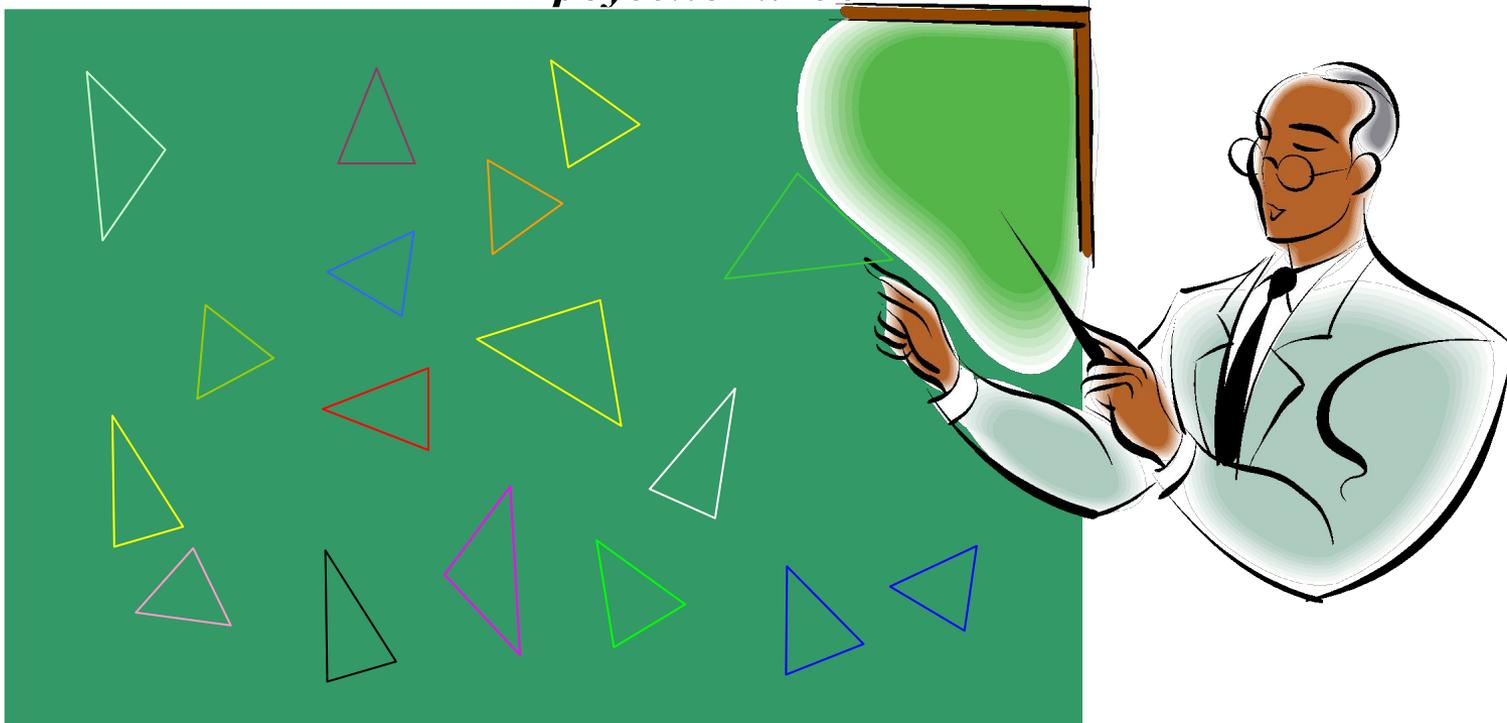


**Школьное научное общество  
школы №1131**

*Новые признаки равенства  
треугольников*



Автор: Жабин Виктор, Бобков Сергей.  
Научный руководитель: Кузнецова Т. Н.  
2004 г.  
г. Москва

# Содержание:

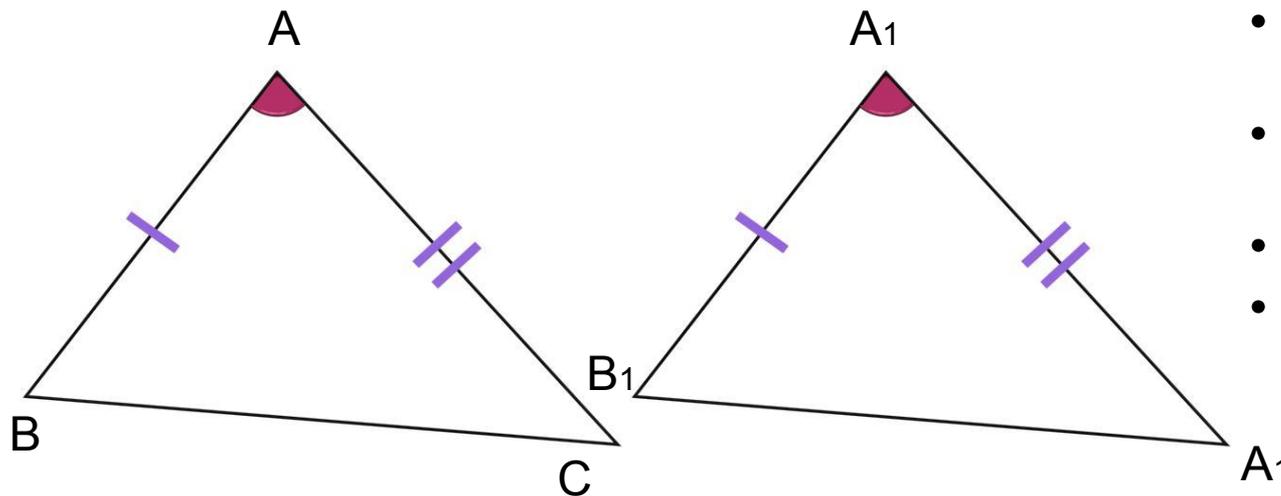
- |  |            |
|--|------------|
| 1.Введение   | стр. 2-3   |
| 2.Теория (классические признаки равенства<br>треугольников)    | стр. 4-7   |
| 3.Признаки равенства треугольников связанные с<br>высотой      | стр. 8-14  |
| 4.Признаки равенства треугольников связанные с<br>биссектрисой | стр. 15-17 |
| 5.Признаки равенства треугольников связанные с<br>медианой     | стр. 18-21 |
| 4.Литература   | стр. 22-23 |
| 5.Рецензия   | стр. 24    |

