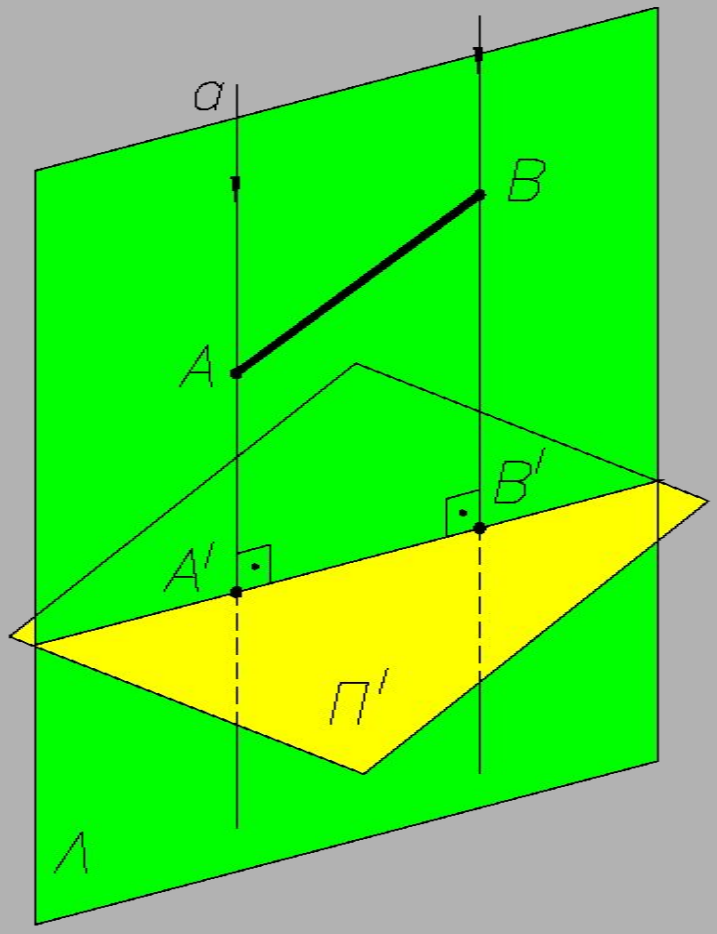
# «Начертательная геометрия»





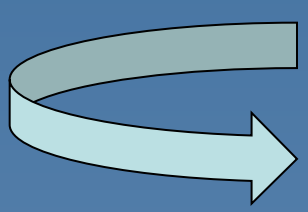
- Выполнила: ученица 11 «А» класса
- Клименко Екатерина
- Учитель: Кашина О. Л.
- МБОУ «Гимназия №83»
- Г. Ижевск

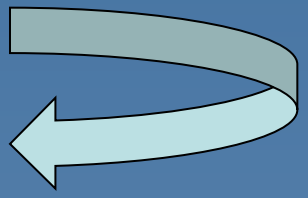
# Предмет «Начертательная геометрия» (Н.Г.)

**Н.Г. изучает законы отображения трехмерного пространства на двумерную плоскость методами проекций и сечений.**

**Основоположником начертательной геометрии и метода ортогонального проецирования является французский математик, геометр Гаспар Монж (1746-1818гг.).**

**Две основные задачи Н.Г.:**





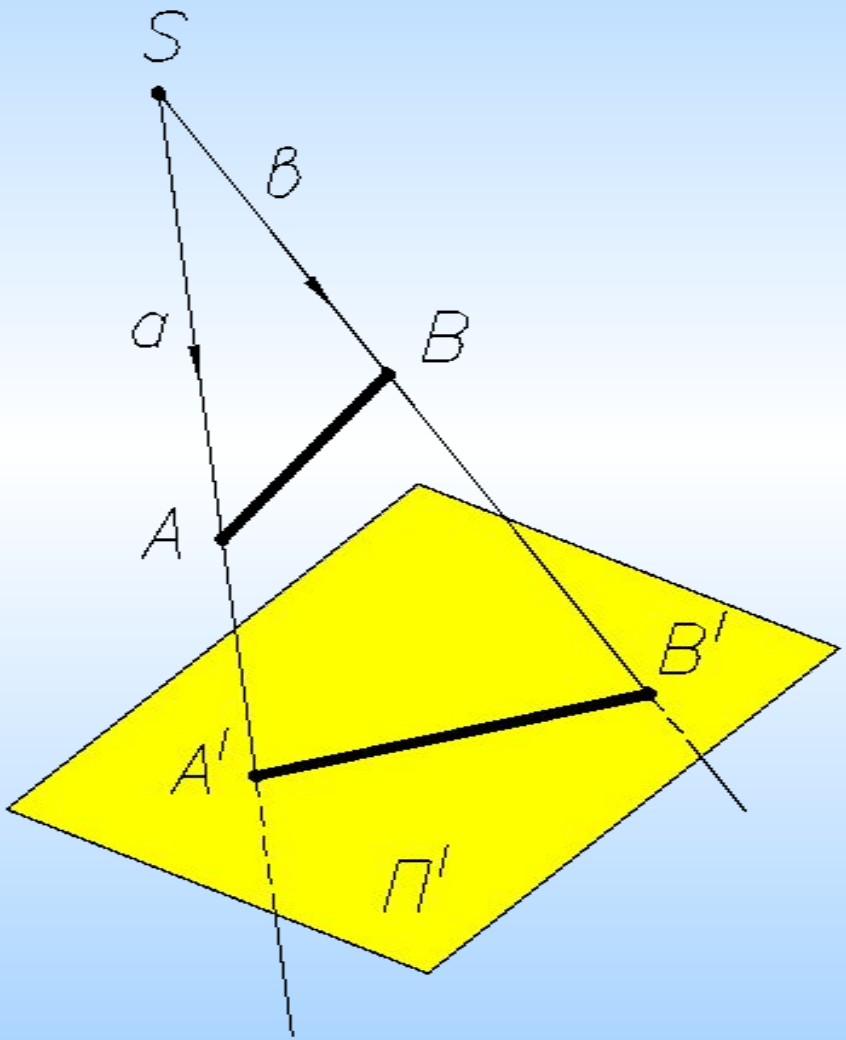
**прямая -**
**построить изображение пространственного предмета на чертеже;**

**обратная –**
**реконструкция пространственного предмета по чертежу.**

**Построение любого изображения выполняется с помощью операции проецирования.**

# Виды проецирования

## Линейное центральное проецирование




### Аппарат проецирования

**S - центр проецирования,**
**П - плоскость проекций или картинная плоскость,**
**A, B - точки пространства,**
**SA, SB – проецирующий луч,**
**a, в - направление проецирования,**
**A' , B' – центральные проекции точек A и B на плоскость П'.**

**Проекцией фигуры называется множество проекций всех ее точек**

**Нет закономерных отношений между линейными размерами геометрического образа (Г.О.) и его проекциями.**

# Виды проецирования

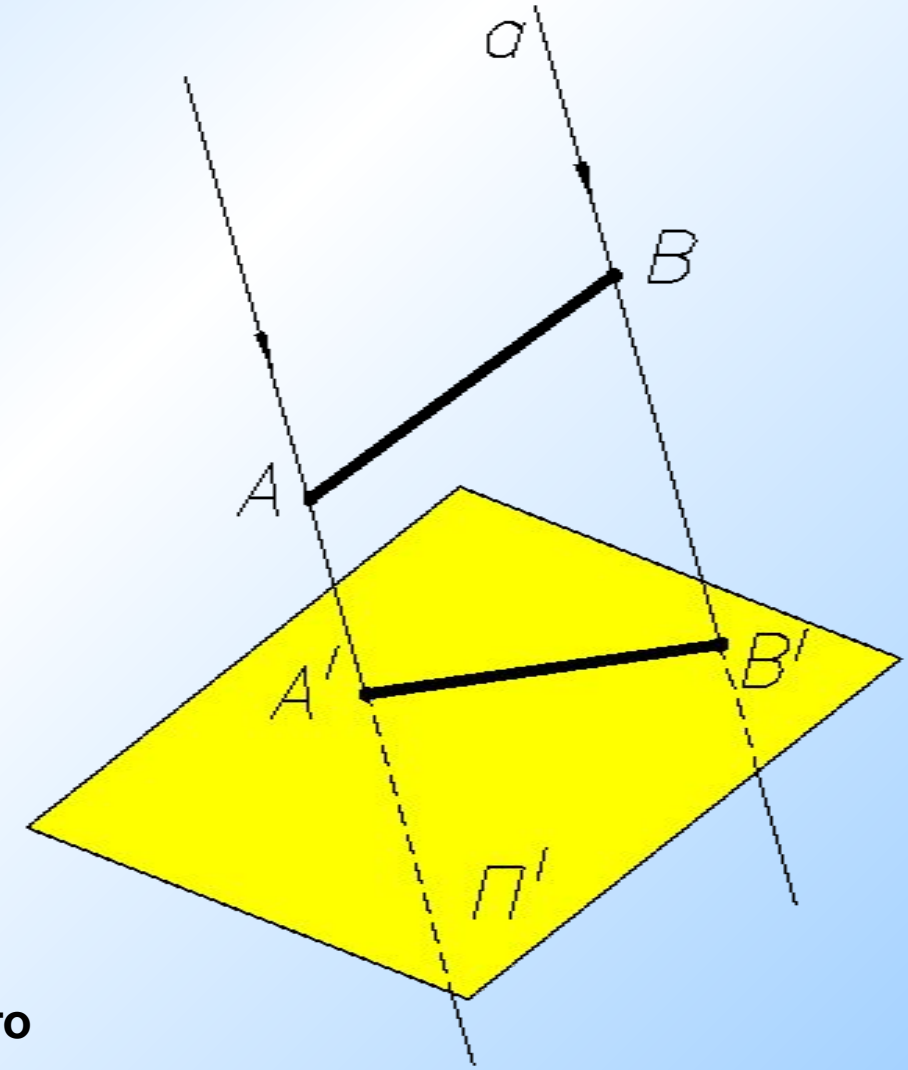
## Параллельное проецирование

### Аппарат проецирования

**а - направление проецирования**
**П' - плоскость проекций**
**А, В - точки пространства**
**А', В' – проекции точек А и В на плоскость П'.**

