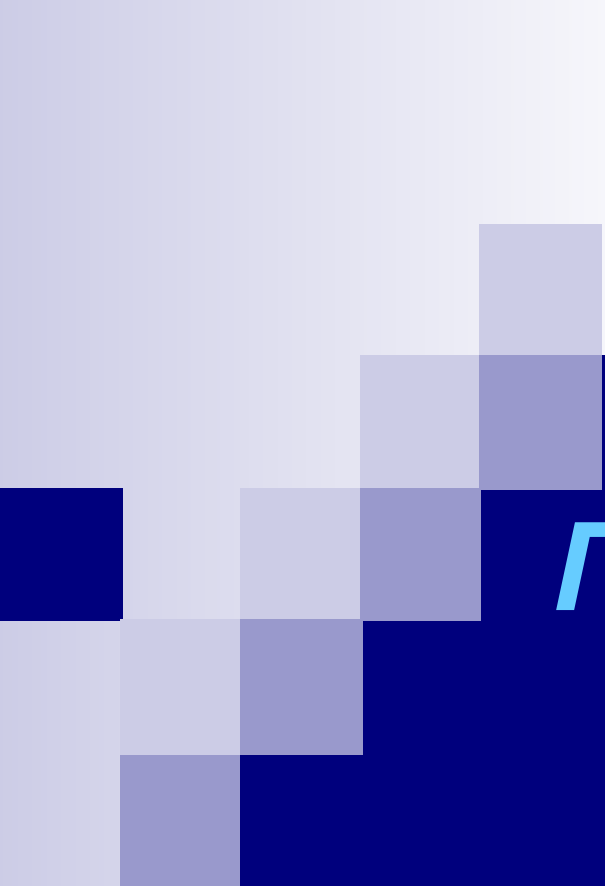




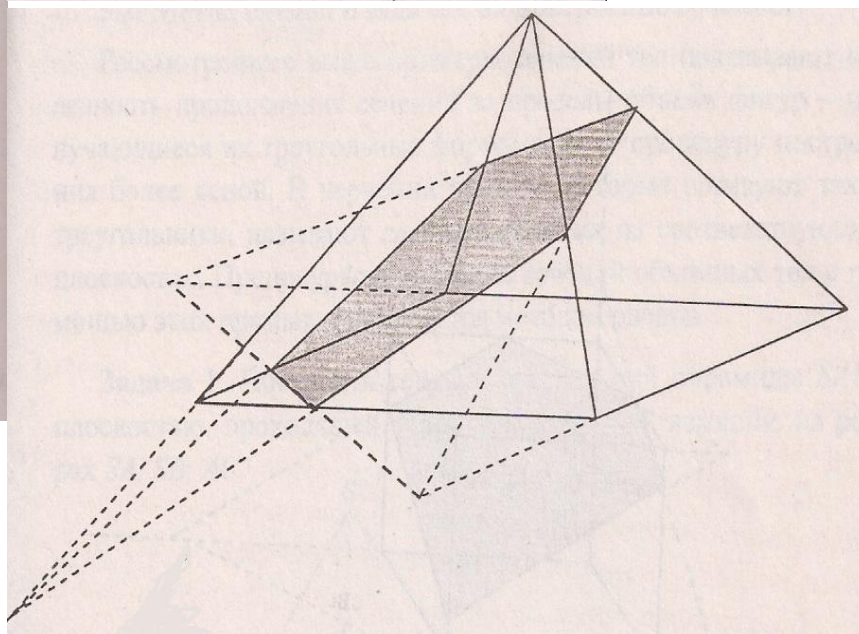
