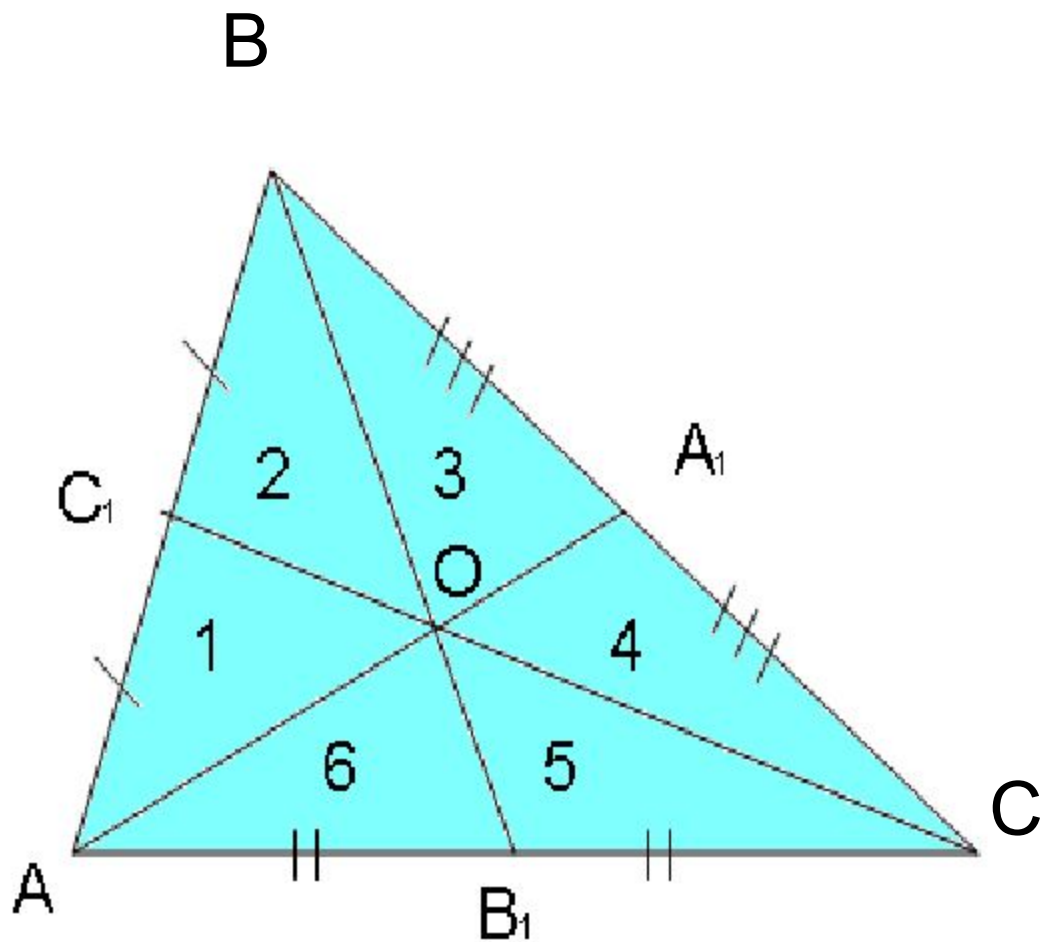




Медианы треугольника

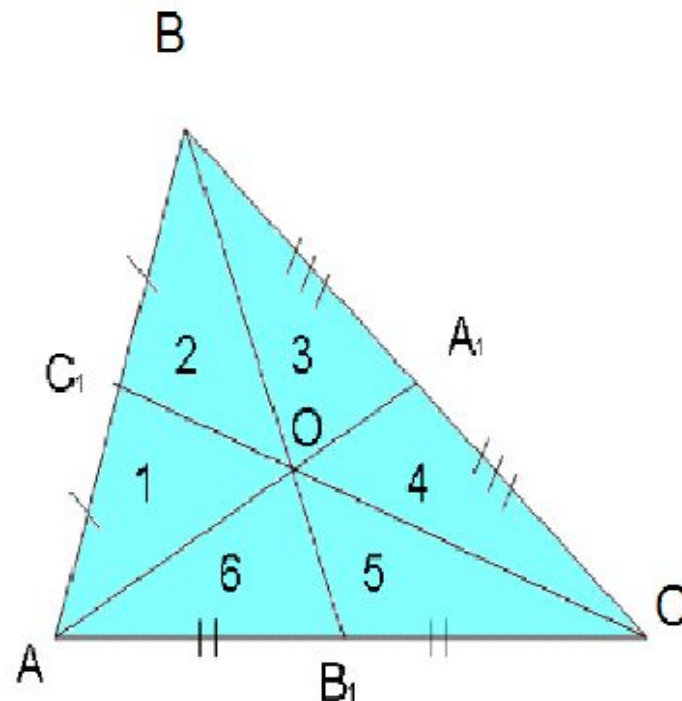
Свойства медиан

Что вы знаете о медианах треугольника?