# ВВЕДЕНИЕ

- В курсе геометрии 7 класса изучаются 3 признака равенства треугольников, которые позволяют решать определённый тип задач. Мы решили расширить теоретическую базу по признакам равенства треугольников, добавив к сторонам и углам, используемым в классических признаках равенства треугольников, другие компоненты: биссектрису, медиану и высоту.
- Таким образом, целями нашей работы является:
- 1. Сформулировать новые признаки равенства треугольников, используя понятия: биссектрисы, медианы и высоты.
- 2. Доказать новые признаки равенства треугольников.
- 3. Продемонстрировать другим учащимся существование в математике «белых пятен» и возможности их доказательства.

# ТЕОРИЯ

Теорема: Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

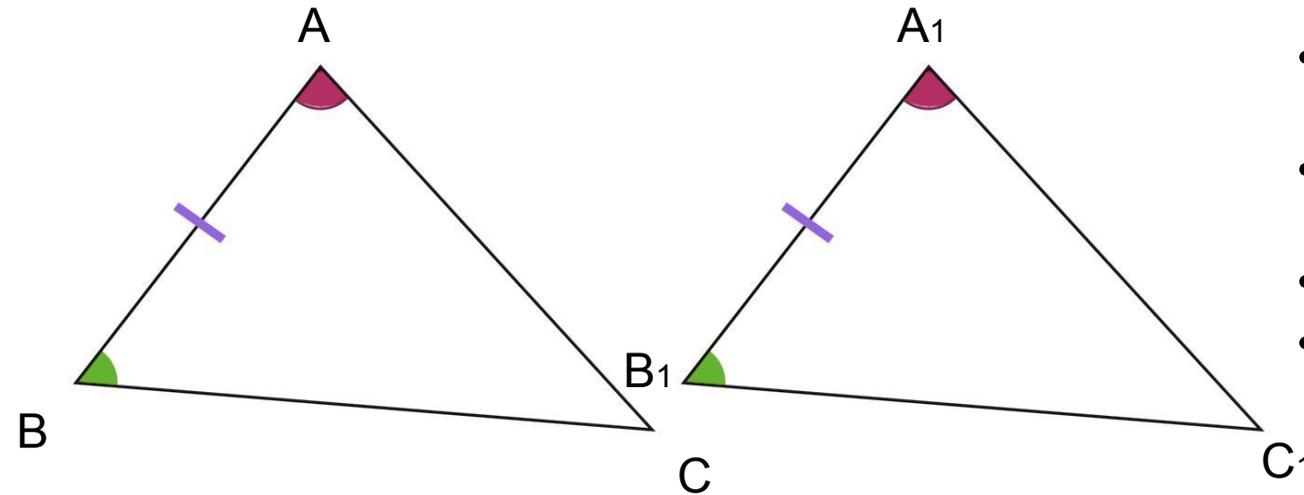


- Дано:  $\Delta ABC$  и  $\Delta A_1B_1C_1$
- $\angle A = \angle A_1$ ;
- $AC = A_1C_1$ ;
- $AB = A_1B_1$
- Доказать:  
 $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство:

1) т. к.  $\angle A = \angle A_1$ , то  $\Delta ABC$  можно наложить на  $\Delta A_1B_1C_1$  так, что вершина  $A$  совместится с вершиной  $A_1$ , а  $AB$  и  $AC$  наложатся соответственно на лучи  $A_1B_1$  и  $A_1C_1$ . Поскольку  $AB = A_1B_1$ ,  $AC = A_1C_1$ , то  $AB$  совместится с  $A_1B_1$ , а  $AC$  — с  $A_1C_1$ ; совместятся точки  $B$  и  $B_1$ ,  $C$  и  $C_1 \Rightarrow BC = B_1C_1 \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Теорема: Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



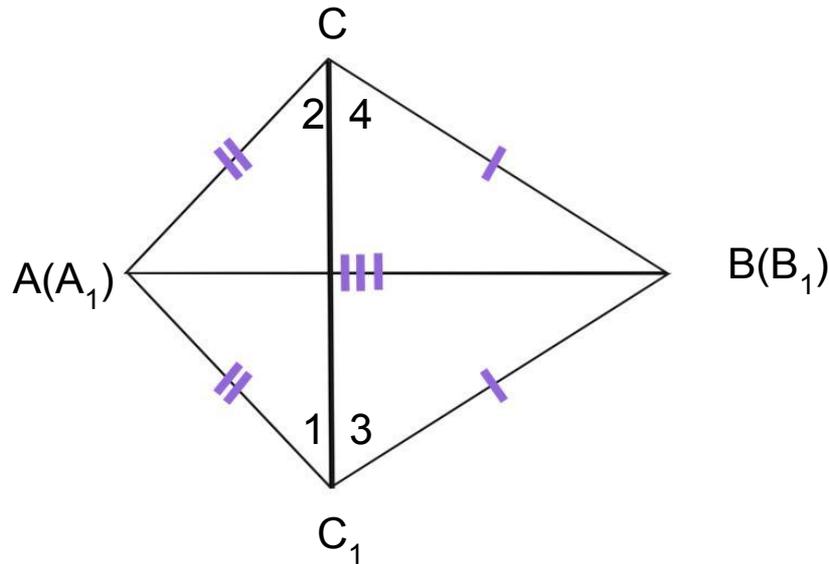
- Дано:  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$
- $\angle B = \angle B_1$ ;  
 $\angle A = \angle A_1$ ;
- $AB = A_1B_1$
- Доказать:  
 $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