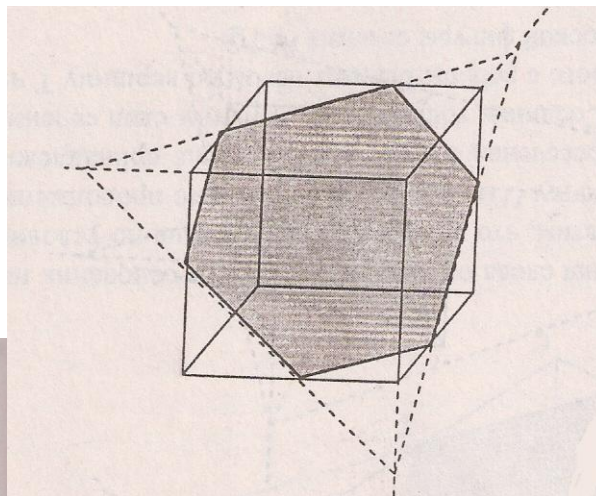
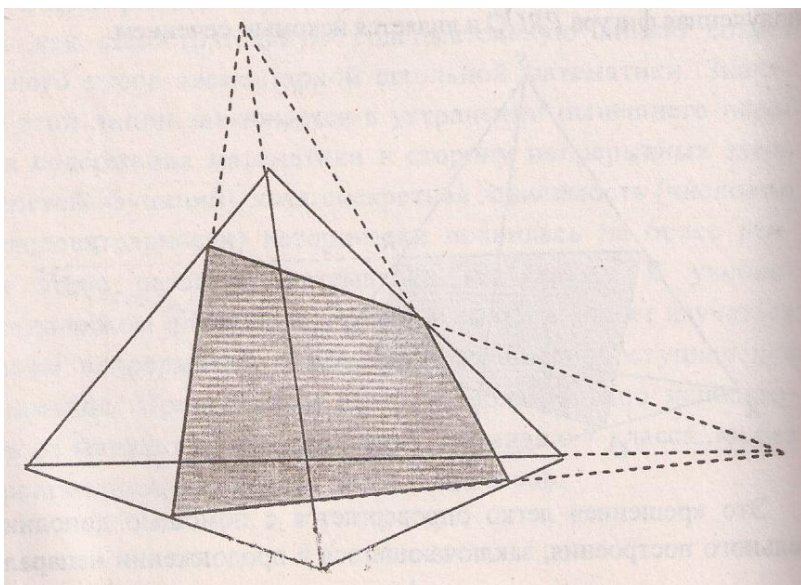
Моделирование в стереометрии

