

Васильева Н.И.

Учитель информатики и ИКТ МОУ СОШ №35 г.Белгорода

ПОСТРОЕНИЕ ЦИРКУЛЕМ И ЛИНЕЙКОЙ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ

Практическая работа. Геометрические построения с использованием САПР.

(Информатика, геометрия, 7 класс)



Презентационное сопровождение урока

Задачи на построение

Окружность

Предложение, в котором разъясняется смысл того или иного выражения или названия, называется **определением**. Мы уже встречались с определениями, например с определением угла, смежных углов, равнобедренного треугольника и т. д. Дадим определение еще одной геометрической фигуры — окружности.

Определение

Окружностью называется геометрическая фигура, состоящая из всех точек, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.

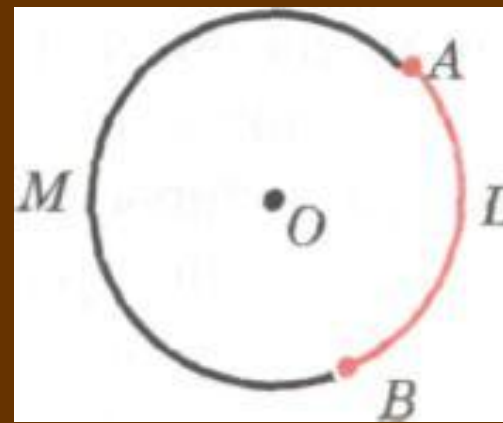
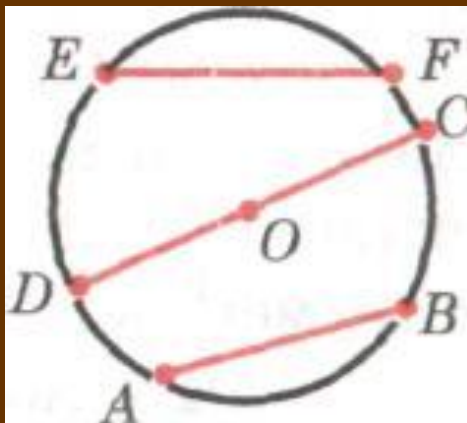
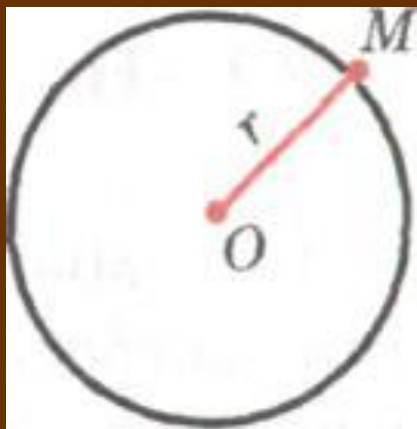
Данная точка называется **центром** окружности, а отрезок, соединяющий центр с какой-либо точкой окружности, — **радиусом** окружности. Из определения окружности следует, что все радиусы имеют одну и ту же длину.

Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется ее **хордой**. Хорда, проходящая через центр окружности, называется **диаметром**.

На рисунке отрезки AB и EF — хорды окружности, отрезок CB — диаметр окружности. Очевидно, диаметр окружности в два раза больше ее радиуса.

Центр окружности является серединой любого диаметра.

Любые две точки окружности делят ее на две части. Каждая из этих частей называется дугой окружности. На рисунке ALB и AMB — дуги, ограниченные точками A и B .



Построения циркулем и линейкой

Оказывается, что многие построения можно выполнить с помощью только циркуля и линейки без масштабных делений. Поэтому в геометрии специально выделяют те задачи на построение, которые решаются с помощью только этих двух инструментов.