Что вы знаете о медианах треугольника?

- Медиана треугольника – отрезок, соединяющий его вершину с серединой противоположащей стороны
- Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины
- Медиана треугольника делит его на два равноовеликих треугольника
- Медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников*



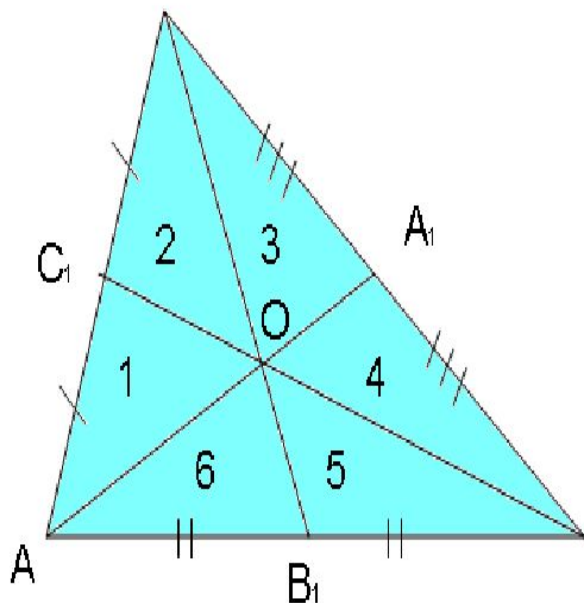
*Сформулируйте последнее утверждение, разделив его на условие и заключение

Если

3 чевианы являются медианами

То

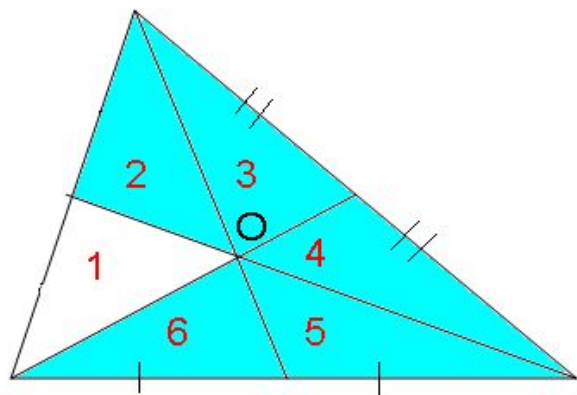
они делят треугольник на 6
равновеликих треугольников



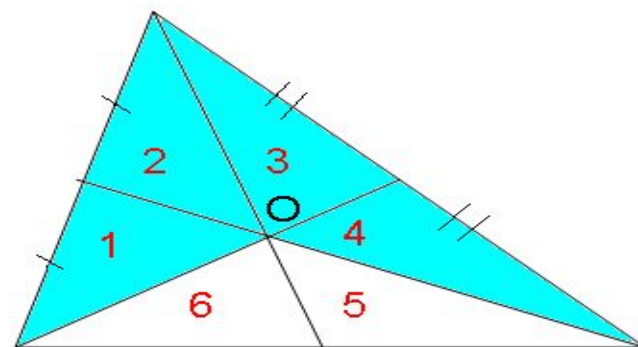
Сформулируйте и докажите
обратное утверждение

Да, этот признак является достаточным. Необходимо ли в условии равенство площадей всех шести треугольников?