Построение сечений

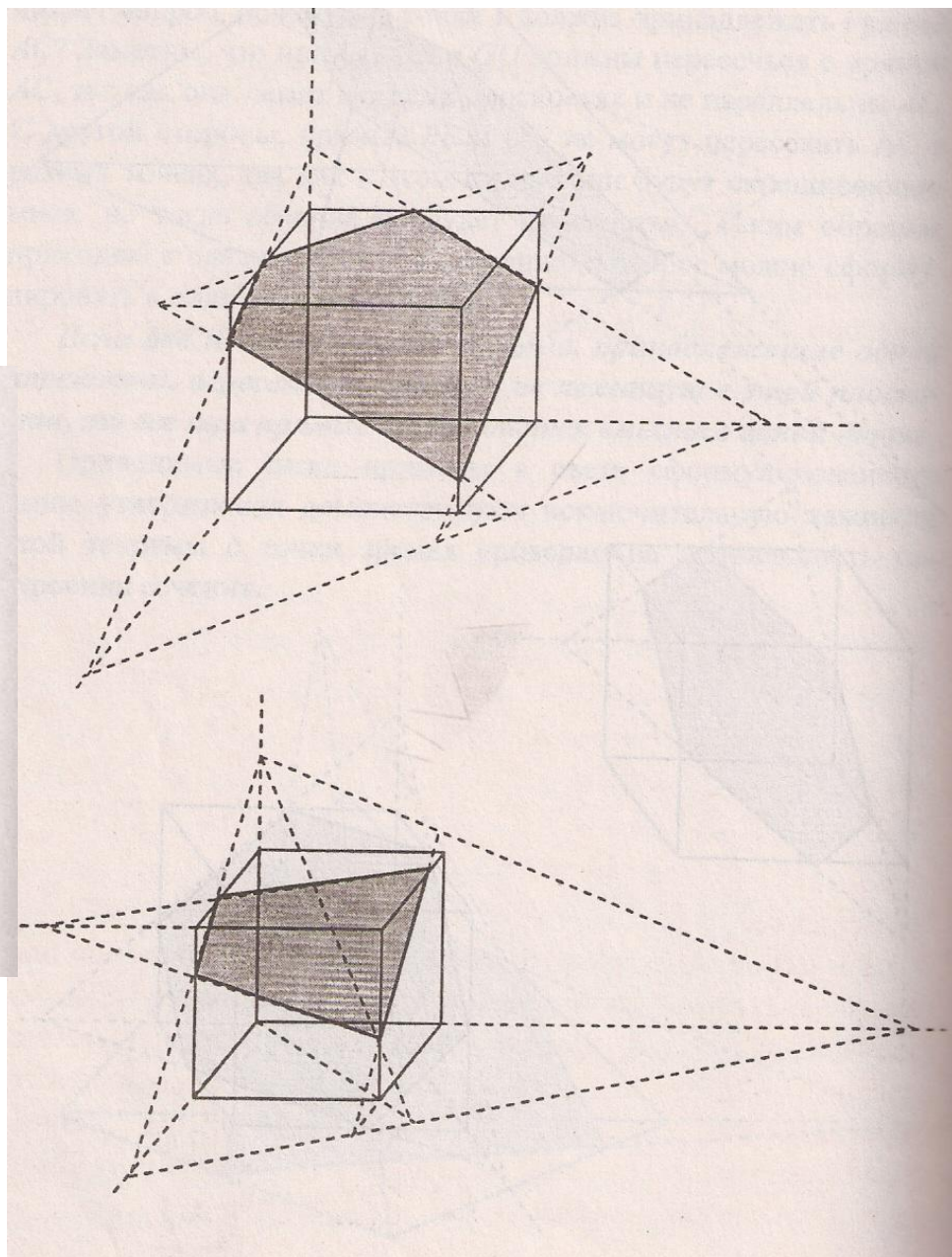
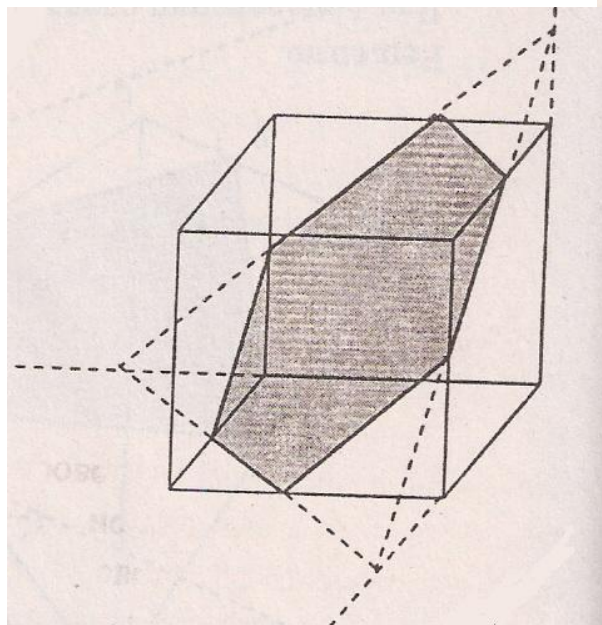
Теорема:

- Если две непараллельные прямые, принадлежащие одной плоскости, пересекают прямую, не лежащую в этой плоскости, то все три прямые пересекаются вместе в одной точке.