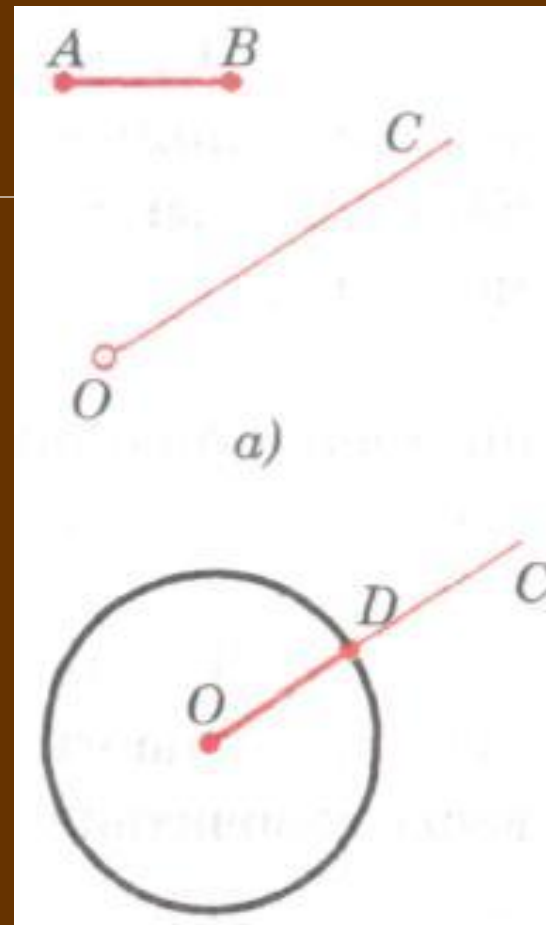
Что можно делать с их помощью? Ясно, что линейка позволяет провести произвольную прямую, а также построить прямую, проходящую через две данные точки. С помощью циркуля можно провести окружность произвольного радиуса, а также окружность с центром в данной точке и радиусом, равным данному отрезку. Выполняя эти несложные операции, мы сможем решить много интересных задач на построение:

- построить угол, равный данному;
- через данную точку провести перпендикулярную к данной прямую прямой;
- разделить данный отрезок пополам и другие задачи.

Задача. На данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному.

Решение

Изобразим фигуры, данные в условии задачи: луч OC и отрезок AB . Затем циркулем построим окружность радиуса AB с центром O . Эта окружность пересечет луч OC в некоторой точке D . Отрезок OD — искомый.



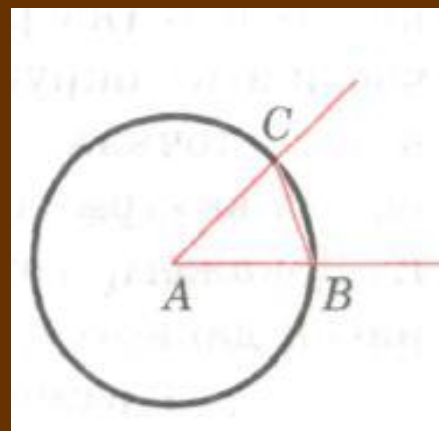
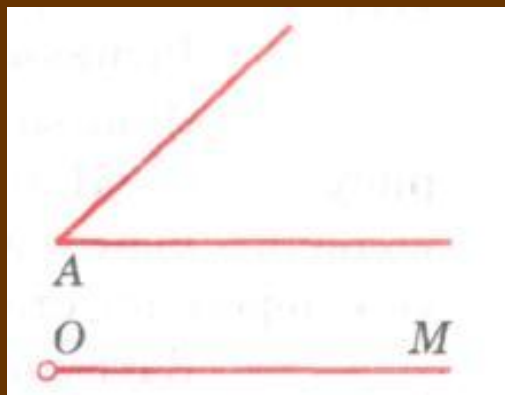
Задача

Отложить от данного луча угол, равный данному.

Решение

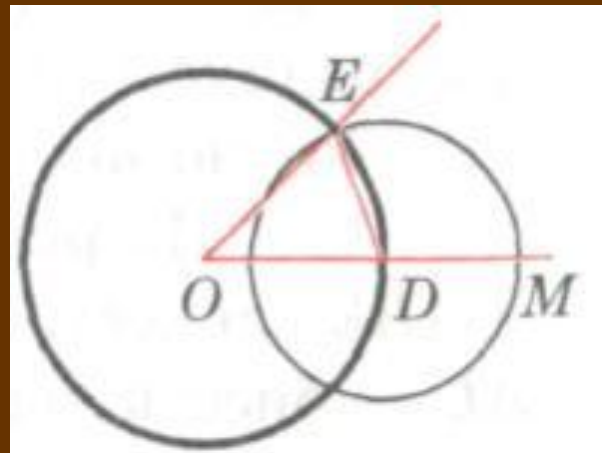
Данный угол с вершиной A и луч OM изображены на рисунке. Требуется построить угол, равный углу A , так, чтобы одна из его сторон совпала с лучом OM .