- 1) наложим  $\triangle ABC$  на  $\triangle A_1B_1C_1$  так, что вершина  $A$  совместилась с вершиной  $A_1$ ,  $AB$  с  $A_1B_1$ , а вершины  $C$  и  $C_1$  оказались по одну сторону от  $A_1B_1$
- 2) так как  $\angle A = \angle A_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ , то сторона  $AC$  наложится на луч  $A_1C_1 \Rightarrow$  вершина  $C$  – общая точка сторон  $AC$  и  $BC$  – окажется лежащей на луче  $A_1C_1$  и луче  $B_1C_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

ч. т. д.

Теорема: Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



- Дано:  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$
- $CB = C_1B_1$ ;  
 $AC = A_1C_1$ ;  $AB = A_1B_1$
- Доказать:  
 $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1) Приложим  $\triangle ABC$  к  $\triangle A_1B_1C_1$  так, чтобы вершина  $A$  совместилась с вершиной  $A_1$ , а вершина  $B$  – с  $B_1$ , а вершины  $C$  и  $C_1$  оказались по разные стороны от прямой  $A_1B_1$

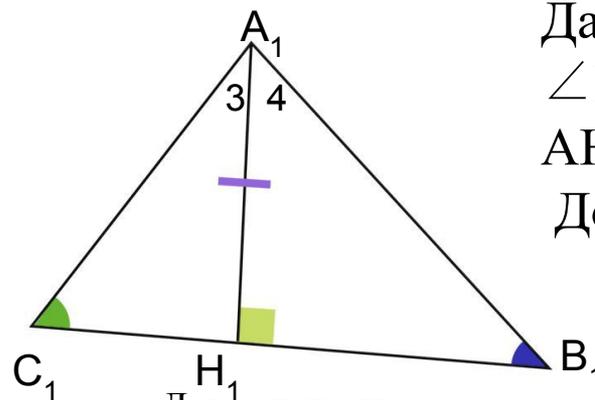
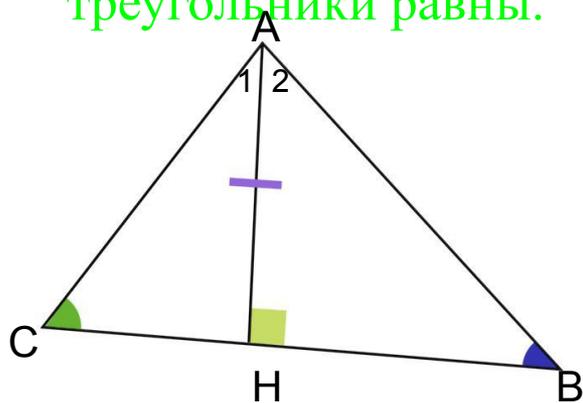
2) Так как  $AC = A_1C_1$ ,  $BC = B_1C_1 \Rightarrow \triangle A_1C_1C$  и  $\triangle B_1C_1C$  р/б  $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$  (по признаку р/б  $\triangle$ )  $\Rightarrow \angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$

3) Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} A_1C_1 = AC \text{ (по усл.)} \\ C_1B_1 = CB \text{ (по усл.)} \\ \angle C = \angle C_1 \text{ (п.2)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 \text{ (по двум сторонам и углу между ними)}$$

# ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ СВЯЗАННЫЕ С ВЫСОТОЙ

Теорема: Если два угла и высота, проведённая из вершины третьего угла, одного треугольника соответственно равны двум углам и высоте, проведённой из вершины третьего угла, другого треугольника, то такие треугольники равны.

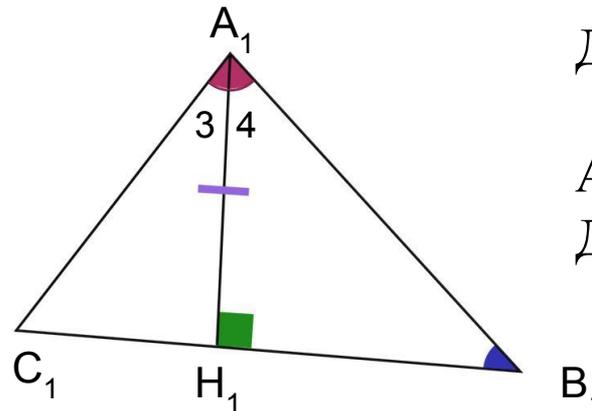
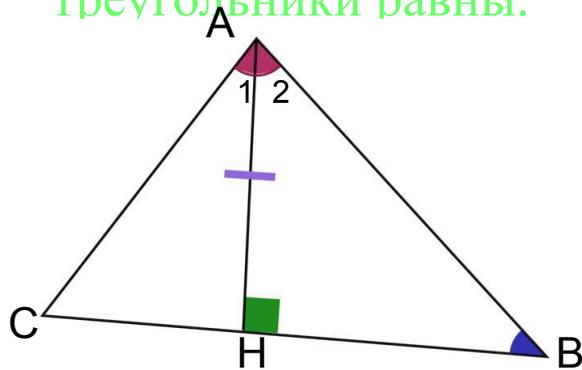


Дано:  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$   
 $\angle B = \angle B_1$ ;  $\angle C = \angle C_1$ ;  
 $AH = A_1H_1$  (высота)  
 Доказать:  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