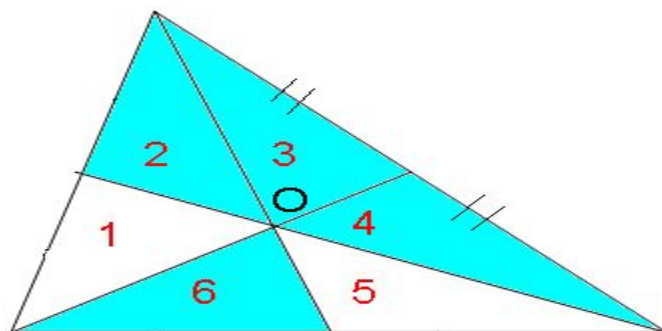
Уменьшим на один их количество



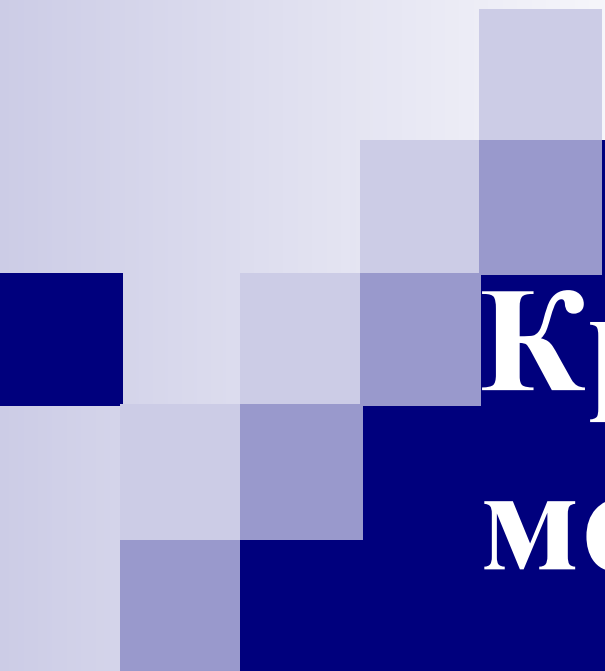
Оставим в условии четыре равновеликих треугольника



А если они они расположены так?



Доказать, что и при таком условии чевианы являются медианами поможет следующая теорема.



Критерий точки медианы

Критерий точки медианы

Точка G внутри $\triangle ABC$ принадлежит медиане AD

Дано: тогда и только тогда, когда $S_{ABG} = S_{ACG}$

$\triangle ABC$, AD - чевиана,

$G \in AD$, $S_{ABG} = S_{ACG}$

Доказать:

$BD = DC$

Доказательство:

Дополнительное построение, $BH \perp AD$
и $CK \perp AD$.

Рассмотрим прямоугольные $\triangle BHD$ и $\triangle CKD$.

В них:

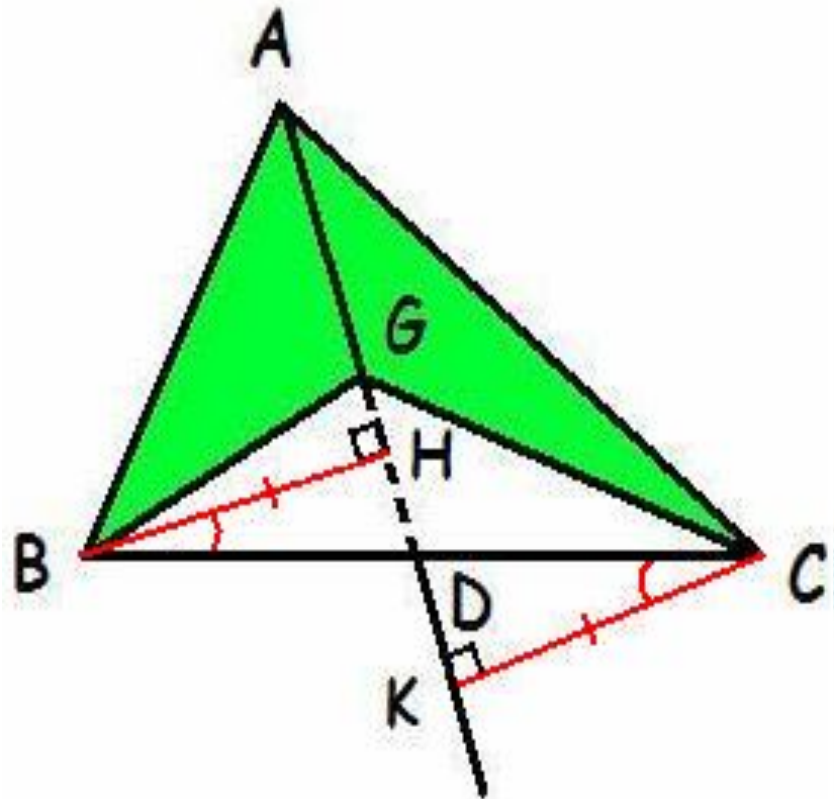
$\angle HBD = \angle DCK$ как накрест лежащие при $BH \parallel CK$ ($BH \perp AD$ и $CK \perp AD$) и секущей BC .

$BH = CK$ как высоты, проведенные к общей стороне AG в треугольниках $\triangle BAG$ и $\triangle CAG$, имеющих равную площадь.

Треугольники равны по катету и острому углу. Следовательно $BD = DC$.

Теорема доказана?

Нет. Докажем обратное утверждение.