Проведем окружность произвольного радиуса с центром в вершине A данного угла. Эта окружность пересекает стороны угла в точках B и C .



Затем проведем окружность того же радиуса с центром в начале данного луча OM . Она пересекает луч в точке D .

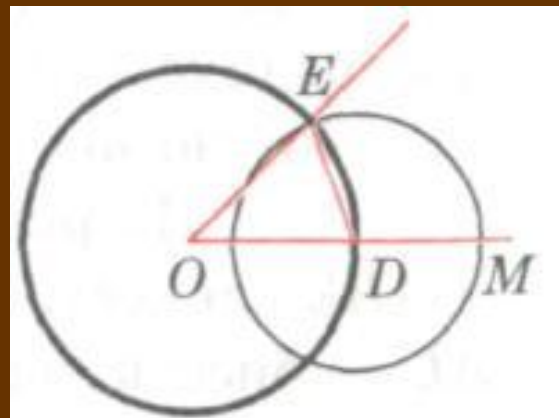
После этого построим окружность с центром D , радиус которой равен BC . Окружности с центрами O и D пересекаются в двух точках. Одну из этих точек обозначим буквой E . Докажем, что угол MOE — искомый.



Рассмотрим треугольники ABC и ODE . Отрезки AB и AC являются радиусами окружности с центром A , а отрезки OD и OE — радиусами окружности с центром O .

Так как по построению эти окружности имеют равные радиусы, то $AB = OD$, $AC = OE$. Также по построению $BC = DE$.

Следовательно, $\triangle ABC = \triangle ODE$ по трем сторонам. Поэтому $\angle DOE = \angle BAC$, т. е. построенный угол MOE равен данному углу A .

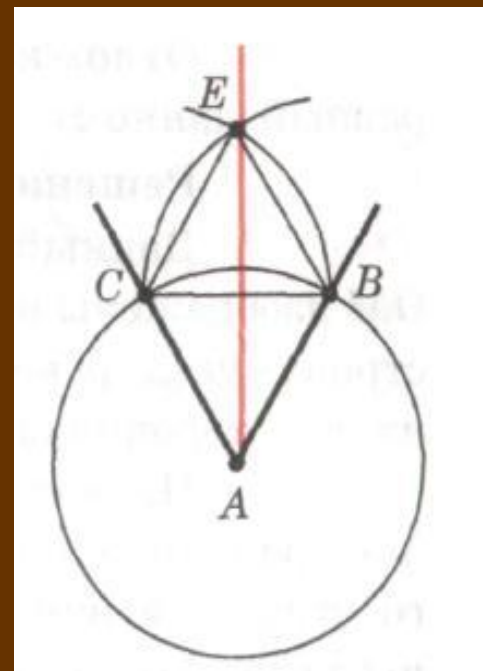


Задача. Построить биссектрису данного угла.

Решение

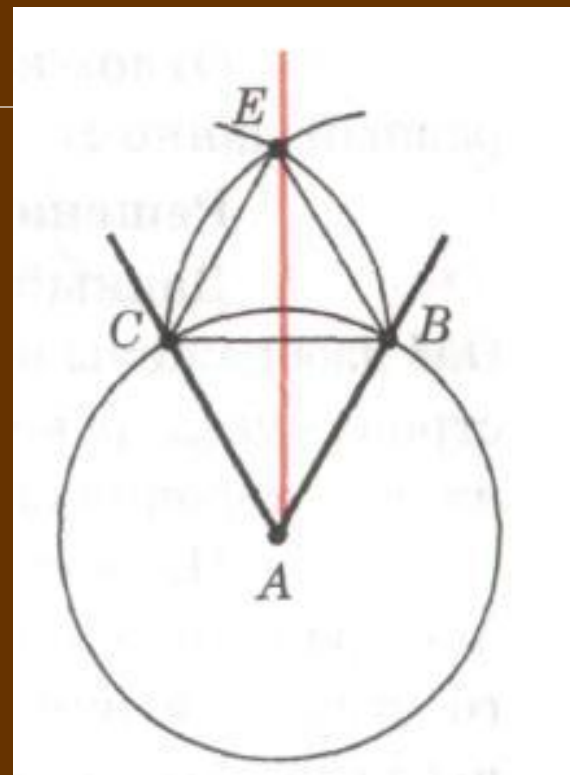
Данный угол BAC изображен на рисунке. Проведем окружность произвольного радиуса с центром в вершине A . Она пересечет стороны угла в точках B и C .