Примеры:



Примеры:



Метод следов в задачах на построение сечений

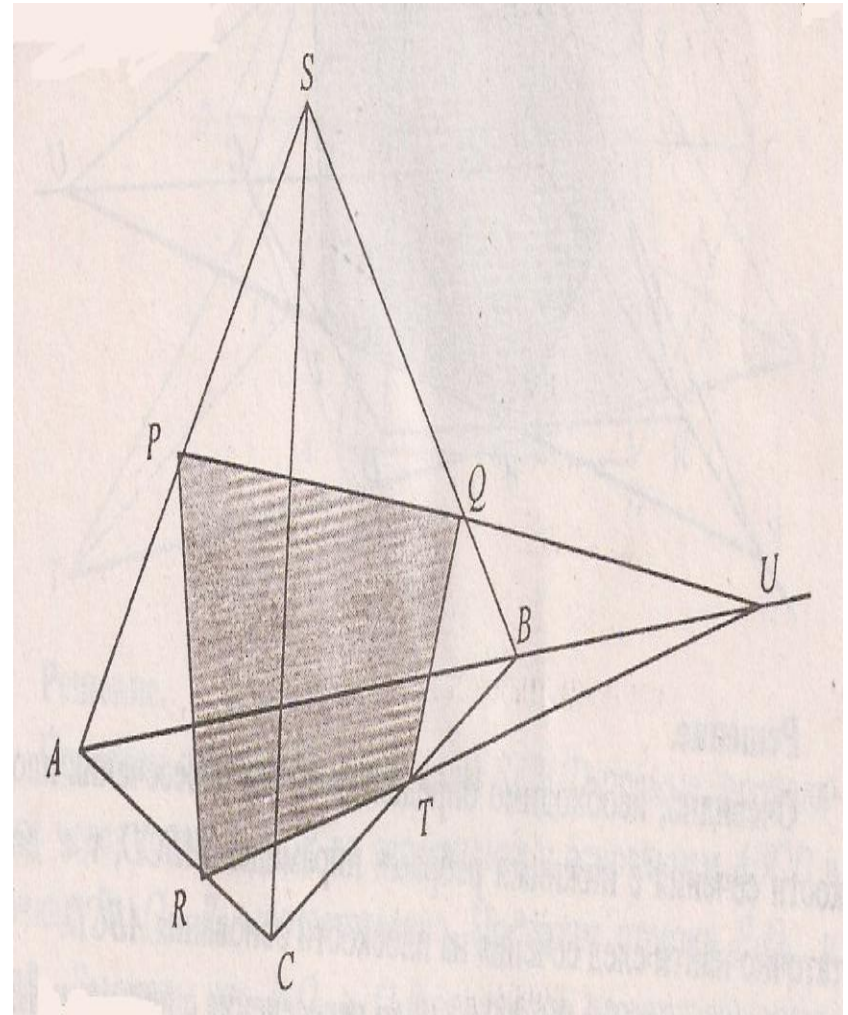
- Рассмотренные выше примеры сечения тел показывают полезность продолжения сечений за пределы объема фигур – получающиеся их треугольные формы делают процедуру построения более ясной. В черчении прямые, которые образуют такие треугольники, называют следами сечения на соответствующих плоскостях. Процедура нахождения сечений объемных тел с помощью этих прямых и называется методом следов.

Задача 1

- Построить сечение треугольной пирамиды $SABC$ плоскостью, проходящей через точки P, Q, R , лежащие на рёбрах SA, SB, AC .

Решение.

- Для определения следа сечения на плоскости основания пирамиды $SABC$ заметим, что одна его точка R задана по условию задачи, а другую точку U можно найти с помощью продолжения отрезка PQ до пересечения с прямой AB , которая принадлежит основанию ABC . Соединив точки U и R , получим след сечения, пересечение которого с ребром BC дает искомую вершину T четырехугольной плоской фигуры сечения $PRTQ$.

