Учитель математики- Козеева Ольга Борисовна
ГБОУ СОШ № 1004 г. Москва

Комбинаторика и вероятность

Тип урока- обобщающий.

Цель урока:

Повторить и закрепить правила и формулы комбинаторики, понятие вероятности.

Способствовать выработке навыков и умений при решении задач на нахождение вероятностей.

Развивать логическое мышление учащихся.

Диктант

Комбинаторика - это раздел математики, посвященный задачам выбора и расположения предметов из различных множеств

- Произведение натуральных чисел от 1 до *n* в математике называют **факториалом числа *n*** и обозначают $n!$
- ***Перестановкой из n предметов*** *называется любой способ нумерации этих предметов (способ расположения в ряд).*
- *Если есть n предметов, то число способов, которыми можно выбрать ровно k из них, называется* ***числом сочетаний из n по k*** *и обозначается* C^n_k
- *Формула для нахождения числа сочетаний-* $$C^n_k = \frac{n!}{k!*(n-k)!}$$
- *Чтобы найти* ***число комбинаций предметов двух типов*** *, нужно число предметов первого типа умножить на число предметов второго типа*

4-5 ошибок- оценка «3»
2-3 ошибки- оценка «4»
1 ошибка-оценка «5»

Классическая вероятностная схема

- **Для нахождения вероятности события А при проведении некоторого опыта следует:**

- 1. Найти число N всех возможных исходов данного опыта
- 2. Принять предположение о равновероятности (равновозможности) всех этих исходов
- 3. Найти количество N(A) тех исходов опыта, в которых наступает событие А
- 4. Найти частное N(A) / N ; оно и будет равно вероятности события А

№1. **В урне 3 белых и 9 черных шаров. Из урны наугад вынимается 1 шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется черным?**

Решение:

Количество всех возможных результатов $n = 3 + 9 = 12$.

Опытов, в результате которых может быть вынут черный шар $m = 3$.

$$P(A) = \frac{m}{n} \qquad P(\quad) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0, 25

№2. **Брошена игральная кость.**
Какова вероятность событий: *а)* *A* - выпало 1 очко;
б) ***B*** **- выпало 2очка?**

Решение:
Количество всех возможных результатов *n* = 6 (все грани).

а) **Количество граней, на которых всего 1 очко *m* = 1:**

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

б) **Количество граней, на которых всего 2 очка *m* = 1:**

$$B(\quad) = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{1}{6}$ **и** $\frac{1}{6}$

№3. **Монета брошена 2 раза.**
Какова вероятность события *A* - выпадет одновременно два герба?

Решение. **Сколько всего возможно результатов опыта?**

ГГ, ГР РГ РР

Таким образом, всего возможно результатов *n* = 4,
нас интересующий результат возможен только один раз *m* = 1,
поэтому

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25

№4. **Набирая номер телефона вы забыли последнюю цифру и набрали её наугад. Какова вероятность того, что набрана нужная вам цифра?**

Решение.

Сколько всего цифр? $n = 10$

Вы забыли только последнюю цифру, значит, $m = 1$

Тогда,

$$P(\quad) = \frac{m}{n} = \frac{1}{10} = 0{,}1.$$

Ответ: 0,1

№5. Из слова *«математика»* выбирается наугад одна буква. Какова вероятность того, что это будет буква *«м»*?

Решение

$n = 10$ – количество букв в слове, а $m = 2$ - количество нужной нам буквы *«м»*.

$$P(\text{м}) = \frac{m}{n} = \frac{2}{10} = 0,2.$$

Ответ: 0,2

№6. **Из 500 мониторов, поступивших в продажу, в среднем 15 не работают.**
Какова вероятность того, что случайно купленный монитор работает?

Решение

$n = 500$

$m = 500 - 15 = 485$

$$P(A) = \frac{m}{n} \qquad P(A) = \frac{485}{500} = \frac{97}{100} = 0,97.$$

Ответ: 0,97

№7. **Хорошо перетасуем колоду из 36 карт, случайно вынем 1 карту. Какова вероятность того, что вытянут туз?**

m = 4 (4 туза в колоде)

n = 36 (карт в колоде)

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

Ответ: $\frac{1}{9}$

№8. **В лотерее 100 билетов, из них 5 выигрышных. Какова вероятность проигрыша?**

$m = 100 - 5$

$n = 100$

$$P(A) = \frac{100-5}{100} = \frac{95}{100} = \frac{19}{20} = 0,95$$

Ответ: 0,95

№9. **В лотерее 10 выигрышных билетов и 240 билетов без выигрыша. Какова вероятность выиграть в эту лотерею, купив один билет?**

$m = 10$

$n = 240 + 10$

$$P(A) = \frac{10}{10+240} = \frac{10}{250} = \frac{1}{25} = 0,04$$

Ответ: 0,04

№10. **В ящике лежат 8 красных, 2 синих, 20 зеленых карандашей. Вы наугад вынимаете карандаш. Какова вероятность того, что это зелёный карандаш? Не желтый карандаш?**

A = {вынут зелёный карандаш}

$$P(A) = \frac{20}{8+2+20} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

B = {вынут не жёлтый карандаш}

$$P(B) = \frac{8+2+20}{8+2+20} = 1$$

Пример Двое играют в эту игру. Они бросают два кубика. Первый получает очко, если выпадет сумма 8. Второй получает очко, если выпадет сумма 9. Справедлива ли эта игра?