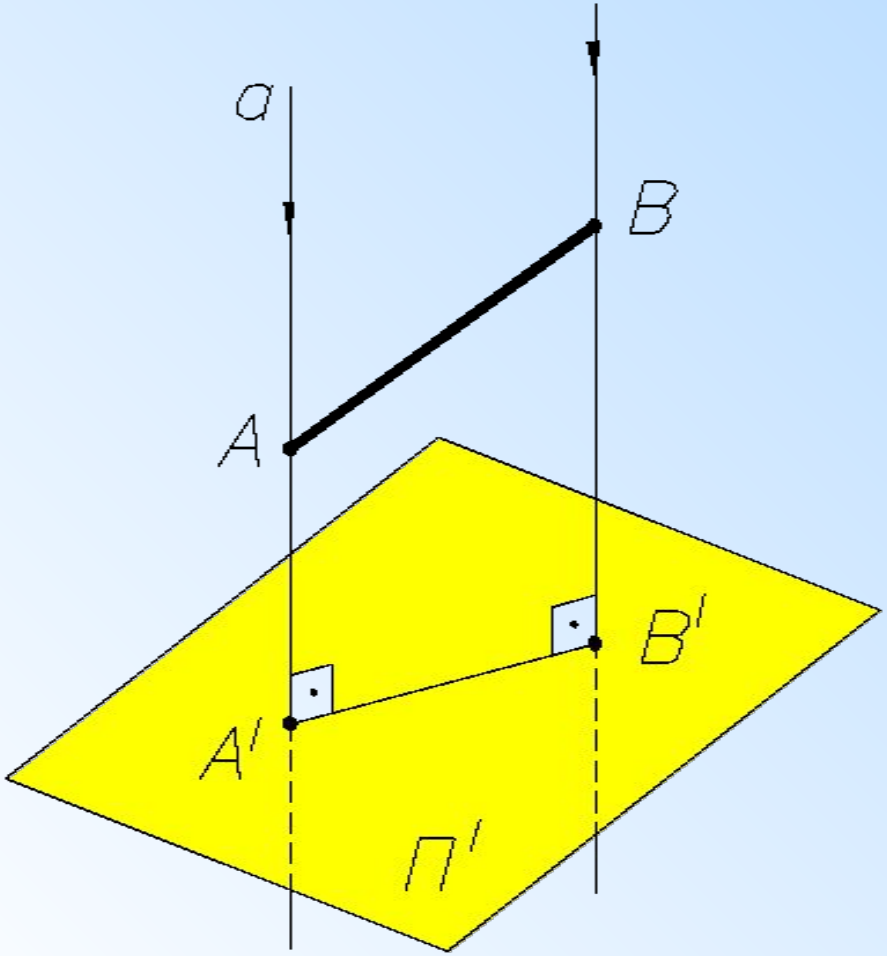
**Проекцией фигуры называется множество проекций всех ее точек**

**Нет закономерных отношений между линейными размерами геометрического образа (Г.О.) и его проекциями.**



# Виды проецирования

## Ортогональное проецирование



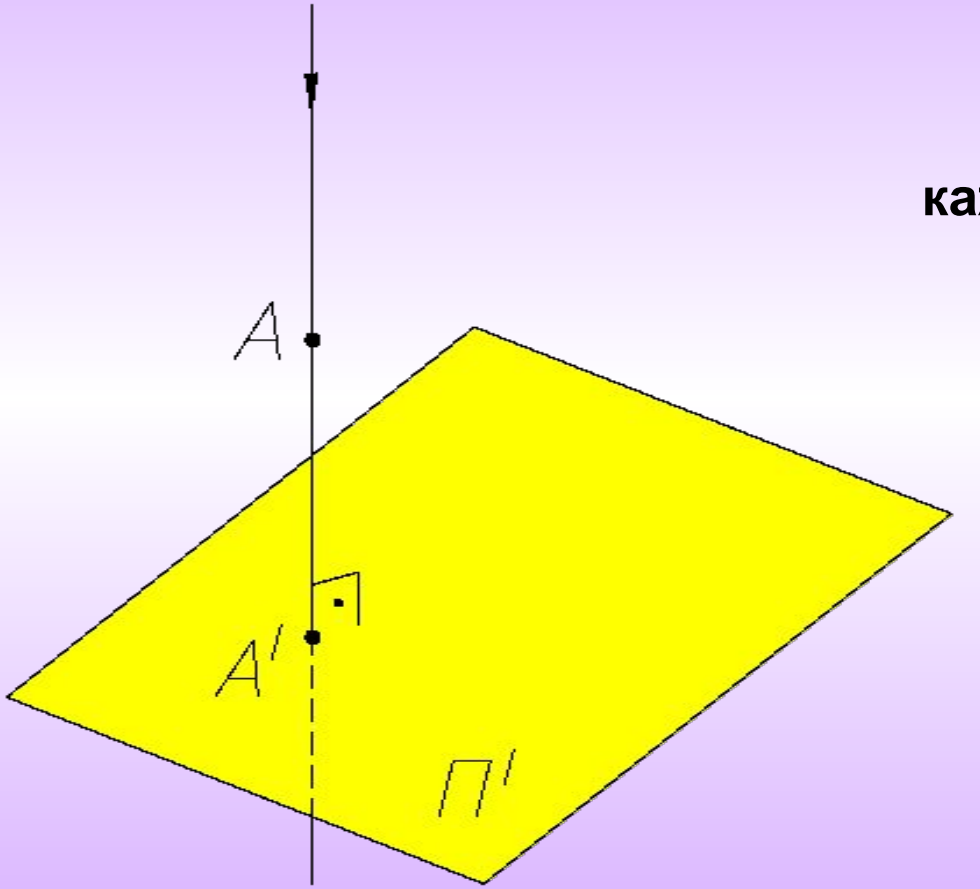

### Аппарат проецирования

**a - направление проецирования,**
**a ⊥ П' ,**
**П ' - плоскость проекций,**
**A, B - точки пространства,**
**A ' , B ' – ортогональные проекции точек A и B на плоскость П '.**

**Проекцией фигуры называется множество проекций всех ее точек**

**Существуют определенные закономерности между геометрическим образом (Г.О.) и его ортогональной проекцией: позиционные и метрические свойства ортогонального проецирования.**

# Основные позиционные свойства ортогонального проецирования:



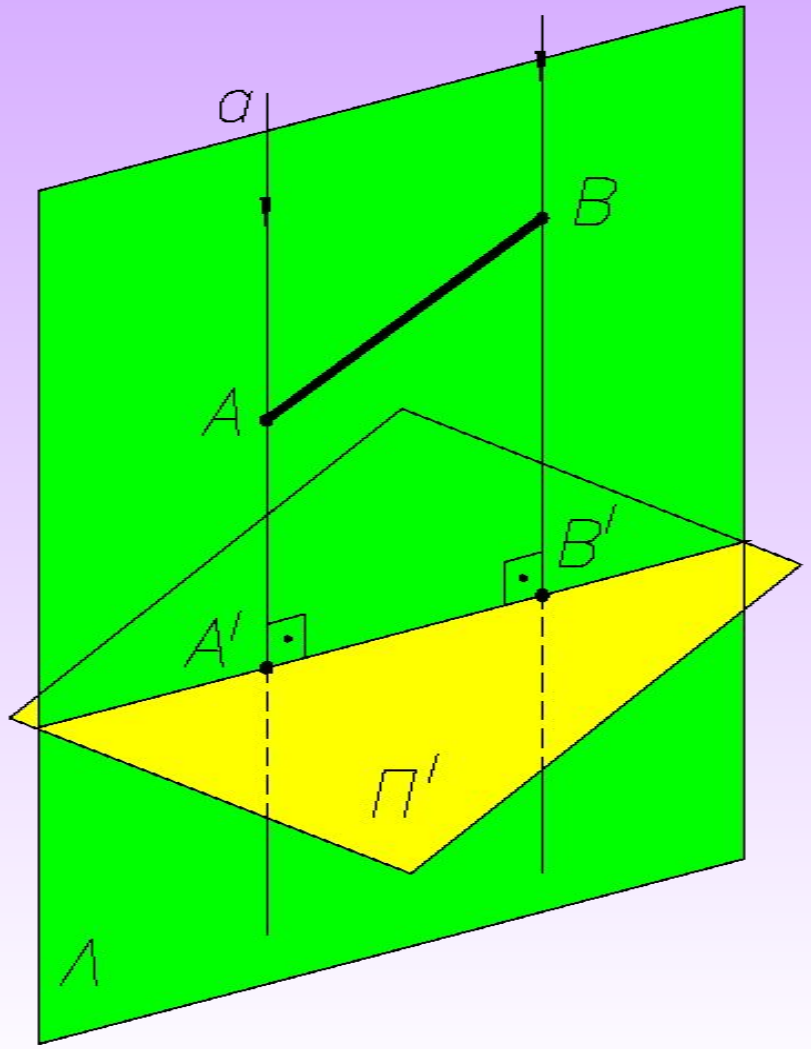

**1.**

**каждой точке проецируемого Г.О. соответствует одна точка на плоскости проекций,**

$A \Rightarrow A'$;

**(обратная зависимость неоднозначна);**

# Основные позиционные свойства ортогонального проецирования:




**2.**

**проекцией прямой линии *AB* является прямая линия *A' B'*,**

***AB* ⇒ *A' B'*;**

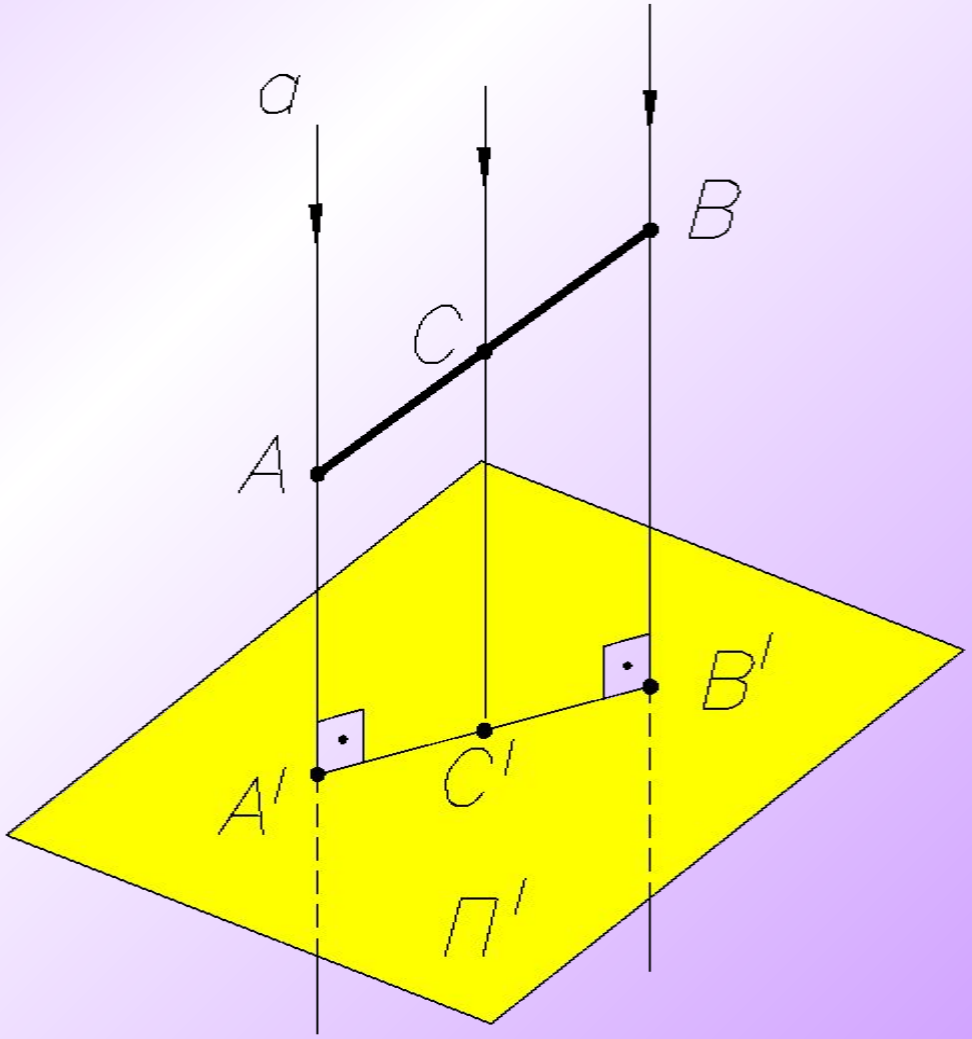
***ABA'B'*– проецирующая плоскость L);**