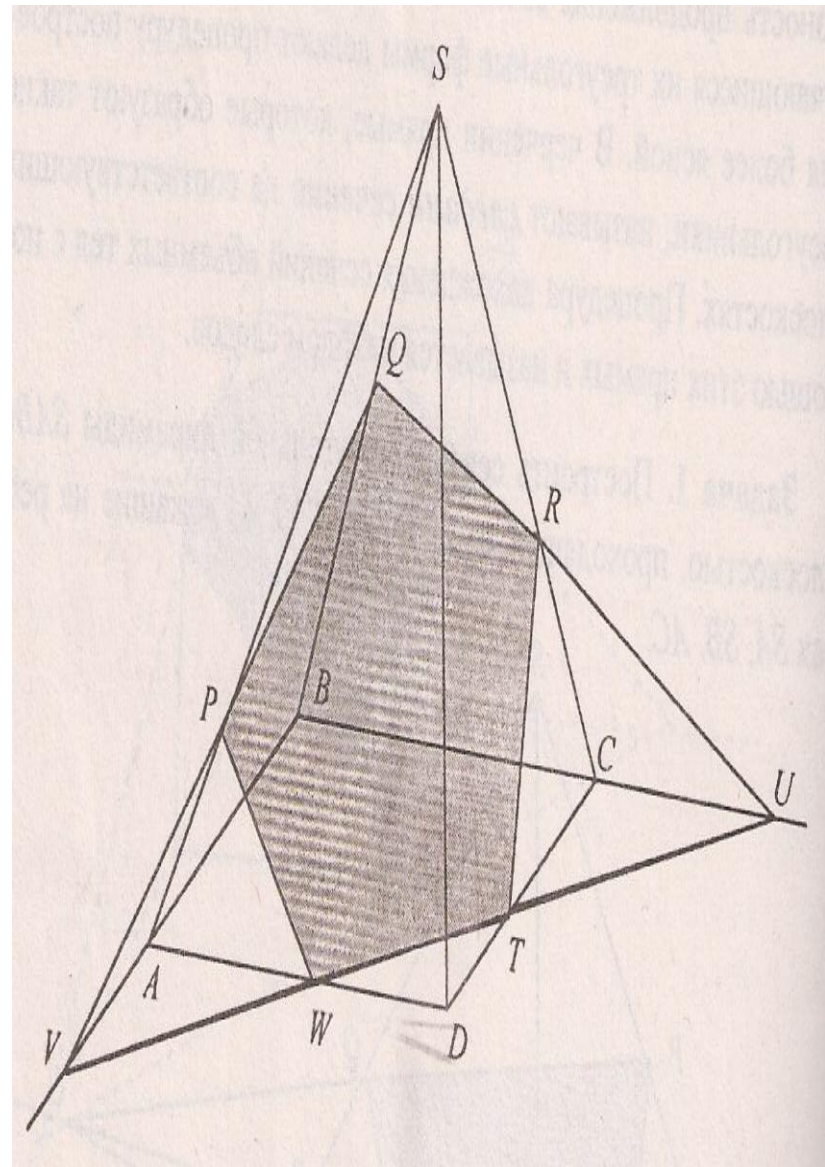


Задача 2

- Построить сечение четырехугольной пирамиды $SABCD$ плоскостью, проходящей через точки P , Q , R , лежащие на боковых ребрах SA , SB , SC .

Решение

- Очевидно, необходимо определить точки пересечения плоскости сечения с нижними ребрами пирамиды $SABCD$, т. е. достаточно найти след сечения на плоскости основания $ABCD$.
Продолжая отрезки PQ и QR до пересечения с прямыми AB и BC , принадлежащими плоскости $ABCD$, найдем точки V и U . Соединив эти точки, получим след плоскости сечения на грани $ABCD$ пирамиды. Точки пересечения T и W следа со сторонами основания $ABCD$ и являются искомыми вершинами сечения пирамиды $ABCD$.