- 1) Рассмотрим  $\triangle ABH$  и  $\triangle A_1B_1H_1$ :
- $\angle B = \angle B_1$  (по усл.)
- $\angle H = \angle H_1 = 90^\circ$  (по усл.)
- $AH = A_1H_1$  (по усл.)
- $\Rightarrow \triangle ABH = \triangle A_1B_1H_1$  (кпу)  $\Rightarrow AB = A_1B_1$ ;  $\angle 1 = \angle 3$
- 2) Рассмотрим  $\triangle AHC$  и  $\triangle A_1H_1C_1$ :
- $AH = A_1H_1$  (по усл.)
- $\angle C = \angle C_1$  (по усл.)
- $\angle H = \angle H_1 = 90^\circ$  (по усл.)
- $\Rightarrow \triangle AHC = \triangle A_1H_1C_1$  (кпу)  $\Rightarrow AC = A_1C_1$ ;  $\angle 2 = \angle 4$
- 3)  $\angle 1 = \angle 3$  (п.1)
- $\angle 2 = \angle 4$  (п.2)
- $\Rightarrow \angle A = \angle A_1$
- 4) Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$ :
- $AB = A_1B_1$  (п.1)
- $AC = A_1C_1$  (п.2)
- $\angle A = \angle A_1$  (п.3)
- $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  (по двум сторонам и углу между ними)

Теорема: Если два угла и высота, проведённая из вершины одного из них, одного треугольника соответственно равны двум углам и высоте, проведённой из вершины одного из них, другого треугольника, то такие треугольники равны.

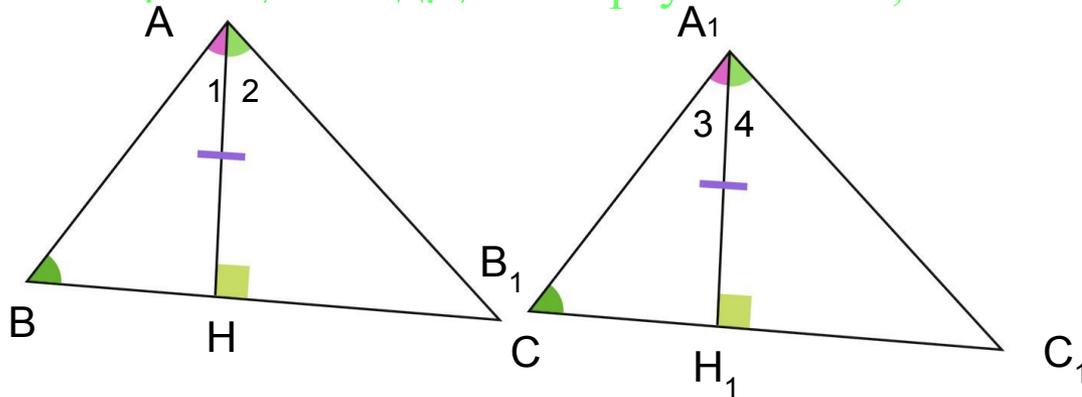


Дано:  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$   
 $\angle B = \angle B_1$ ;  $\angle A = \angle A_1$ ;  
 $AH = A_1H_1$  (высота)  
 Доказать:  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

- 1) Рассмотрим  $\triangle ABH$  и  $\triangle A_1B_1H_1$  :
  - $\angle B = \angle B_1$  (по усл.)
  - $\angle H = \angle H_1 = 90^\circ$  (по усл.)
  - $AH = A_1H_1$  (по усл.)
  - $\Rightarrow \angle 2 = \angle 4$
  - $\angle A = \angle A_1$  (по усл.)
  - $\angle 1 = \angle 3$  (п.1)
  - Рассмотрим  $\triangle AHC$  и  $\triangle A_1H_1C_1$  :
  - $AH = A_1H_1$  (по усл.)
  - $\angle 2 = \angle 4$  (по п.2)
  - $\angle H = \angle H_1 = 90^\circ$  (по усл.)
  - Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$  :
  - $AB = A_1B_1$  (п.1)
  - $AC = A_1C_1$  (п.2)
  - $\angle A = \angle A_1$  (по усл.)
- $\Rightarrow \triangle ABH = \triangle A_1B_1H_1$  (кпу)  $\Rightarrow AB = A_1B_1$ ;  $\angle 1 = \angle 3$   
 $\Rightarrow \triangle AHC = \triangle A_1H_1C_1$  (кпу)  $\Rightarrow AC = A_1C_1$   
 $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  (по двум сторонам и углу между ними)

Теорема: Если высота и два прилежащих к ней острых угла одного треугольника соответственно равны высоте и двум прилежащим к ней острым углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



- Дано:  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$
- $\angle 1 = \angle 3$ ;  $\angle 2 = \angle 4$ ;
- $AH = A_1H_1$  (высота)
- Доказать:  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1) Рассмотрим  $\triangle ABH$  и  $\triangle A_1B_1H_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 3 \text{ (по усл.)} \\ \angle H = \angle H_1 = 90^\circ \text{ (по усл.)} \\ AH = A_1H_1 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH = \triangle A_1B_1H_1 \text{ (кпу)} \Rightarrow AB = A_1B_1$$

2) Рассмотрим  $\triangle AHC$  и  $\triangle A_1H_1C_1$ :