# Основные позиционные свойства ортогонального проецирования:

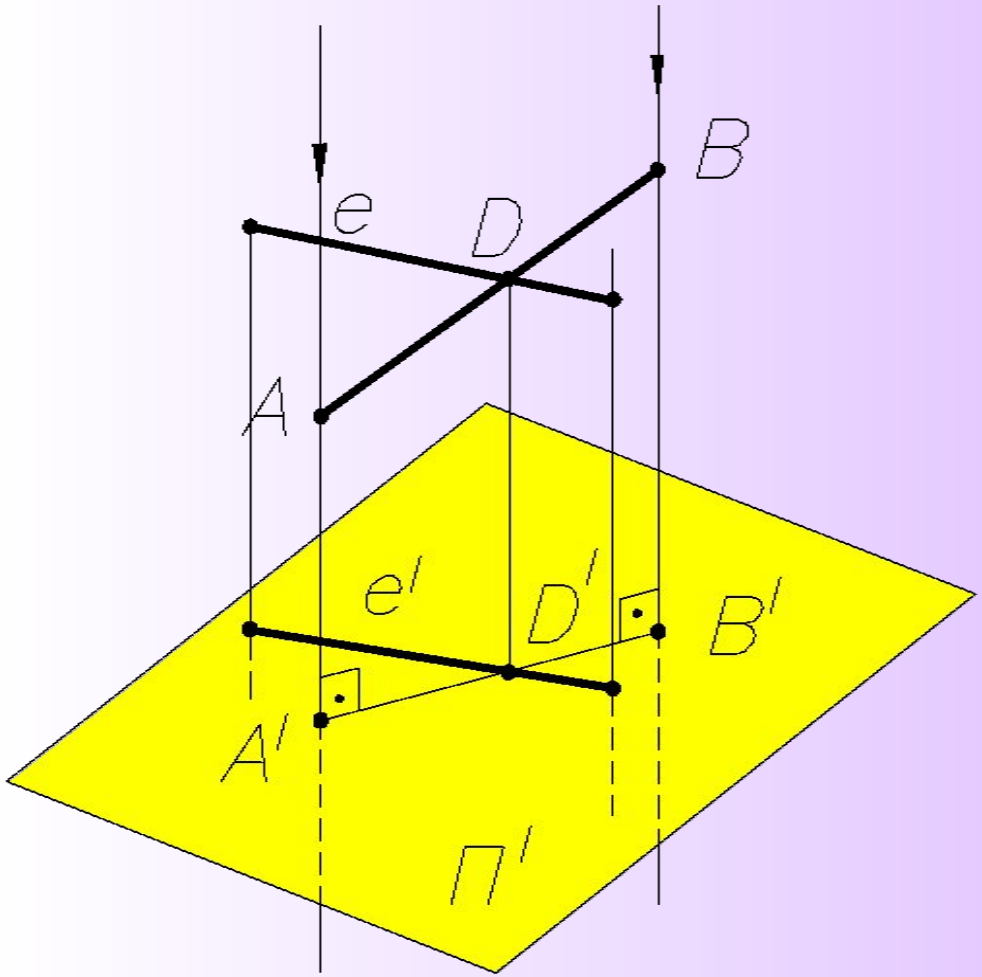
**3.**

**если точка принадлежит линии, то ее проекция принадлежит проекции данной линии,**

$C \subset AB \Rightarrow C' \subset A'B'$;



# Основные позиционные свойства ортогонального проецирования:




## 4.

**проекцией точки пересечения двух прямых является точка пересечения проекций данных прямых;**

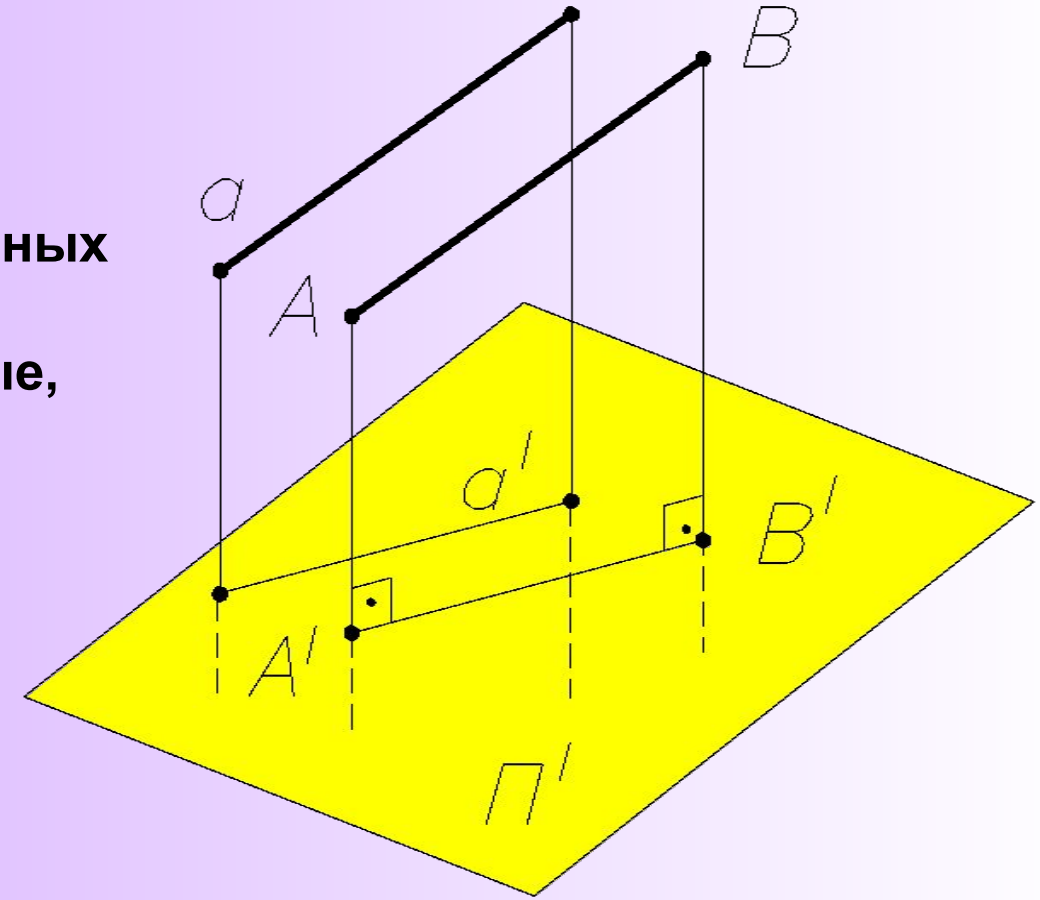
$$D = AB \times e \Rightarrow D' = A'B' \times e';$$

# Основные позиционные свойства ортогонального проецирования:

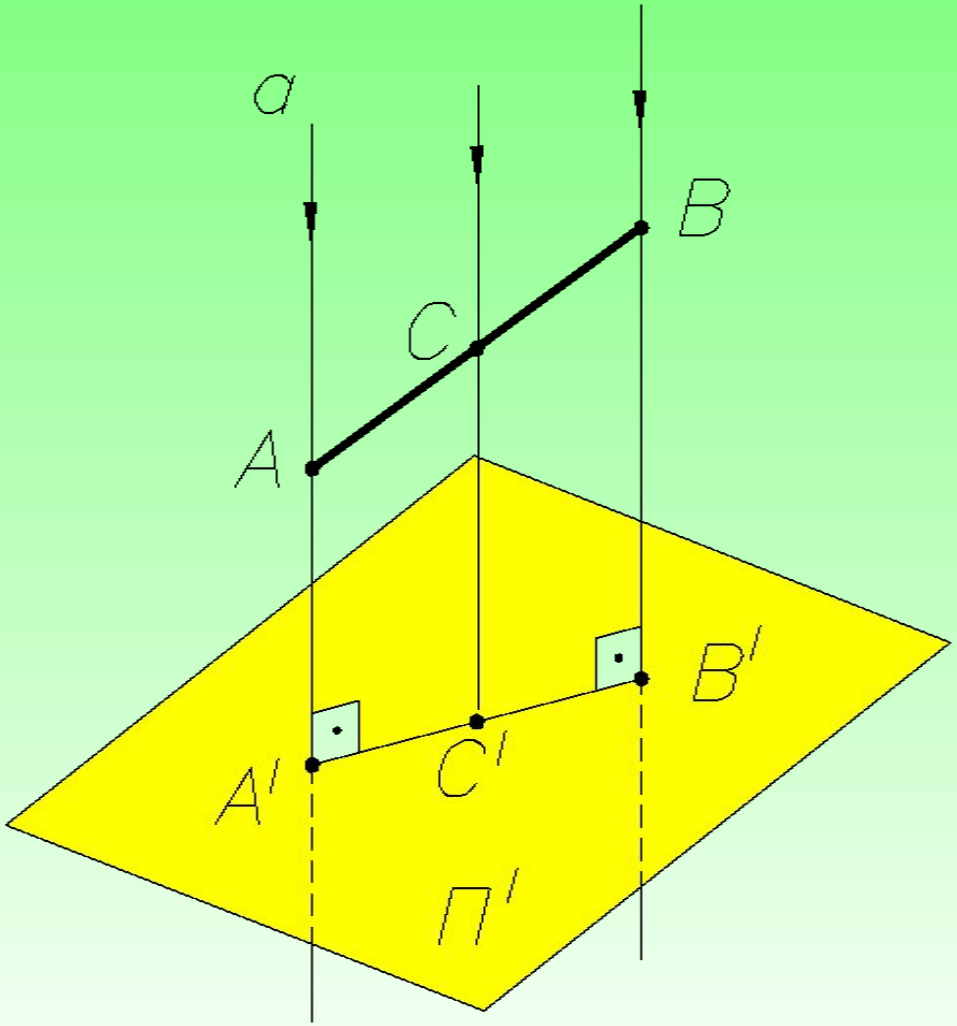
**5.**

**проекциями двух параллельных прямых являются две параллельные прямые,**

$a \parallel AB \Rightarrow a' \parallel A'B'$;