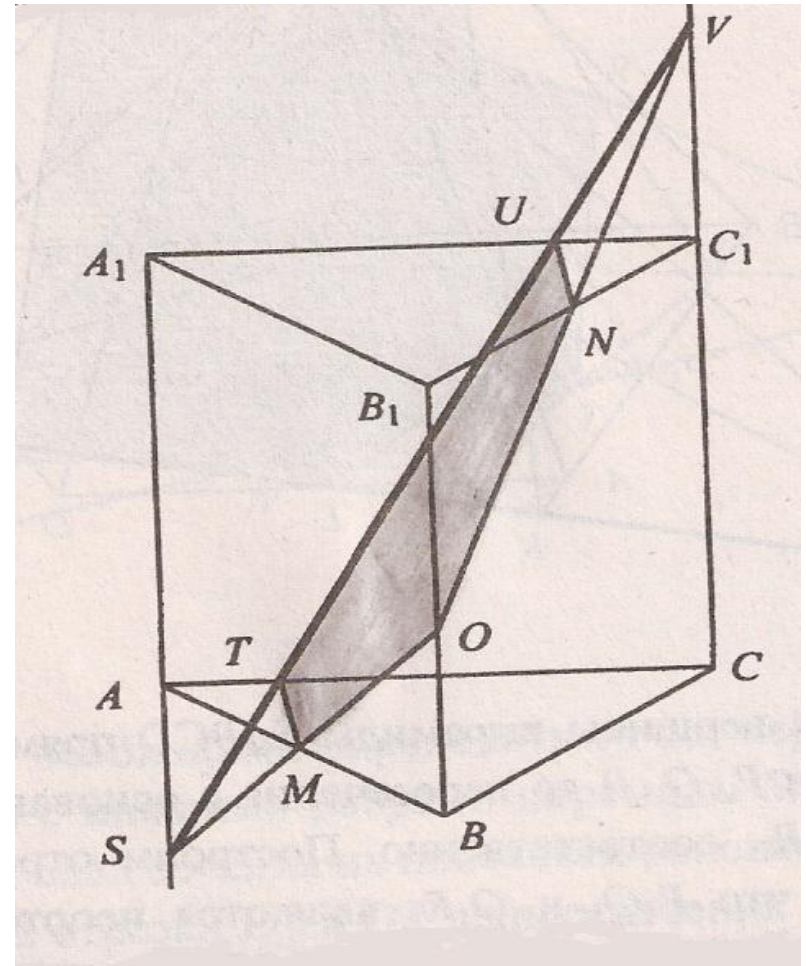


Задача 3

- Построить сечение треугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, проходящее через три заданные точки M , O , N , лежащие на соседних ребрах AB , BB_1 , $B_1 C_1$.

Решение:

- Очевидно, что прямая OM представляет собой след плоскости сечения призмы на её грани AA_1BB_1 . Точка S её пересечение с продолжением ребра AA_1 принадлежит следу плоскости сечения на грани AA_1CC_1 . Чтобы найти другую точку V этого следа, продолжим прямую ON до пересечения с продолжением ребра CC_1 . Соединив эти точки, получим линию сечения, пересекающую ребра грани AA_1BB_1 в точках T и U .
Пятиугольник $MONUT$ –
искомое сечение.