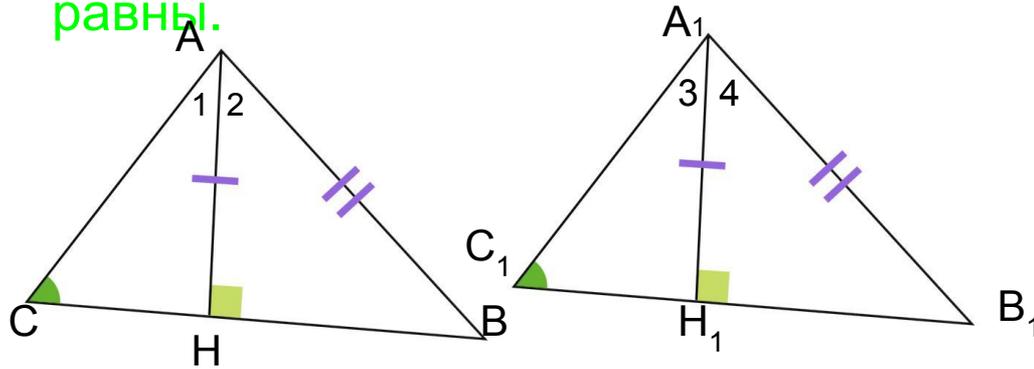
$$\left. \begin{array}{l} AH = A_1H_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle 2 = \angle 4 \text{ (по усл.)} \\ \angle H = \angle H_1 = 90^\circ \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHC = \triangle A_1H_1C_1 \text{ (кпу)} \Rightarrow AC = A_1C_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 3 \text{ (по усл.)} \\ \angle 2 = \angle 4 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle A = \angle A_1$$

4) Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} AB = A_1B_1 \text{ (п.1)} \\ AC = A_1C_1 \text{ (п.2)} \\ \angle A = \angle A_1 \text{ (п.3)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 \text{ (по двум сторонам и углу между ними)}$$

Теорема: Если сторона, противолежащий угол и высота, проведённая не из вершины данного угла, одного треугольника соответственно равны стороне, противолежащему углу и высоте, проведённой не из вершины данного угла, то такие треугольники равны.



- Дано:  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$
- $\angle 1 = \angle 3$ ;  $\angle 2 = \angle 4$ ;
- $AH = A_1H_1$  (высота)
- Доказать:  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1) Рассмотрим  $\triangle ABH$  и  $\triangle A_1B_1H_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} AB = A_1B_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle H = \angle H_1 = 90^\circ \text{ (по усл.)} \\ AH = A_1H_1 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH = \triangle A_1B_1H_1 \text{ (гик)} \Rightarrow \angle 1 = \angle 3$$

2) Рассмотрим  $\triangle AHC$  и  $\triangle A_1H_1C_1$ :

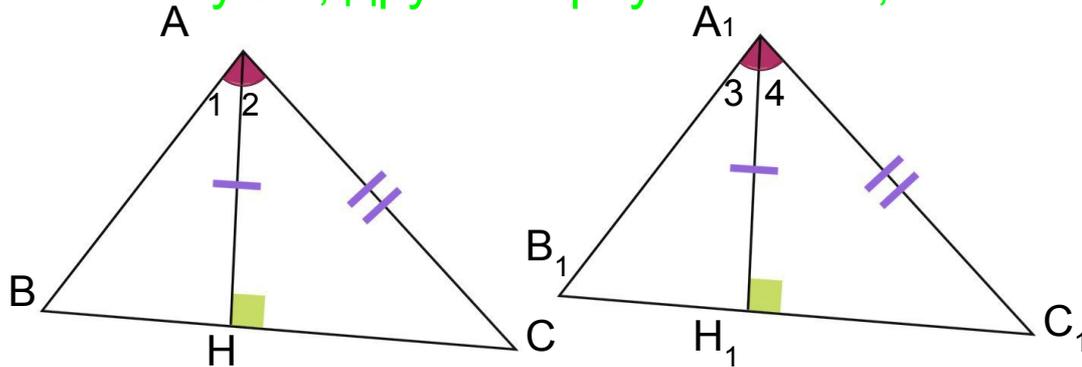
$$\left. \begin{array}{l} AH = A_1H_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle C = \angle C_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle H = \angle H_1 = 90^\circ \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHC = \triangle A_1H_1C_1 \text{ (кпу)} \Rightarrow AC = A_1C_1; \angle 2 = \angle 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 3 \text{ (п.1)} \\ \angle 2 = \angle 4 \text{ (п.2)} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle A = \angle A_1$$

4) Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} AB = A_1B_1 \text{ (по усл.)} \\ AC = A_1C_1 \text{ (п.2)} \\ \angle A = \angle A_1 \text{ (п.3)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 \text{ (по двум сторонам и углу между ними)}$$

Теорема: Если сторона, прилежащий угол и высота, проведённая из вершины этого угла, одного треугольника соответственно равны стороне, прилежащему углу и высоте, проведённой из вершины этого угла, другого треугольника, то такие треугольники равны.



- Дано:  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$
- $AB=A_1B_1$  ;  $\angle A=\angle A_1$ ;
- $AH=A_1H_1$  (высота)
- Доказать:  $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1) Рассмотрим  $\triangle ABH$  и  $\triangle A_1B_1H_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} AB=A_1B_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle H=\angle H_1=90^\circ \text{ (по усл.)} \\ AH=A_1H_1 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH=\triangle A_1B_1H_1 \text{ (гик)} \Rightarrow \angle 1=\angle 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle A=\angle A_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle 1=\angle 3 \text{ (п.1)} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle 2=\angle 4$$