- Событие А: «при бросании двух кубиков выпало 8 очков»
- Событие В: «при бросании двух кубиков выпало 9 очков»

При бросании двух кубиков могут получиться следующие равновозможные результаты:

I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1
1	2	2	2	3	2	4	2	5	2	**6**	**2**
1	3	2	3	3	3	4	3	**5**	**3**	6	3
1	4	2	4	3	4	**4**	**4**	5	4	6	4
1	5	2	5	**3**	**5**	4	5	5	5	6	5
1	6	**2**	**6**	3	6	4	6	5	6	6	6

n = 36; m = 5, тогда P(A) = 5/36, P(B) = 4/36

$\frac{5}{36} > \frac{4}{36}$, то P(A) > P(B)

Так как 8 очков выпадает чаще, чем 9 очков, то данная игра не справедлива.

Комбинаторика

№1 *Задача:* Сколькими способами можно разместить группу учеников 8 «А» класса, изучающих немецкий язык, если их количество 10 человек, а аудитория (кабинет) содержит 10 посадочных мест?

Решение: Число способов равно

$$P_{10}=10!=10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=3628800.$$

№2 *Задача: Найти число равновозможных случаев распределения 5 билетов в театр среди 25 учащихся класса.*

Решение.

$$C_n^m = C_{25}^5 = \frac{A_{25}^5}{P_5} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 5 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 = 53130$$

Вариант I

1. Лена сказала своей подруге, что для покупки обеда, мама дала ей $\frac{10!}{8!\cdot 12!}$ сколько денег дала мама Лене?

Ответ: 7,5 р.

Вариант II

1. Чтобы приобрести 8 тетрадей по математике (в клетку) мама дала Серёже $\left(\frac{8!}{3!\cdot 5!}-\frac{9!}{2!\cdot 7!}\right)$ руб. Сколько стоит 1 тетрадь, если все деньги были израсходованы.

Ответ: 2,5 руб.

Вариант I

1. Число перестановок из n букв относится к числу перестановок из $n+2$ букв, как 0,1 к 3. Найти n.

(Решение. $\frac{P_n}{P_{n+2}} = \frac{0,1}{3}$;

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n+2)} = \frac{1}{30}$$

Следует (n+1)(n+2)=30

n_1=4, n=-7

n_∈_N, значит, n=4.)

Вариант II

1. В конференции участвовало 25 человек. Каждый с каждым обменялись визитной карточкой. Сколько всего понадобиться карточек?

(25·24=600).

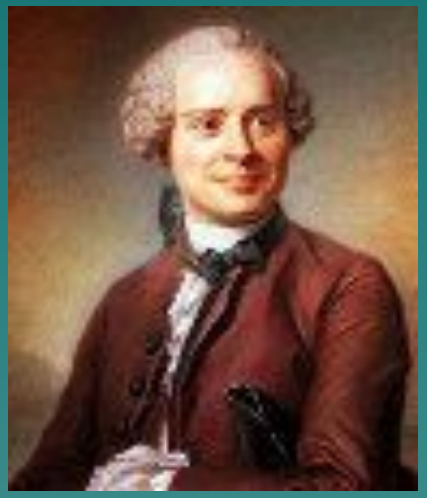
Домашняя работа
Задача

Вороне где-то Бог послал кусочек сыра , брынзы, колбасы, сухарика и шоколада.

«На ель ворона взгромоздясь, позавтракать совсем уж было собралась, да призадумалась».

Какова вероятность того что она съест «бутерброд» из 2 кусочков обязательно содержащий колбасу?

Ошибка Даламбера



Решение предложенное Даламбером :

1 Обе монеты упали на орла

2 Обе монеты упали на решку

3 Одна из монет орел , а вторая решка

N=3 N(A)=2 P(A)=2/3

Какова вероятность что подброшенные вверх 2 правильные монеты упадут на одну и ту же сторону?

Правильное решение

Правильное решение имеет 4 варианта

1. Первая монета упала на орла , вторая тоже на орла
2. Первая монета упала на решку , вторая тоже на решку
3. Первая монета упала на орла , а вторая на решку
4. Первая монета упала на решку , а вторая на орла

$N = 4$ $N(A) = 2$ $P(A) = 2/4$