# Метрические свойства ортогонального проецирования:




## 1.

**Отношения между отрезками прямой равны соответствующим отношениям между их проекциями.**

$$|AC| : |CB| = |A'C'| : |C'B'|$$

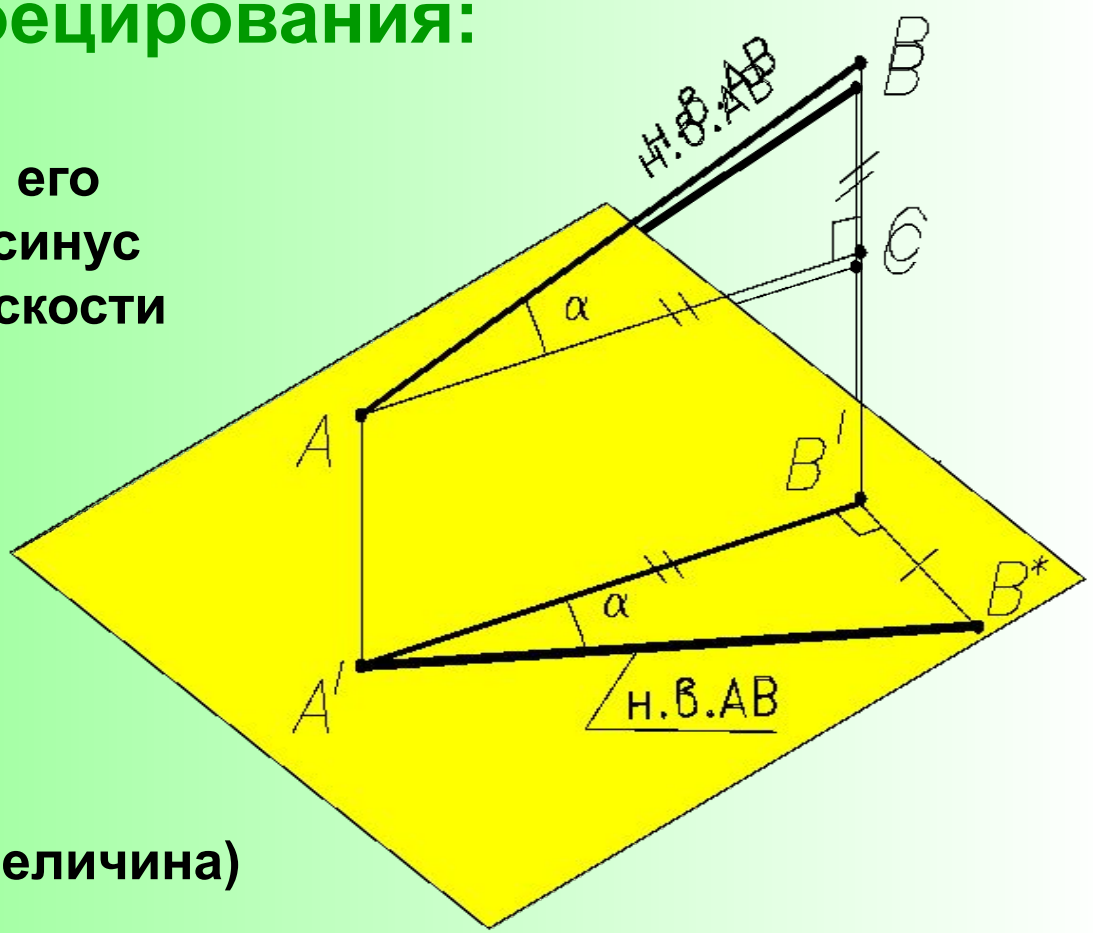
$$|AC| : |AB| = |A'C'| : |A'B'|$$

**и т.д.**

# Метрические свойства ортогонального проецирования:

## 2.

**Длина отрезка равна длине его проекции, делённой на косинус угла наклона отрезка к плоскости проекций.**




$$|AC| : |AB| = \cos a$$

**или**

$$|AB| = |A'B'| : \cos a,$$

**т. к.** $|A'B'| = |AC|$.

**Отрезок *AB* (натуральная величина) является гипотенузой прямоугольного треугольника *ABC*, один катет которого является проекцией этого отрезка, а второй приращением координат точек A и B.**

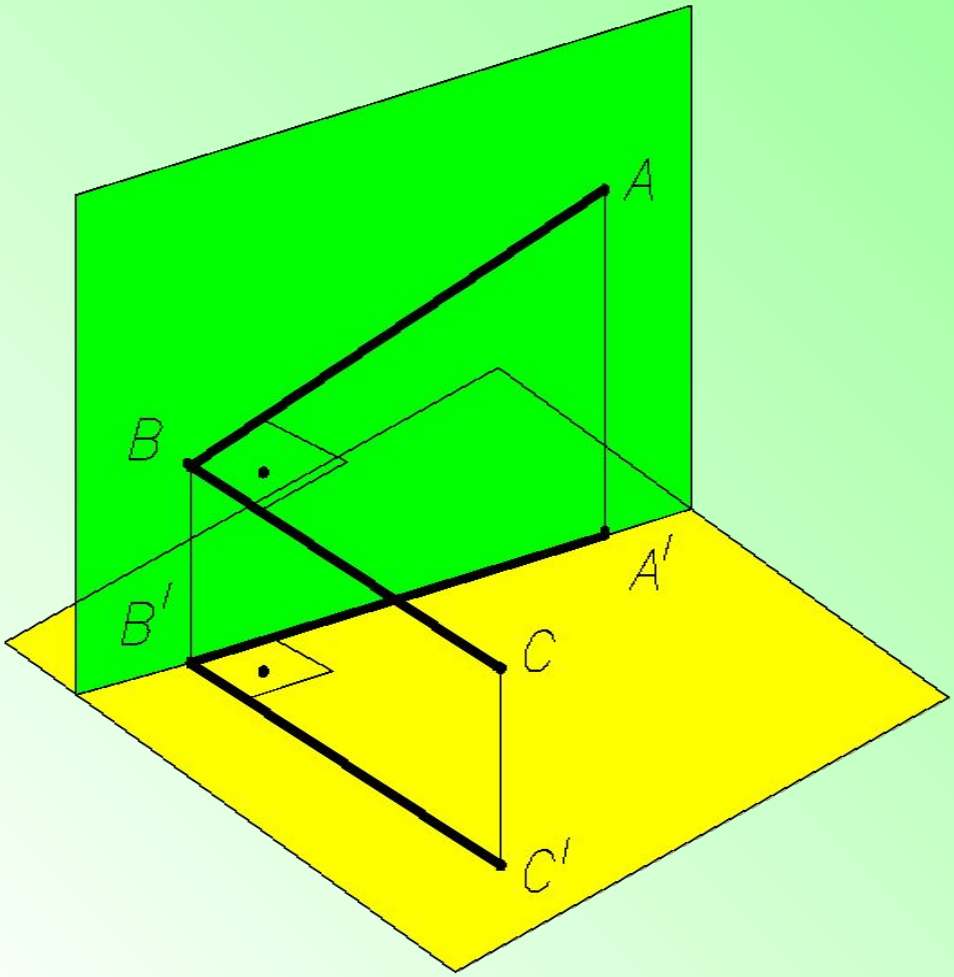
**Примечания:**

**если α = 0°, то** $|AB| = |A'B'|$;

**если α = 90°, то** $|A'B0 = |'$.

# Метрические свойства ортогонального проецирования:

## 3.




**Теорема о проецировании прямого угла:**

**Если хотя бы одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а вторая ей не перпендикулярна, то угол на эту плоскость проецируется в натуральную величину.**

**Обратная теорема:**

**Если прямой угол проецируется ортогонально в виде прямого угла, то он имеет сторону, расположенную параллельно плоскости проекций.**

# Обратимость чертежа

**Вышеприведенные чертежи называются однокартинными.**

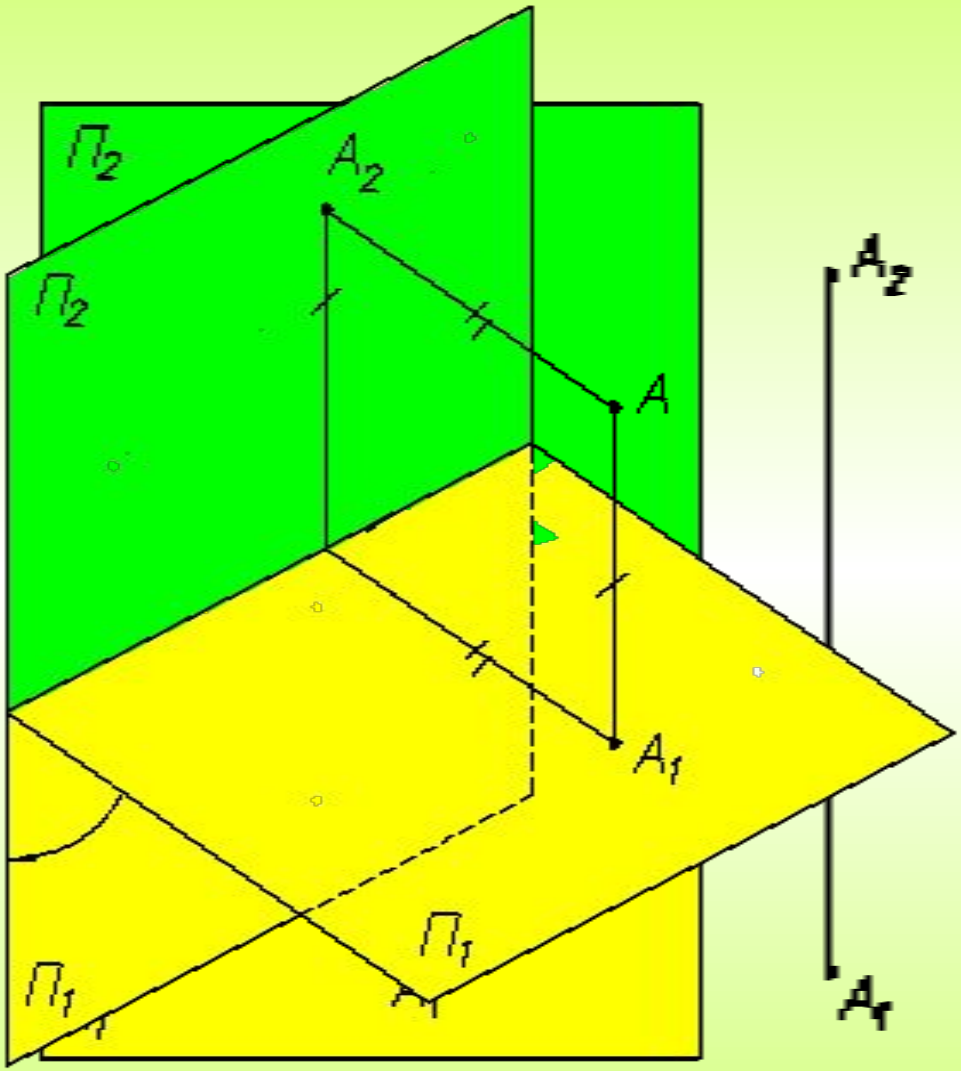
**Рассмотренные методы проецирования позволяют однозначно решить прямую задачу – построить проекцию (чертеж) геометрического образа.**

**Обратная задача начертательной геометрии – по данному чертежу реконструировать геометрический образ – решается неоднозначно (может быть несколько или бесчисленное множество решений).**

**Из этого следует, что однокартинный чертеж не обладает свойством обратимости.**

**Проекционный чертеж становится обратимым при добавлении дополнительной информации (введение второй плоскости проекции или числовой отметки, указывающей расстояние от точки в пространстве до плоскости проекций).**