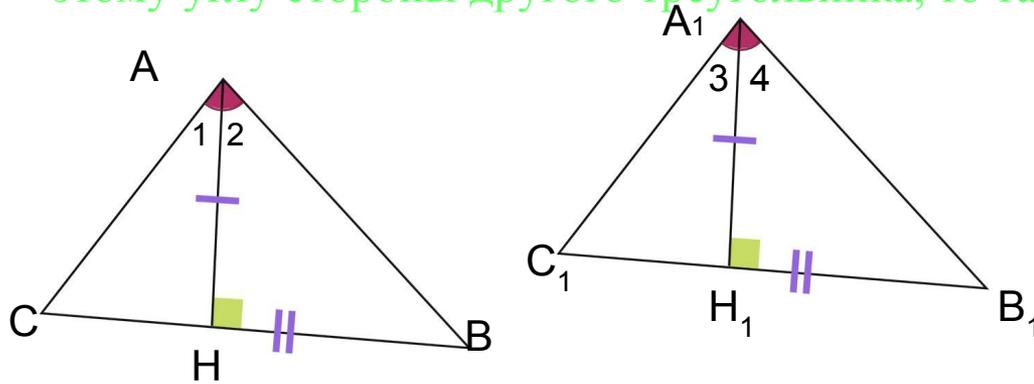
3) Рассмотрим  $\triangle AHC$  и  $\triangle A_1H_1C_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} AH=A_1H_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle 2=\angle 4 \text{ (п.2)} \\ \angle H=\angle H_1=90^\circ \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHC=\triangle A_1H_1C_1 \text{ (кпу)} \Rightarrow AC=A_1C_1$$

4) Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} AB=A_1B_1 \text{ (по усл.)} \\ AC=A_1C_1 \text{ (п.3)} \\ \angle A=\angle A_1 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1 \text{ (по двум сторонам и углу между ними)}$$

Теорема: Если угол, высота, проведённая из вершины этого угла, и проекция прилежащей к этому углу стороны одного треугольника соответственно равны углу, высоте, проведённой из вершины этого угла, и проекции прилежащей к этому углу стороны другого треугольника, то такие треугольники равны.



- Дано:  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$
- $BH=B_1H_1$  ;  $\angle A=\angle A_1$ ;
- $AH=A_1H_1$  (высота)
- Доказать:  $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1) Рассмотрим  $\triangle ABH$  и  $\triangle A_1B_1H_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} BH=B_1H_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle H=\angle H_1=90^\circ \text{ (по усл.)} \\ AH=A_1H_1 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH=\triangle A_1B_1H_1 \text{ (гик)} \Rightarrow AB=A_1B_1; \angle 1=\angle 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle A=\angle A_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle 1=\angle 3 \text{ (п.1)} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle 2=\angle 4$$

3) Рассмотрим  $\triangle AHC$  и  $\triangle A_1H_1C_1$ :

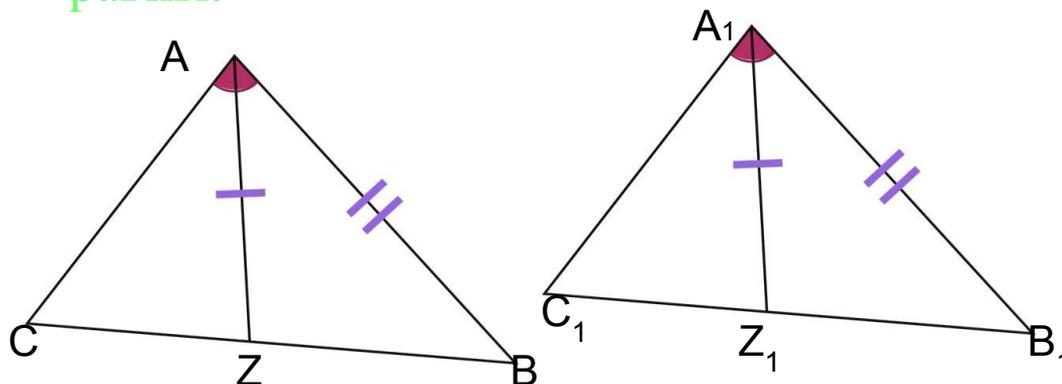
$$\left. \begin{array}{l} AH=A_1H_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle 2=\angle 4 \text{ (п.2)} \\ \angle H=\angle H_1=90^\circ \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHC=\triangle A_1H_1C_1 \text{ (кпу)} \Rightarrow AC=A_1C_1$$

4) Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} AB=A_1B_1 \text{ (п.1)} \\ AC=A_1C_1 \text{ (п.3)} \\ \angle A=\angle A_1 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1 \text{ (по двум сторонам и углу между ними)}$$

# ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ СВЯЗАННЫЕ С БИССЕКТРИСОЙ

Если в одном треугольнике угол, прилежащая сторона и выходящая из него биссектриса соответственно равны углу, прилежащей стороне и выходящей из него биссектрисе в другом треугольнике, то треугольники равны.



- Дано:  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$   
 $\angle A = \angle A_1$
- $AZ = A_1Z_1$  - биссектрисы  
 $AB = A_1B_1$
- Доказать:
- $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1. Рассмотрим  $\triangle AZB$  и  $\triangle A_1Z_1B_1$ :

$AB = A_1B_1$  (по условию)

$AZ = A_1Z_1$  (по условию)

$\angle BAZ = \angle B_1A_1Z_1$  (по условию)

$\Rightarrow \triangle AZB = \triangle A_1Z_1B_1$  (по двум сторонам  
 углу между ними)  $\Rightarrow \angle CZA = \angle C_1Z_1A_1$

2. Рассмотрим  $\triangle AZC$  и  $\triangle A_1Z_1C_1$ :

$\angle CAZ = \angle C_1A_1Z_1$  (по условию)

$AZ = A_1Z_1$  (по условию)

$\angle CZA = \angle C_1Z_1A_1$  (п.1)

$\Rightarrow \triangle AZC = \triangle A_1Z_1C_1$  (по стороне и двум  
 прилежащим углам)

3. Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$

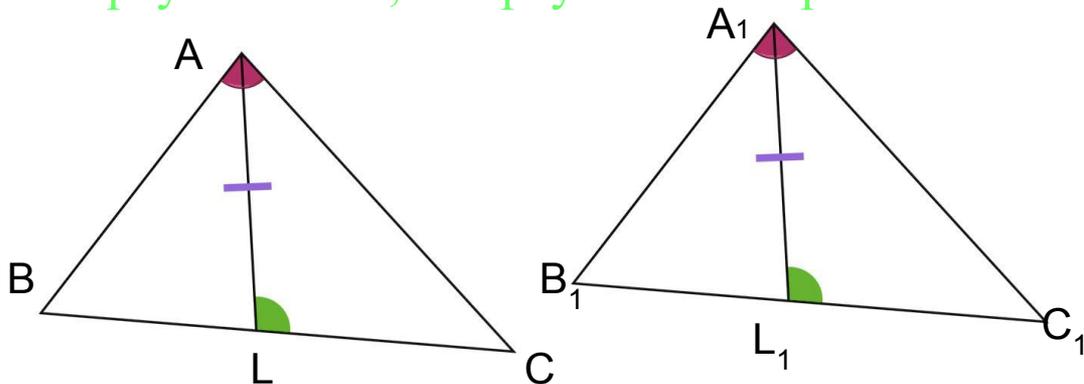
$\angle A = \angle A_1$  (по условию)

$AB = A_1B_1$  (по условию)

$AC = A_1C_1$  (п.2)

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  (по двум сторонам и углу между ними)

Если в одном треугольнике угол, выходящая из него биссектриса и угол между биссектрисой и стороной соответственно равны углу, выходящей из него биссектрисе углу между биссектрисой и стороной в другом треугольнике, то треугольники равны.



Доказательство:

1. Рассмотрим  $\triangle ALC$  и  $\triangle A_1L_1C_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} AL=A_1L_1 \text{ (по условию)} \\ \angle LAC = \angle L_1A_1C_1 \text{ (по условию)} \\ \angle ALC = \angle A_1L_1C_1 \text{ (по условию)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ALC = \triangle A_1L_1C_1 \Rightarrow \angle ALB = \angle A_1L_1B_1$$

2. Рассмотрим  $\triangle ALB$  и  $\triangle A_1L_1B_1$

$$\left. \begin{array}{l} \angle ALB = \angle A_1L_1B_1 \\ \angle BAL = \angle B_1A_1L_1 \text{ (по условию)} \\ AL=A_1L_1 \text{ (по условию)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ALB = \triangle A_1L_1B_1$$

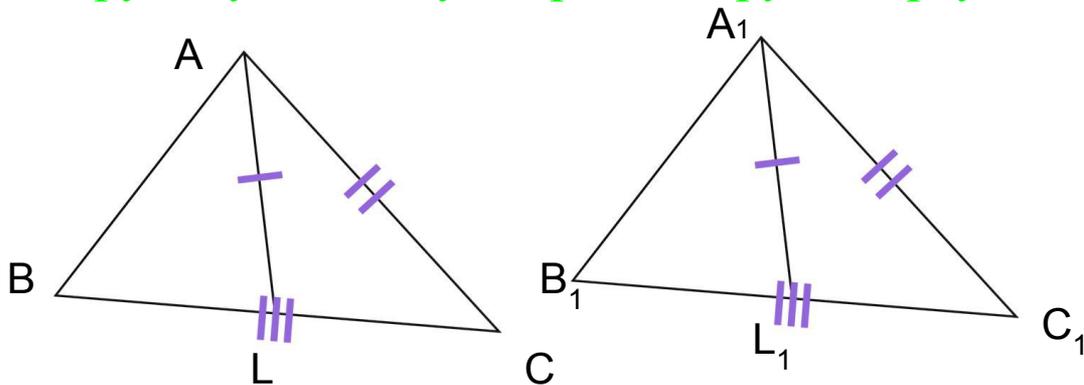
3. Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$

$$\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle A_1 \text{ (по условию)} \\ AB = A_1B_1 \text{ (по условию)} \\ AC = A_1C_1 \text{ (п.2)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 \text{ (по двум сторонам и углу между ними)}$$

- Дано:  
 $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$   
 $AL=A_1L_1$  – биссектрисы
- $\angle A = \angle A_1$   
 $\angle ALC = \angle A_1L_1C_1$
- Доказать:  
 $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

# ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ СВЯЗАННЫЕ С МЕДИАНОЙ

Если в одном треугольнике: сторона, выходящая из одного из её концов медиана и прилежащая к другому её концу сторона соответственно равны стороне, выходящей из одного из её концов медиане и прилежащая к другому её концу стороне в другом треугольнике, то треугольники равны.



Доказательство:

1. Рассмотрим  $\triangle ALC$  и  $\triangle A_1L_1C_1$ :

$AL = A_1L_1$  (по условию)  
 $\angle CLA = \angle C_1L_1A_1$  (по условию)  
 $LC = L_1C_1$  (по условию)
  $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ALC = \triangle A_1L_1C_1 \Rightarrow \angle ALB = \angle A_1L_1B_1$