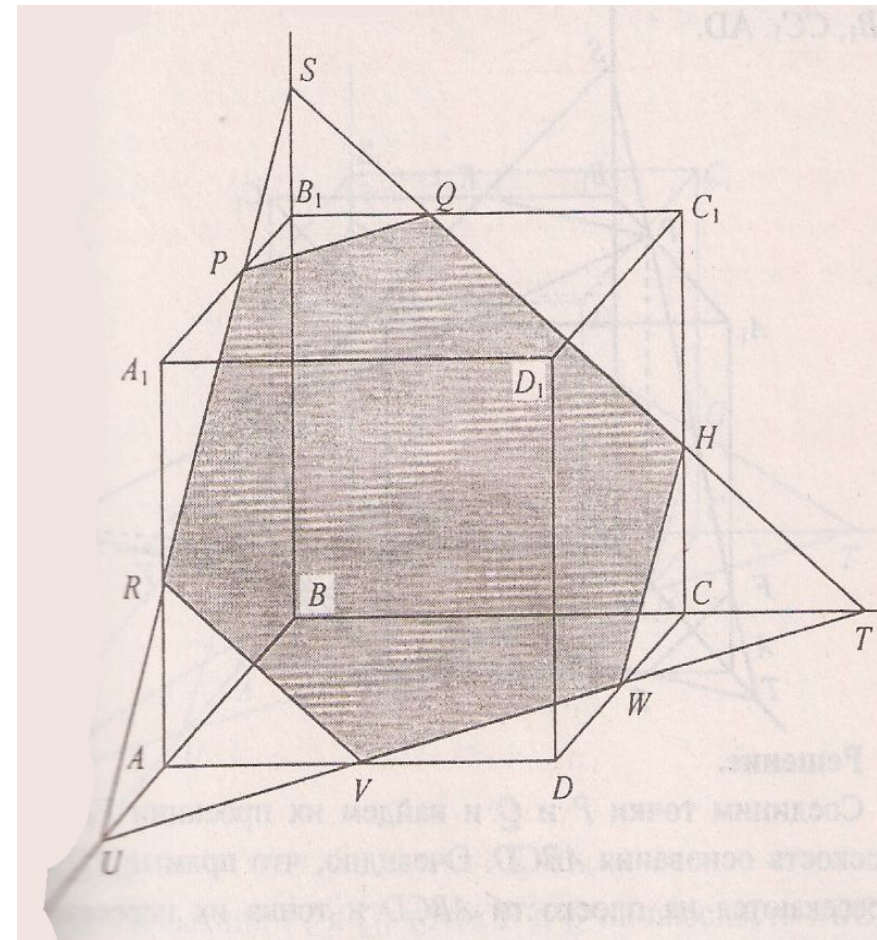


Задача 4

- Построить сечение куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, проходящее через три точки P, Q, R , лежащие на соседних ребрах $A_1 B_1, B_1 C_1, AA_1$.

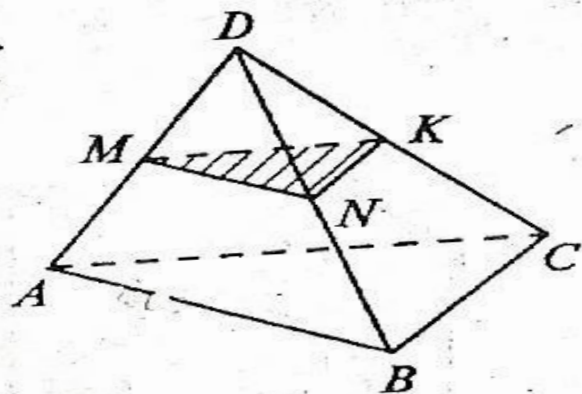
Решение:

- Соединим точки Р и Q, Р и R между собой. Прямая PR представляет собой след плоскости сечения куба на плоскости его грани AA_1BB_1 . Точки пересечения U и S этого следа с продолжениями ребер AB и BB_1 являются точками следов сечения на гранях ABCD и BB_1CC_1 . Так как точка Q тоже принадлежит грани BB_1CC_1 , находим след сечения ST на этой грани. Соединив точки T и U, получаем третий след сечения на плоскости ABCD. Точки пересечения найденных трех следов с ребрами куба и определяют его шестиугольное сечение **PRVWHQ**.

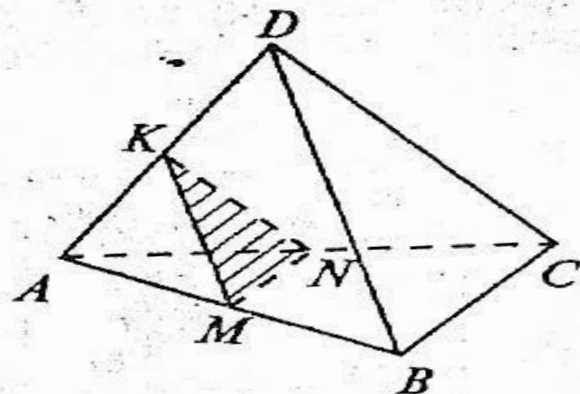


1. Объясните, как построить сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через данные точки M, N, K .
2. В задачах 1—3 найдите периметр сечения, если M, N, K — середины ребер и каждое ребро тетраэдра равно a .

