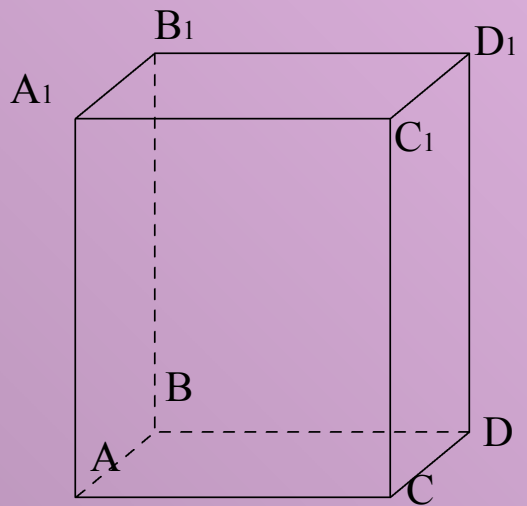
**1. Достроим треугольную призму до прямоугольного параллелепипеда.**

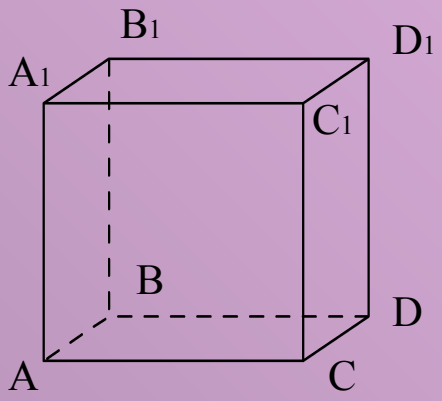
**2. По сл.2 V= 2 $S_{ABC} \cdot h$.**

**3. ($B_1BC$) разбивает параллелепипед на две равные прямые призмы, одна из которых данная.**

**4. Следовательно $V_{иск.}$ равен половине объема параллелепипеда, т.е. $V_{призмы} = S_{ABC} \cdot h$ ч.т.д**

**№ 650.** **Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8 см, 12 см и 18 см. найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда**




***Дано:*** **прямоугольный параллелепипед.**

**a = 8см, b = 12см, c = 8см**

$V_{пар} = V_{куба}$

***Найти*****: d - ребро куба.**

- *Решение:*

$V_{пар} = abc = 8 \cdot 12 \cdot 18 = 1728$ см $^3$.

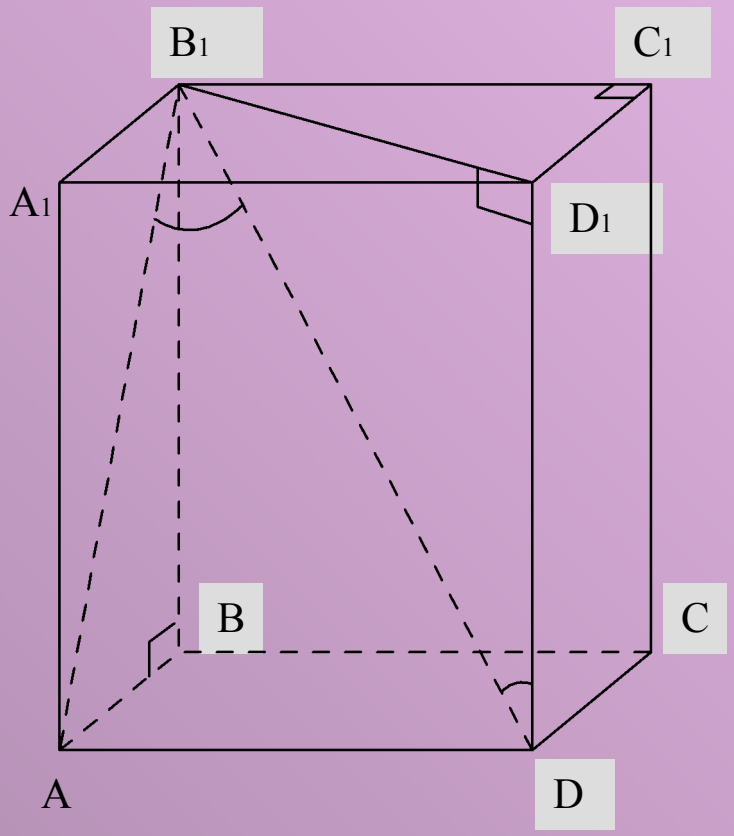
$V_{пар.} = V_{куба} = 1728$ см$^3 = d^3$,

$d^3 = 2^3 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 2 = 2^6 \cdot 3^3$,

**d=12 см.**

**Ответ: 12 см.**

**№ 653. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 18 см и составляет угол в 30 $^0$ с плоскостью боковой грани и угол в 45 $^0$ с боковым ребром. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда.**




**Дано**: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - прямоугольный параллелепипед,. $B_1D$ - диагональ, $B_1D = 18$ см, $\angle (B_1D; (ABB_1)) = 30^0$, $\angle B_1D D_1 = 45^0$

**Найти:** V параллелепипеда

Решение

1 )$\Delta B_1BA$ – прямоугольный, т.к. $B_1B \perp AB$ (по условию $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед).

$$\begin{pmatrix} AB \perp AD \\ B_1B \perp AB \end{pmatrix} \Rightarrow (AB_1 \perp AD)$$

$\Rightarrow \Delta B_1AD$ -прямоульный, т.е. $B_1A = ПР_{(AA1B)} B_1D$, $\angle (B_1D; (AA_1B_1)) = \angle DB_1A = 30^0$.

2) $\Delta B_1AD$ - прямоугольный с углом в $30^0$: $AD = \frac{1}{2} B_1D$ AD= 9 см.

3) $\Delta B_1D_1D$ – прямоугольный, т.к.

$$\begin{pmatrix} DD_1 \perp (A_1B_1C_1) \\ B_1D_1 \perp (A_1B_1C_1) \end{pmatrix} \Rightarrow (B_1D_1 \perp DD_1), \qquad DD_1 = \frac{18}{\sqrt{2}} = 9\sqrt{2}$$

4)По свойству диагонали прямоугольного параллелепипеда $B_1D^2=AD^2+DC^2+DD_1^2$.

$$18^2 = 9^2 + \left(9\sqrt{2}\right)^2 + DC^2, \qquad DC = 9$$

$$V = AD \cdot DC \cdot D_1D = 9 \cdot 9 \cdot 9\sqrt{2} = 729\sqrt{2}$$

Ответ: $729\sqrt{2}$ см$^3$

# Домашнее задание

- п. 63, п. 64 учить
- №654, №656