# Образование комплексного чертежа точки.



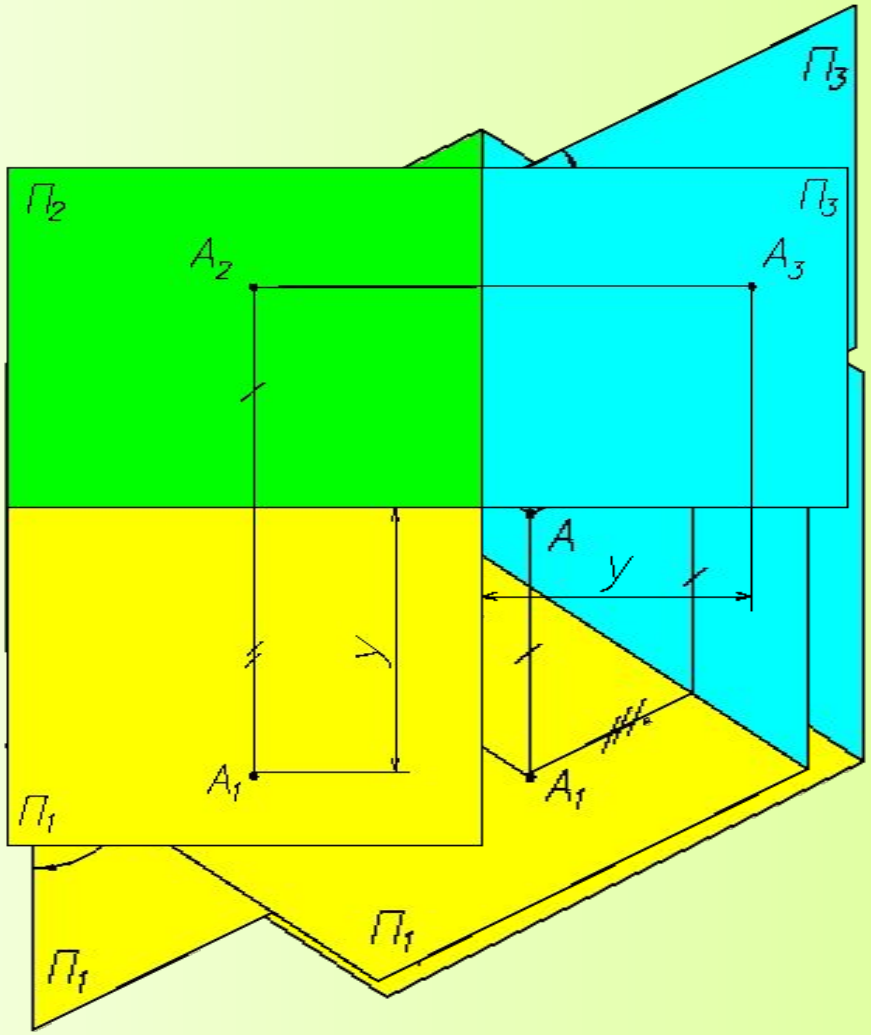

**Данный чертеж называется комплексным чертежем (*К.Ч.*) точки *А*.**

**Комплексным чертежом называется чертеж, составленный из двух или более связанных между собой ортогональных проекций изображаемого геометрического образа.**

**Принцип образования: геометрический образ ортогонально проецируется минимум на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций, которые затем соответствующим образом совмещаются с одной плоскостью.**

**Если на К.Ч. заданы две проекции точки, можно утверждать, что точка однозначно задана на К.Ч.**

# Образование комплексного чертежа точки.




**Условные обозначения:**

***A,B,C,D… 1,2,3…*** **и т.д. – точки в пространстве;**

***П1 (XOY)*** **– горизонтальная плоскость проекции;**

***П2 (XOZ)*** **– вертикальная (фронтальная) плоскость проекции;**

***П3 (YOZ)*** **– вертикальная (профильная) плоскость проекции;**

***A1*** **– горизонтальная проекция точки *A* на плоскость *П1*;**

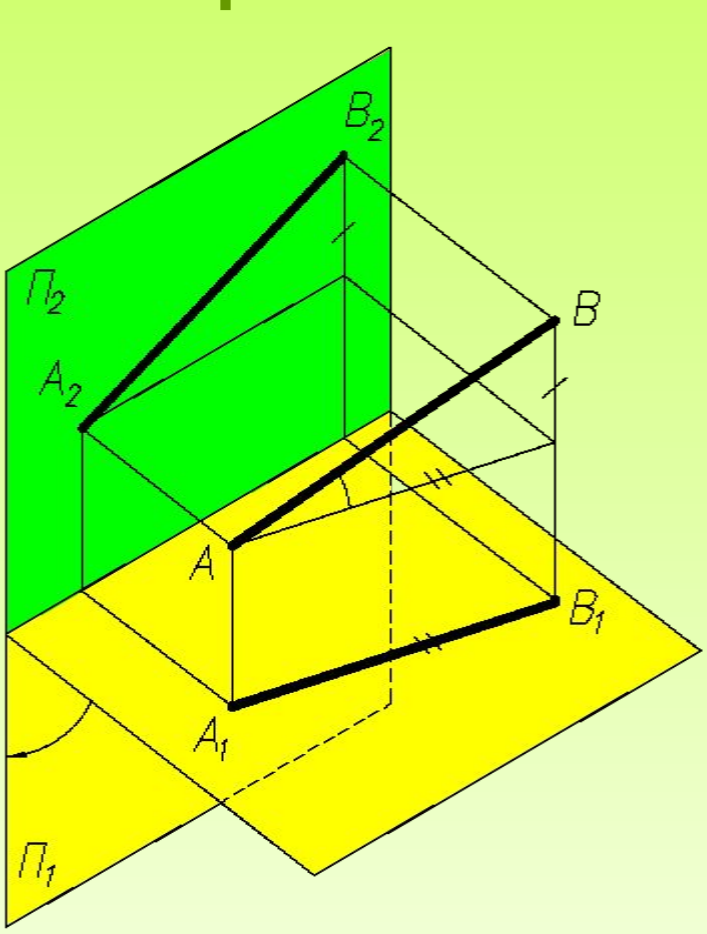
***A2*** **– фронтальная проекция точки *A* на плоскость *П2*.**

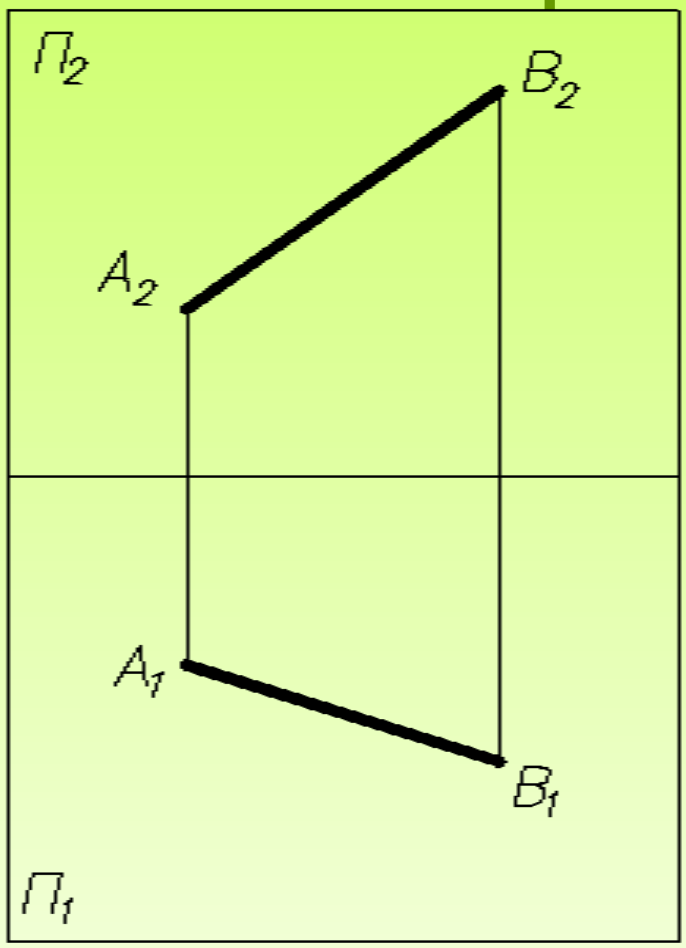
***A3*** **– профильная проекция точки *A* на плоскость *П3*.**

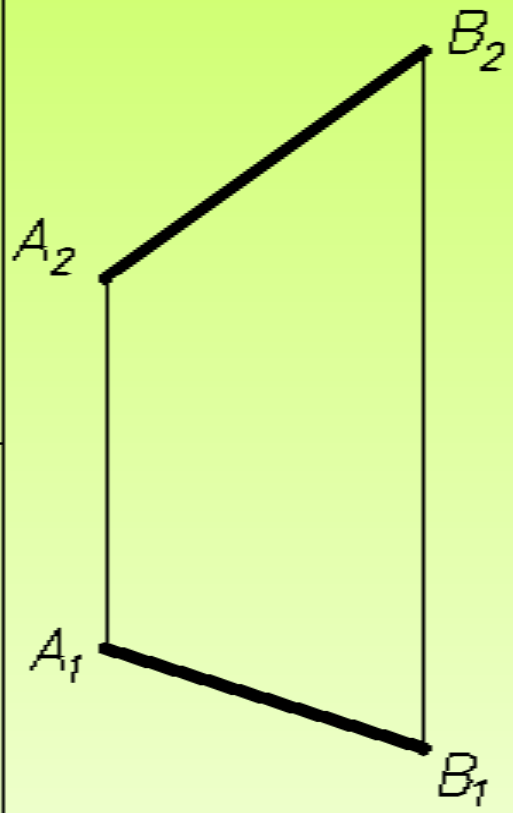
***A1A2, A2A3*** **- линии связи.**

**Иногда проецирование осуществляется на три взаимно перпендикулярных плоскости проекций, и тогда они все совмещаются с одной.**

# Образование комплексного чертежа линии.




**Линия - это геометрический образ, сформированный последовательным перемещением точки.**

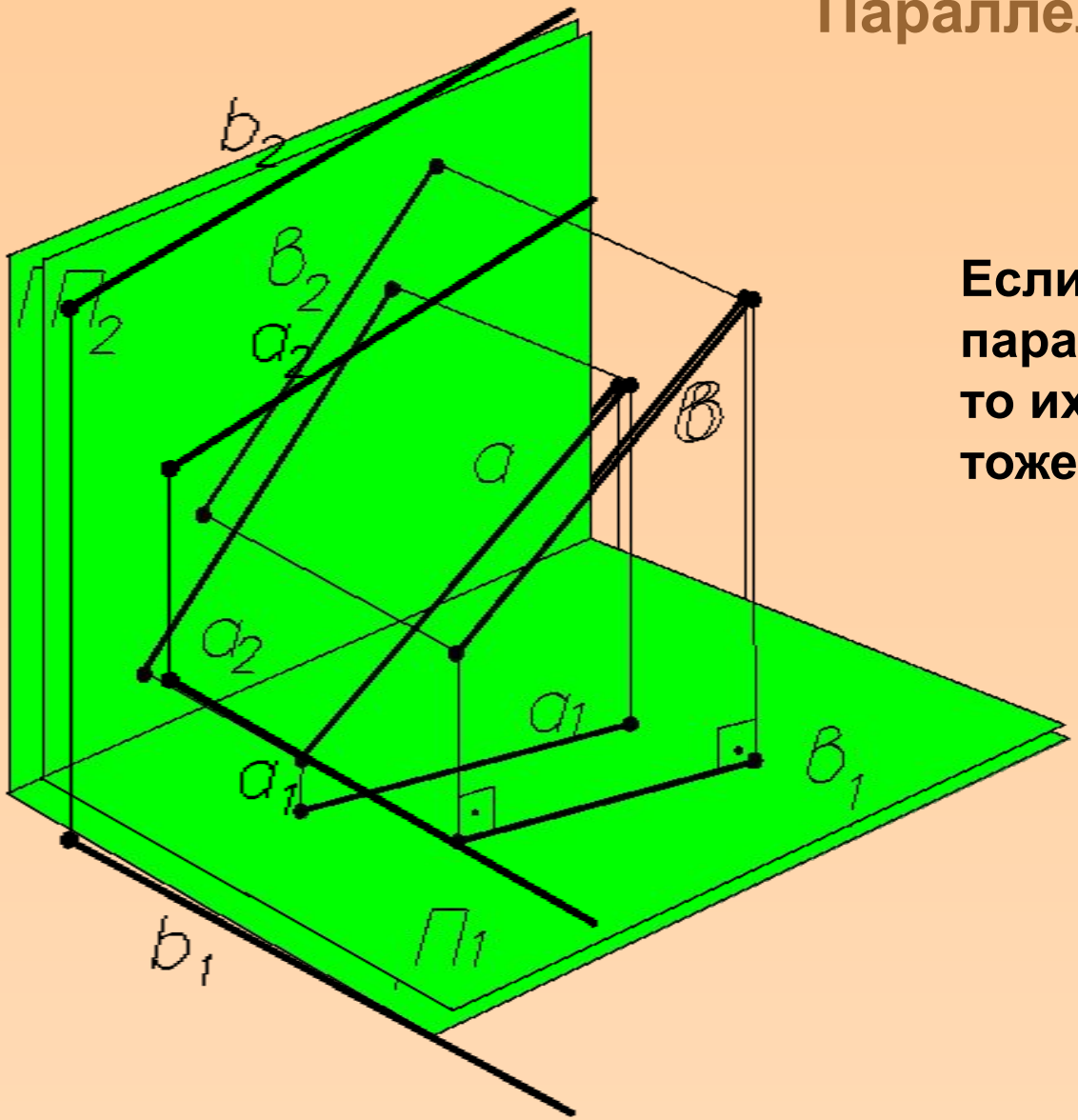
**Линия – одномерный геометрический образ.**