Точка G внутри $\triangle ABC$ принадлежит медиане AD , тогда и только тогда, когда $S_{ABG} = S_{ACG}$

Дано:

$\triangle ABC$, AD -чевиана,

$G \in AD, S_{ABG} = S_{ACG}$

Доказать:

$BD = DC$

Доказательство:

Дополнительное построение, $BH \perp BD$ и $CK \perp AD$.

Рассмотрим прямоугольные $\triangle BHD$ и $\triangle CKD$.

В них:

$\angle HBD = \angle DCK$ как накрест лежащие при $BH \parallel CK$ ($BH \perp BD$ и $CK \perp AD$) и секущей BC .

$BD = DC$ по условию.

Треугольники равны по гипотенузе и острому углу.

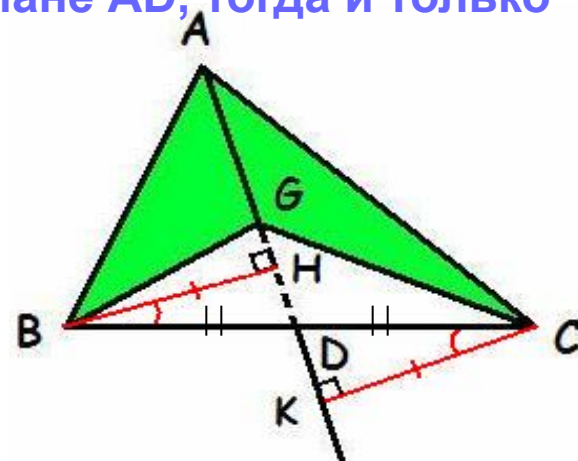
Следовательно, $BH = CK$.

$$S_{ABG} = \frac{1}{2} AG \cdot BH$$

$$S_{ACG} = \frac{1}{2} AG \cdot CK$$

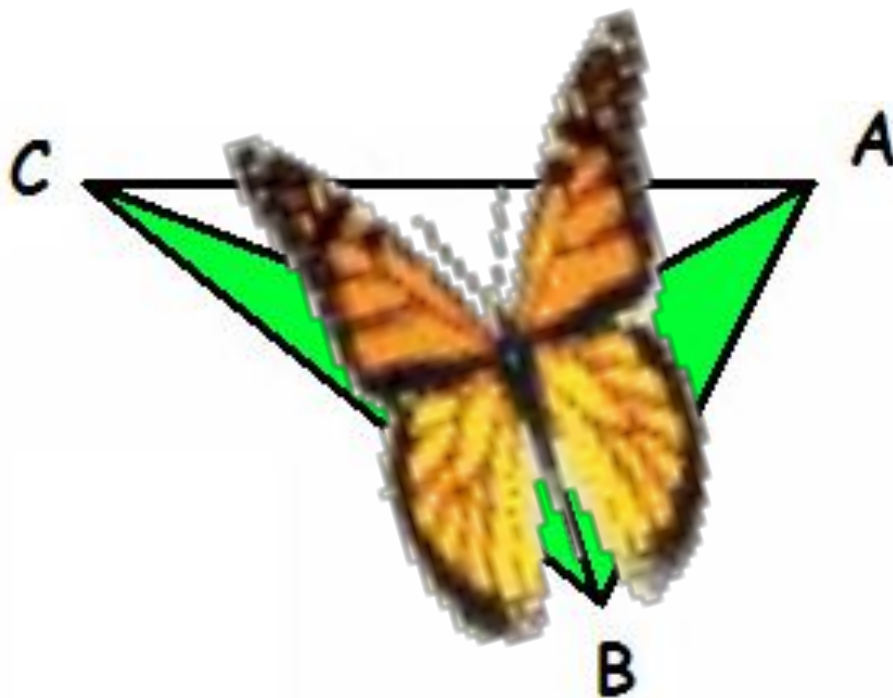
$$S_{ABG} = S_{ACG}$$

Теорема доказана.



Критерий

О мотыльке с равновеликими крыльями

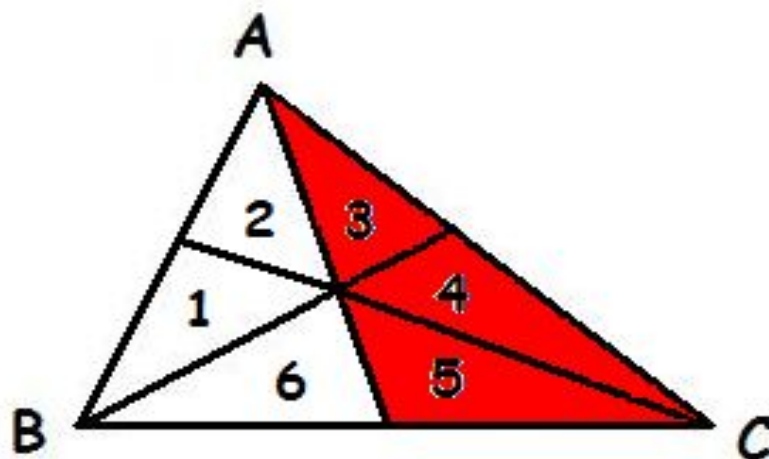


Вернёмся к задаче, которую мы не смогли решить.