2. Рассмотрим  $\triangle ALB$  и  $\triangle A_1L_1B_1$

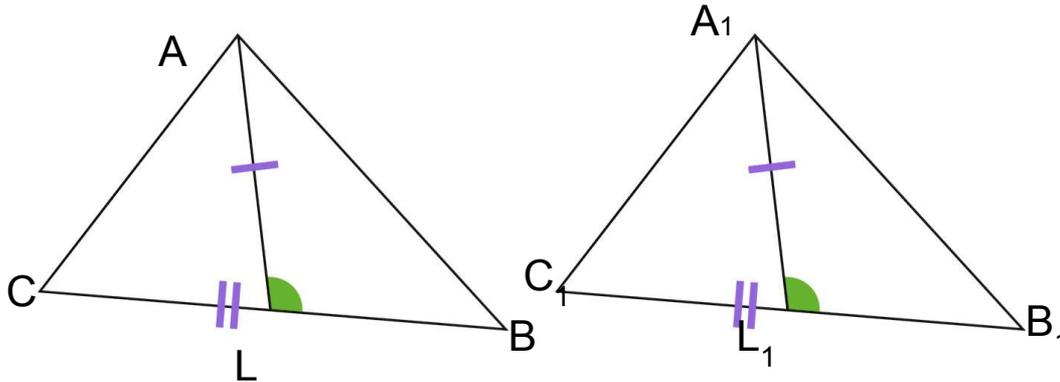
$\angle ALB = \angle A_1L_1B_1$   
 $BL = B_1L_1$  (по условию)  
 $AL = A_1L_1$  (по условию)
  $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ALB = \triangle A_1L_1B_1$

3. Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$

$BC = B_1C_1$  (по условию)  
 $AC = A_1C_1$  (п.1)  
 $AB = A_1B_1$  (п.2)
  $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  (по двум сторонам и углу между ними)

- Дано:  
 $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$   
 $AL = A_1L_1$  – Медианы
- $\angle BLA = \angle B_1L_1A_1$   
 $AL = A_1L_1$   
 $BC = B_1C_1$   
 Доказать:  
 $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Если в одном треугольнике медиана, сторона угол между медианой и стороной соответственно равны медиане, стороне углу между медианой и стороной в другом треугольнике, то треугольники равны.



Доказательство:

1. Рассмотрим  $\triangle ALC$  и  $\triangle A_1L_1C_1$ :

$AL = A_1L_1$  (по условию)

$\angle CLA = \angle C_1L_1A_1$  (по условию)

$LC = L_1C_1$  (по условию)

$\Rightarrow \triangle ALC = \triangle A_1L_1C_1 \Rightarrow$   
 $\angle ALB = \angle A_1L_1B_1$

2. Рассмотрим  $\triangle ALB$  и  $\triangle A_1L_1B_1$

$\angle ALB = \angle A_1L_1B_1$

$BL = B_1L_1$  (по условию)

$AL = A_1L_1$  (по условию)

$\Rightarrow \triangle ALB = \triangle A_1L_1B_1$

3. Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$

$BC = B_1C_1$  (по условию)

$AC = A_1C_1$  (п.1)

$AB = A_1B_1$  (п.2)

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  (по двум сторонам  
и углу между ними)

• Дано:

$\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$

$AL = A_1L_1$  – Медианы

•  $\angle BLA = \angle B_1L_1A_1$

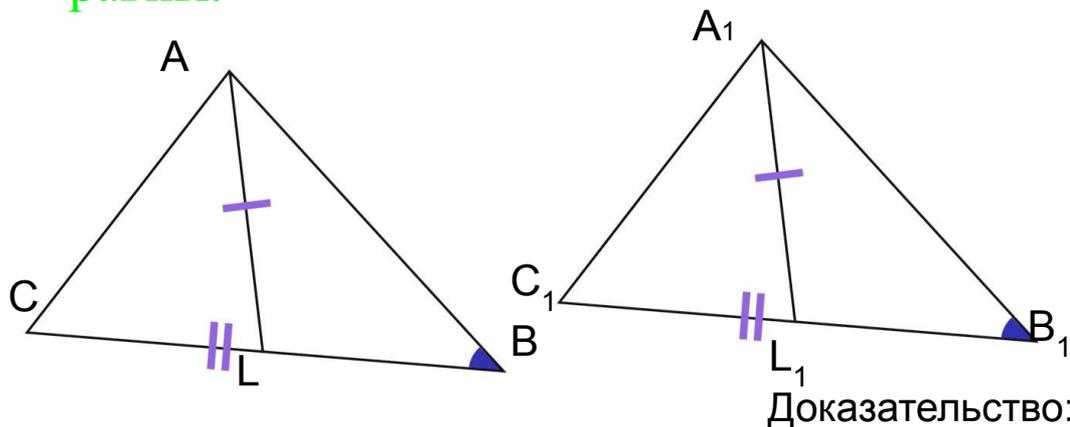
$AL = A_1L_1$

$BC = B_1C_1$

Доказать:

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Если в одном треугольнике угол прилежащая сторона и проведённая к ней медиана соответственно равны углу, прилежащей стороне и проведённой к ней медиане в другом треугольнике, то треугольники равны.



- Дано:  
 $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$   
 $AL = A_1L_1$  – Медианы
- $\angle ABL = \angle A_1B_1L_1$   
 $BC = B_1C_1$   
 Доказать:  
 $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

1. Рассмотрим  $\triangle ALB$  и  $\triangle A_1L_1B_1$   
 $\angle ALB = \angle A_1L_1B_1$  (по условию)  
 $BL = B_1L_1$  (по условию)  
 $AL = A_1L_1$  (по условию)
 

}	$\Rightarrow \triangle ALB = \triangle A_1L_1B_1 \Rightarrow$
	$\angle ALC = \angle A_1L_1C_1$
2. Рассмотрим  $\triangle ALC$  и  $\triangle A_1L_1C_1$ :  
 $AL = A_1L_1$  (по условию)  
 $\angle CLA = \angle C_1L_1A_1$   
 $LC = L_1C_1$  (по условию)
 

}	$\Rightarrow \triangle ALC = \triangle A_1L_1C_1$
---	---
3. Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$   
 $BC = B_1C_1$  (по условию)  
 $AC = A_1C_1$  (п.2)  
 $AB = A_1B_1$  (п.1)
 

}	$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (по двум сторонам и углу между ними)
---	--

# ЛИТЕРАТУРА

1. Геометрия 7-9 кл. Авторы: Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов.

# РЕЦЕНЗИЯ