**Обозначение линий – a, b, c, d … и т.д.**

**Прямая однозначно задана на комплексном чертеже, если заданы две ее проекции.**

# Взаимное расположение двух прямых.

## Параллельные прямые.

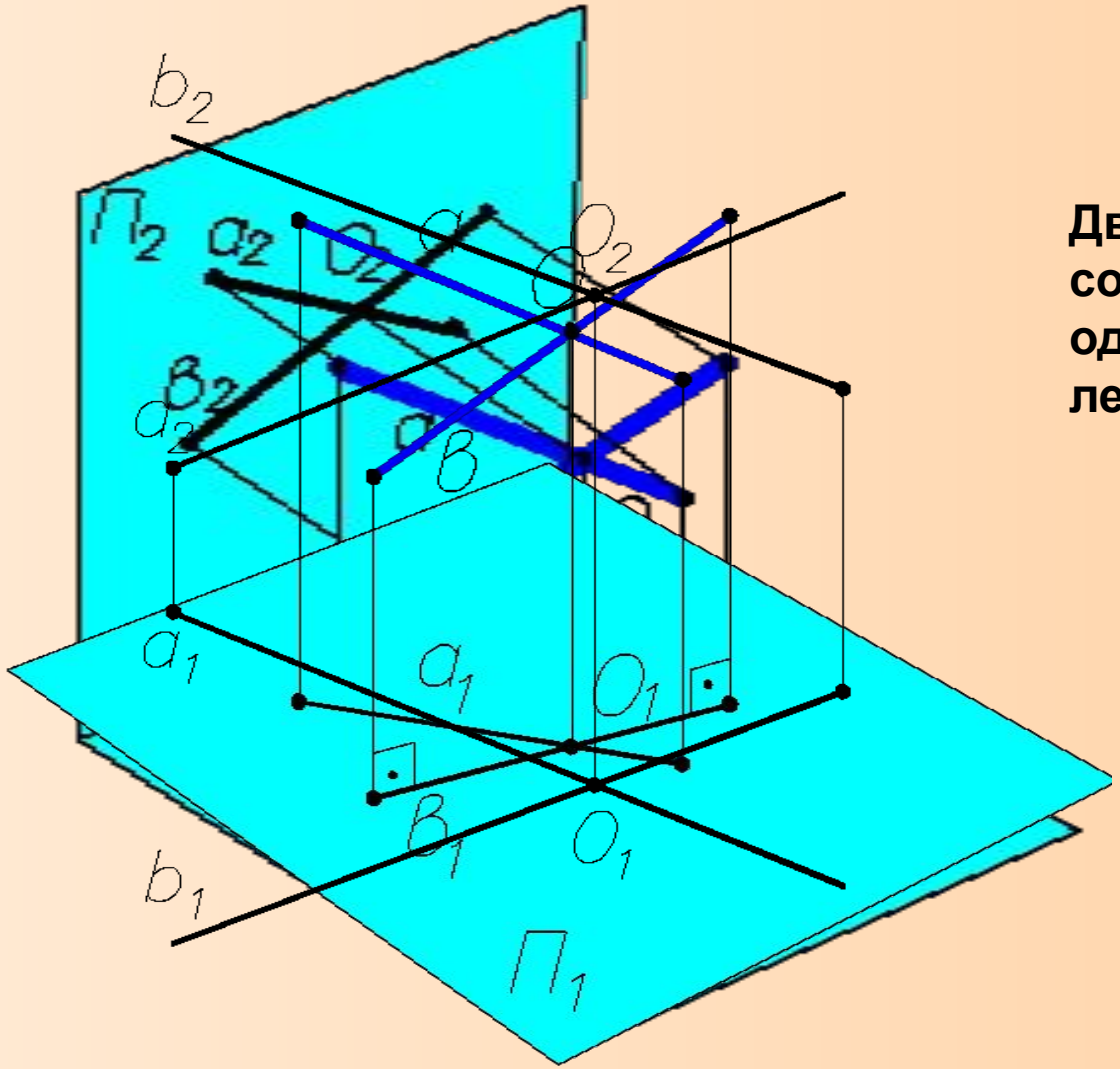



**Если две прямые параллельны между собой, то их одноименные проекции тоже параллельны.**

**Если** $a \parallel b$,
**то** $a_1 \parallel b_1$ **и** $a_2 \parallel b_2$.

# Взаимное расположение двух прямых.

## Пересекающиеся прямые.




**Две прямые пересекаются между собой, если точки пересечения одноименных проекций прямых лежат на одной линии связи .**

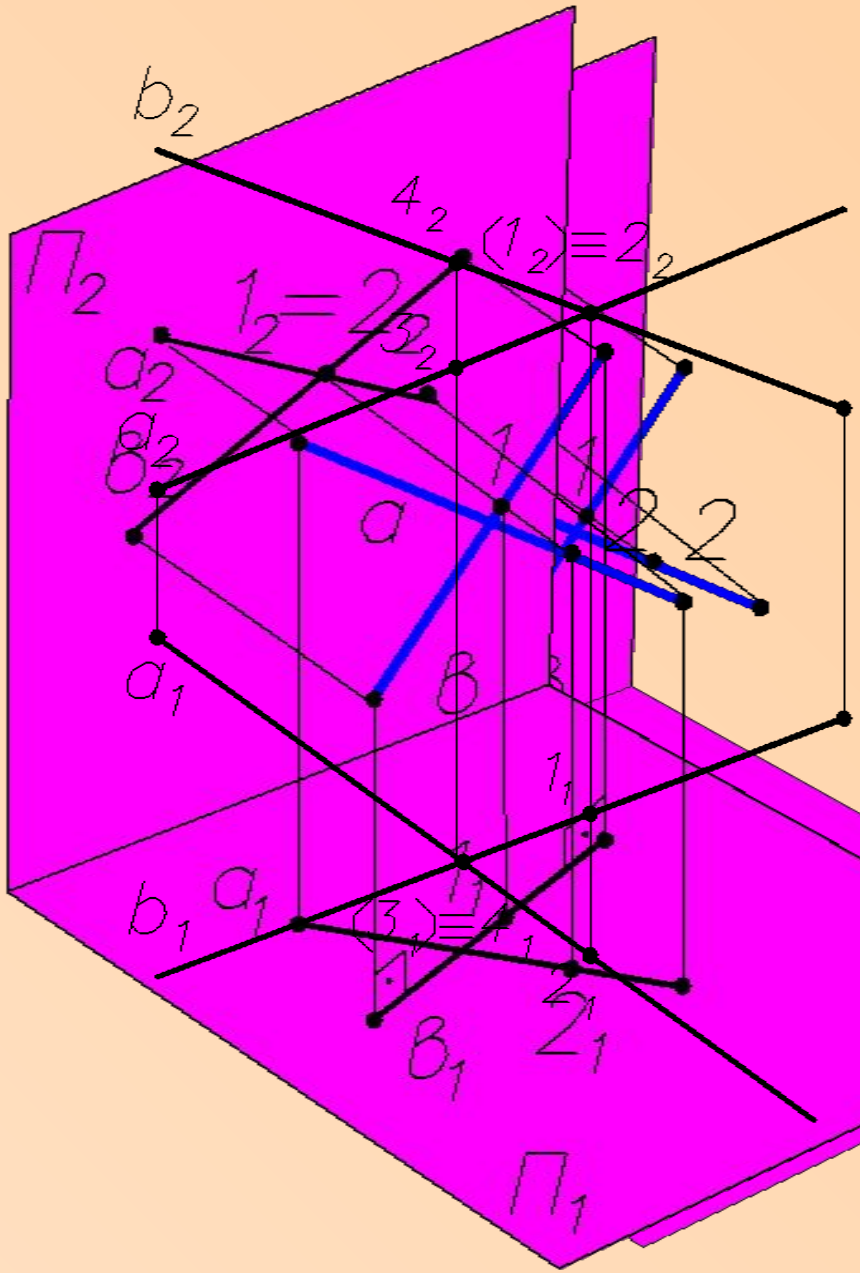
**Если** $a \times b = O$,

**то** $a_1 \times b_1 = O_1$

**и** $a_2 \times b_2 = O_2$

# Взаимное расположение двух прямых.

## Скрещивающиеся прямые (не имеют общих точек).




**Две прямые скрещиваются между собой, если точки пересечения их одноименных проекций лежат на разных линиях связи**

$$a \div b$$

**Точки 1 и 2, 3 и 4 – конкурирующие точки.**

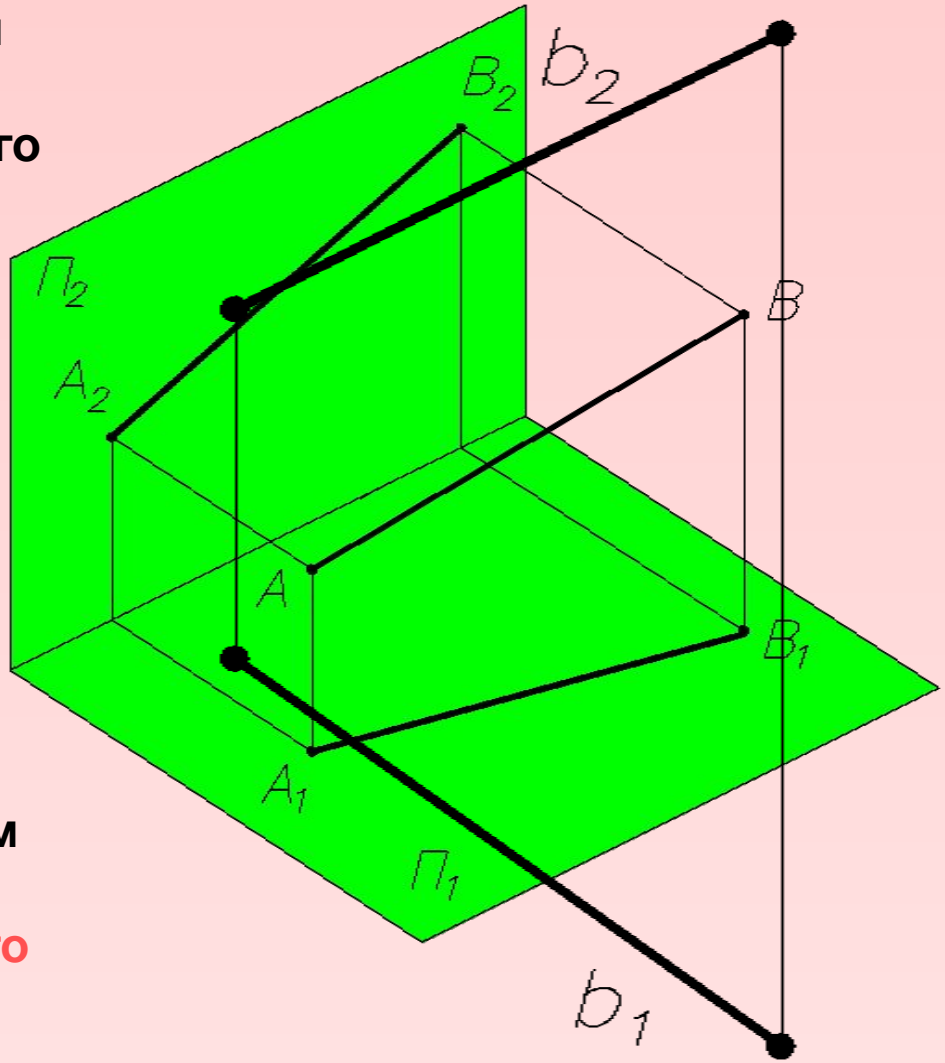
**Конкурирующие точки – Точки, лежащие на одной Проецирующей прямой.**