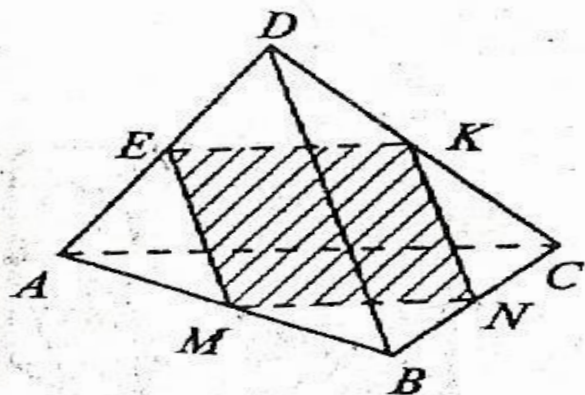
1.



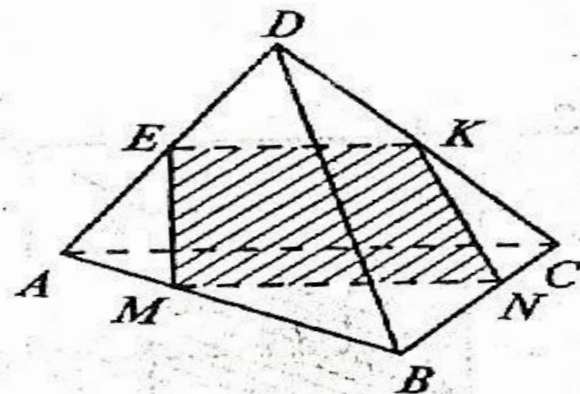
2.



3.



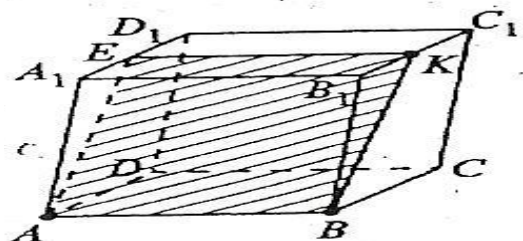
4.



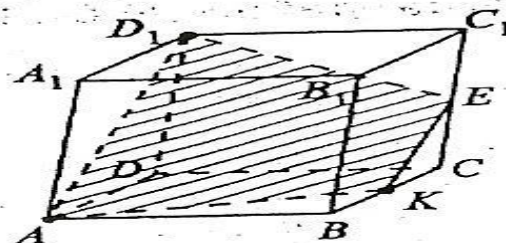
$MN \parallel AC$

Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки:

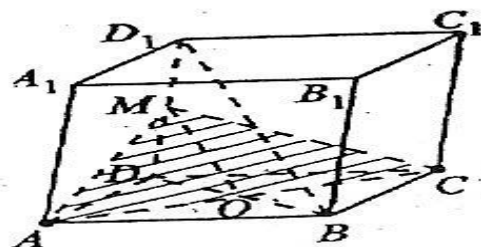
1) A, B, K ;



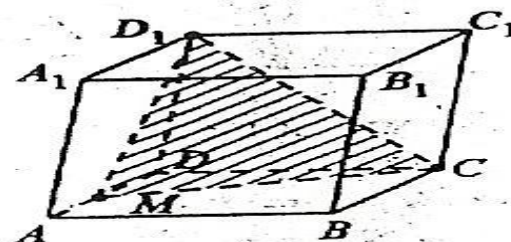
2) A, D_1, K ;



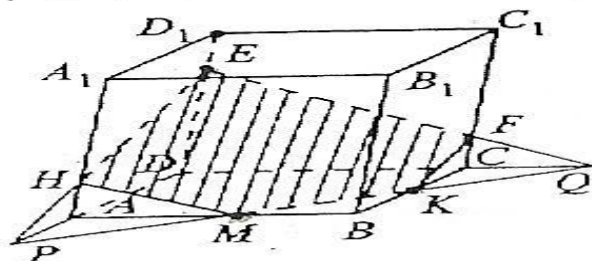
3) A и C параллельно диагонали BD_1 ;



4) M, D_1, C ;



5) M, E, K ;



6) K, M, N .