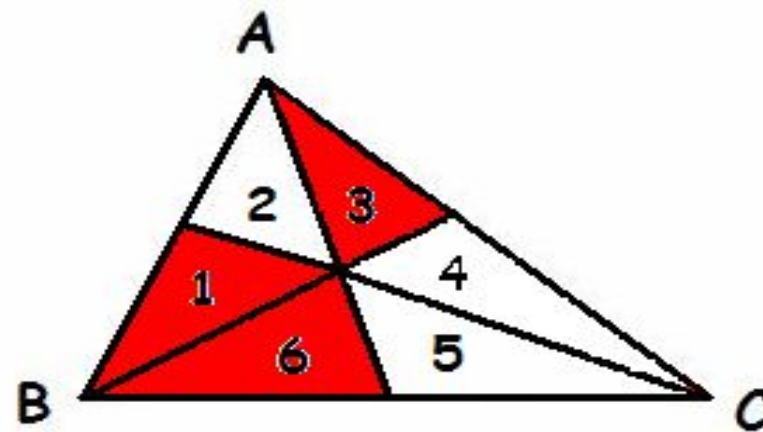


Домашнее задание

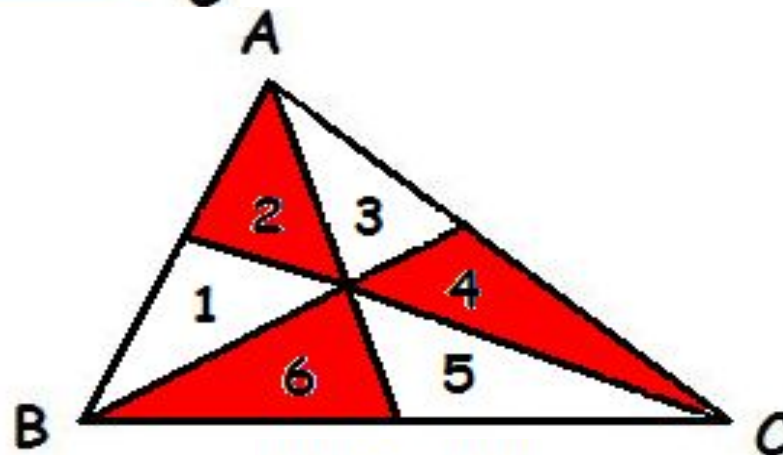
Докажите утверждение: если при пересечении трёх чевиан в одной точке образуется три равновеликих треугольника, то чевианы являются медианами.



I уровень

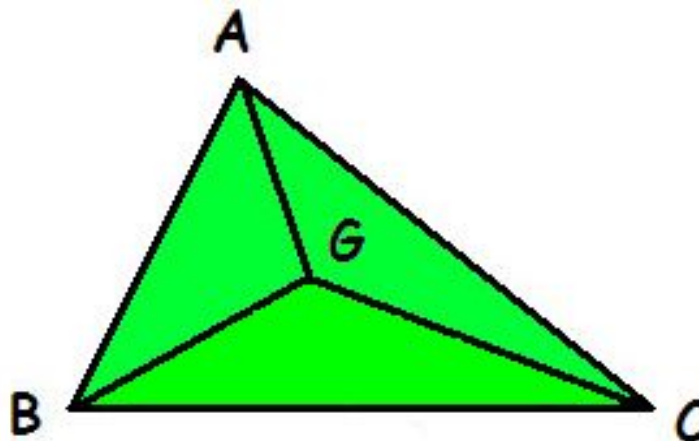


II уровень



III уровень

Критерий точки пересечения медиан



Что можно утверждать, если все три треугольника
равновеликие?

Точка G является точкой пересечения медиан
тогда и только тогда, когда $S_{ABG} = S_{CBG} = S_{AGC}$
Докажите это.

Задача

На каком расстоянии от стороны треугольника, равной 12 см, находится его центр масс, если от стороны, равной 18 см, он находится на расстоянии 4 см?