# Положение прямых линий относительно плоскостей проекций.

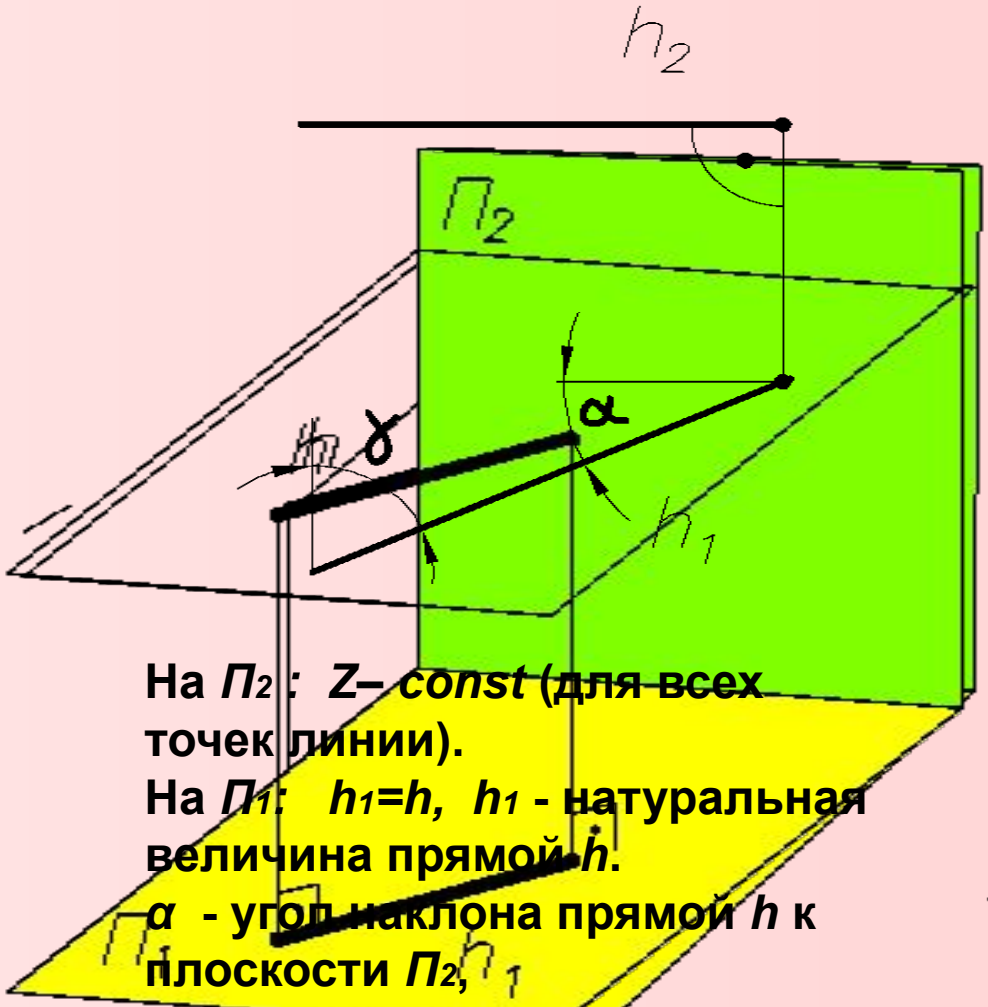
**В зависимости от своего положения относительно плоскостей проекций прямые разделяют на прямые общего положения и прямые частного положения.**

**Прямая общего положения – прямая, которая имеет углы, отличные от 0° и 90° одновременно со всеми тремя плоскостями проекции (*П1, П2* и *П3*).**

**Прямые, параллельные плоскостям проекций или перпендикулярные к ним, называются прямыми частного положения.**



# Прямые частного положения. Линии уровня.

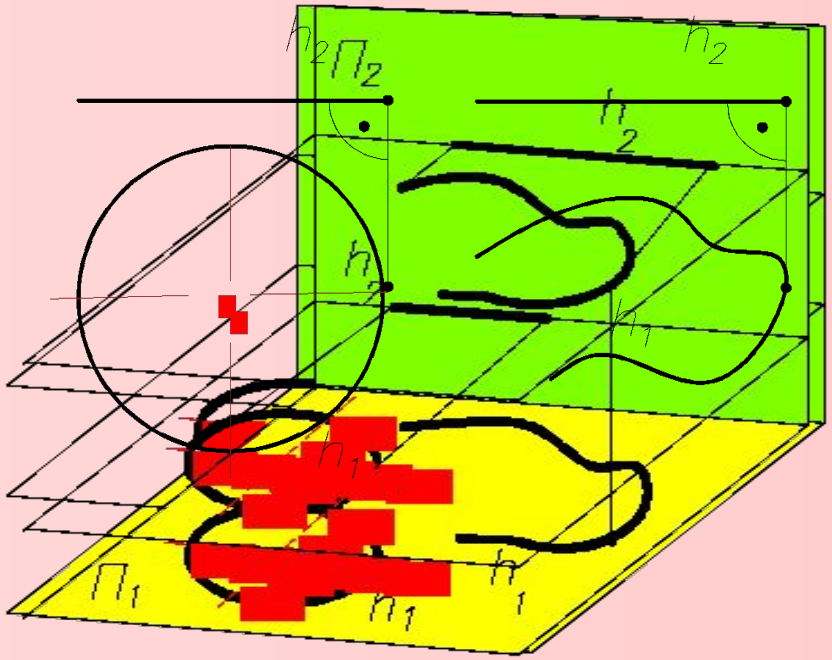



**Горизонталь** – ***линия, все точки которой имеют одинаковую координату Z (аппликата).***

**Горизонталь параллельна горизонтальной плоскости проекций.**

**Обозначение горизонтали h (h ∥ П1).**

**На *П2* : *Z– const* (для всех точек линии).**
**На *П1*: *h1=h, h1* - натуральная величина прямой *h*.**
***α*** **- угол наклона прямой *h* к плоскости *П2*,**
***γ*** **- угол наклона прямой *h* к плоскости *П3*.**

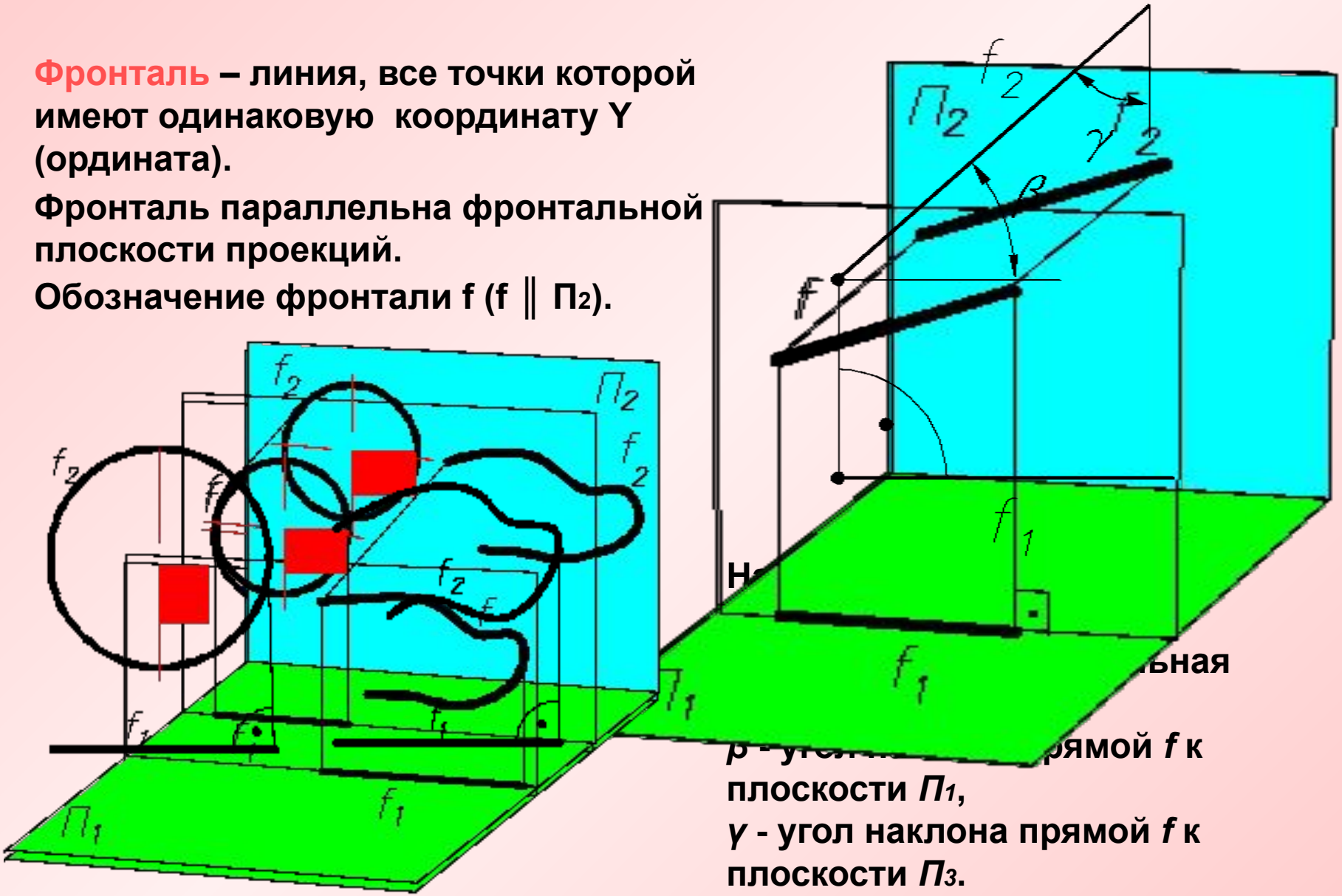


# Прямые частного положения. Линии уровня.

**Фронталь – линия, все точки которой имеют одинаковую координату Y (ордината).**

**Фронталь параллельна фронтальной плоскости проекций.**

**Обозначение фронтали f (f ‖ П2).**




**Н… …ьная**

***β* - угол … прямой *f* к плоскости *П1*,**

***γ* - угол наклона прямой *f* к плоскости *П3*.**

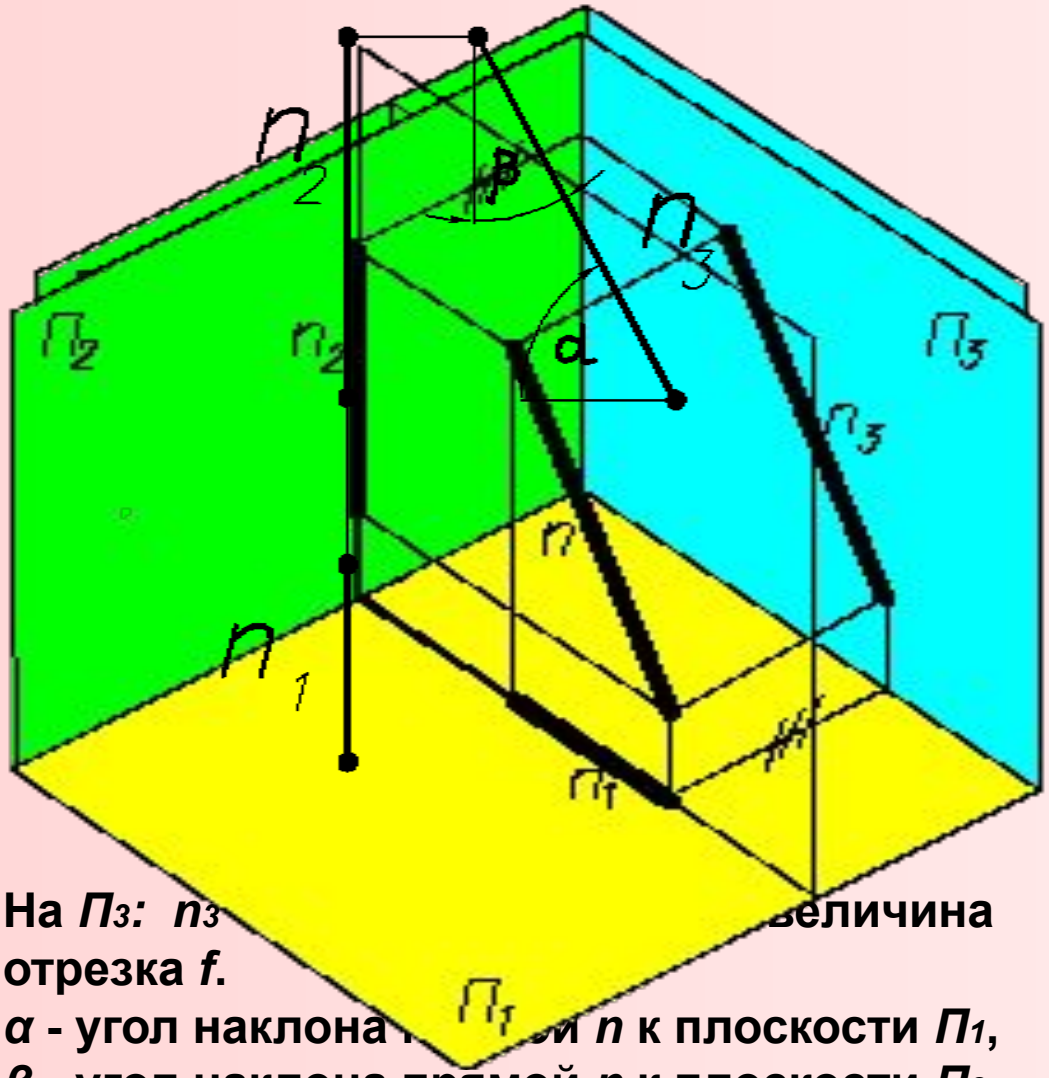
# Прямые частного положения. Линии уровня.

**Профильная линия – линия, все точки которой имеют одинаковую координату X (абсцисса)**

**Профильная линия параллельна профильной плоскости проекций.**

**Обозначим профильную линию буквой *n* (*n* ∥ *П₃*).**

**На *П₁* и *П₂* проекции профильной прямой *n* совпадают с линией связи. Для описания профильной линии (прямой) на комплексном чертеже необходимо вводить профильную плоскость проекций *П₃*.**

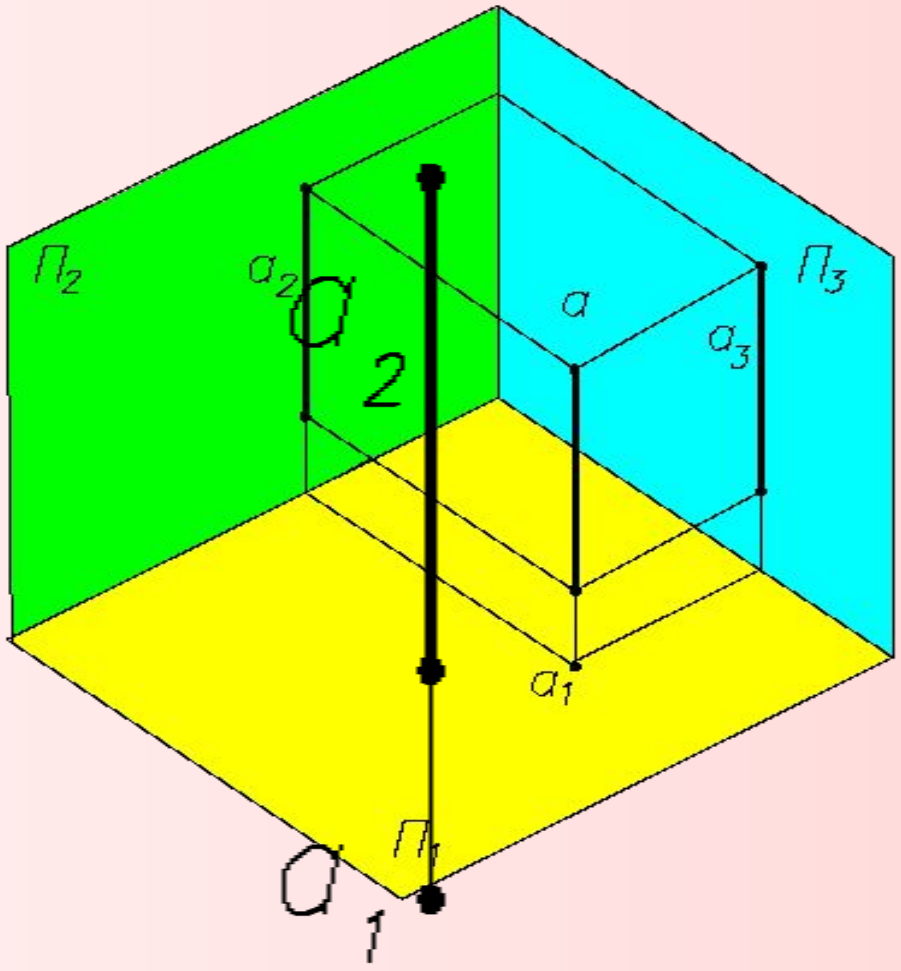



**На *П₃*: *n₃* величина отрезка *f*.**

***α*** **- угол наклона прямой *n* к плоскости *П₁*,**

***β*** **- угол наклона прямой *n* к плоскости *П₂*.**

# Прямые частного паоложения. Проецирующие прямые.




**Горизонтально-проецирующая прямая – линия, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций.**

**Горизонтально-проецирующая прямая параллельна фронтальной и профильной плоскостям проекций.**

**Обозначим горизонтально-проецирующую прямую *а* (*а* ⫫ *П1*).**

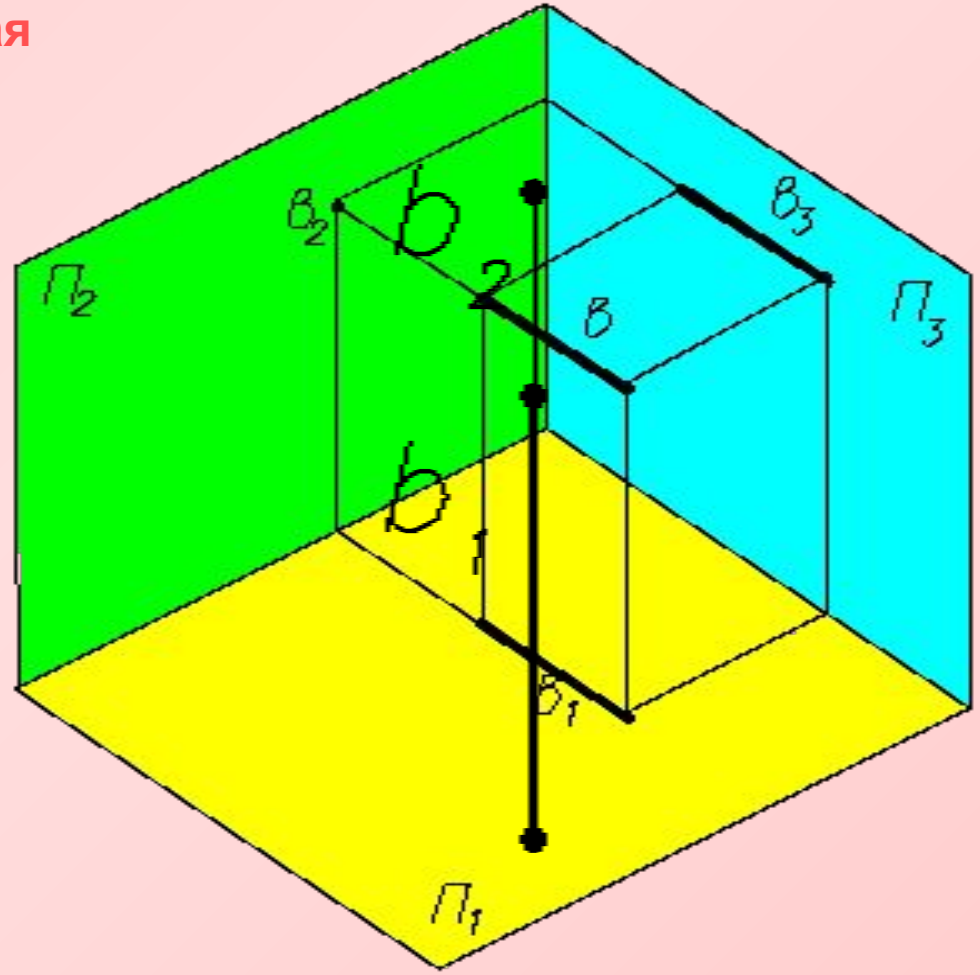
**На *П1* горизонтально-проецирующая прямая проецируется в точку (теряет одно измерение).**

**На *П2*: *а2* = *а*,**
***а2* – натуральная величина.**

# Прямые частного положения. Проецирующие прямые.

**Фронтально-проецирующая прямая**
**– линия, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций**

**Фронтально-проецирующая прямая параллельна горизонтальной и профильной плоскости проекций.**
**Обозначим фронтально-проецирующую прямую *b* (*b* ⫫ *П1*).**

**На *П2* фронтально-проецирующая прямая проецируется в точку (теряет одно измерение).**

**На П1: $b_1 = b$,**
**$b_1$ – натуральная величина.**