Затем проведем две окружности одинакового радиуса BC с центрами в точках B и C . Они пересекутся в двух точках. Ту из этих точек, которая лежит внутри угла BAC , обозначим буквой E . Докажем, что луч AE является биссектрисой данного угла BAC .



Рассмотрим треугольники ACE и ABE . Они равны по трем сторонам. В самом деле, AE — общая сторона; AC и AB равны как радиусы одной и той же окружности; $CE = BE$ по построению.

Из равенства треугольников ACE и ABE следует, что $\angle CAE = \angle BAE$, т. е. луч AE — биссектриса данного угла BAC .



Построение перпендикулярных прямых.

Задача

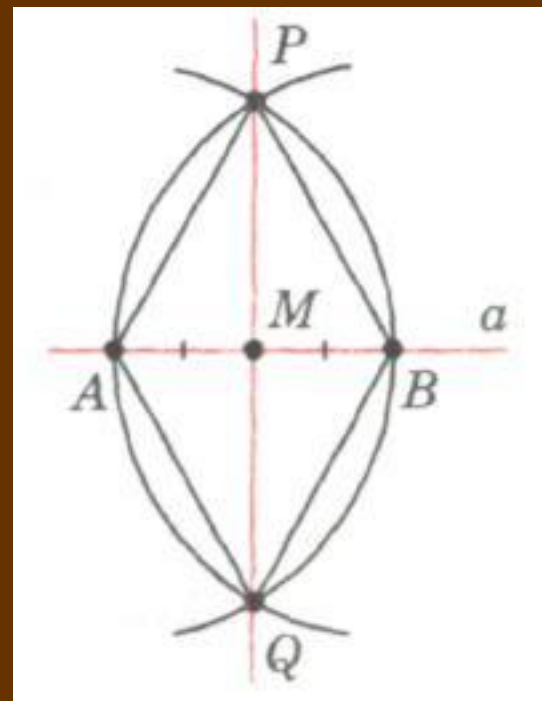
Даны прямая и точка на ней. Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой.

Решение

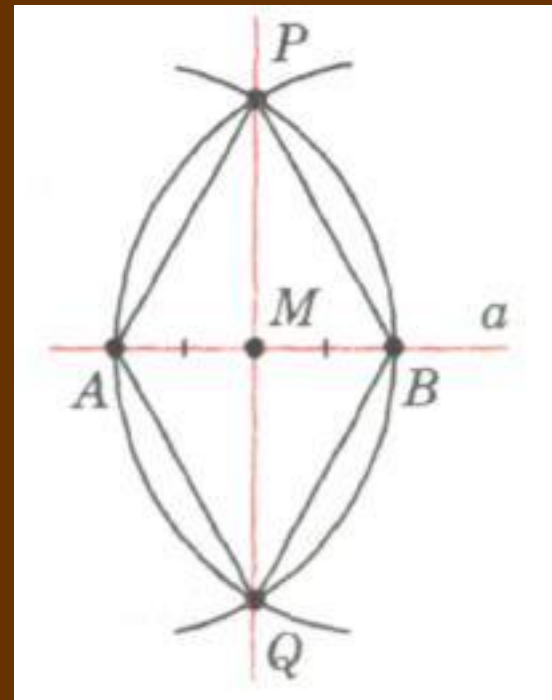
Данная прямая a и данная точка M , принадлежащая этой прямой, изображены на рисунке.

На лучах прямой a , исходящих из точки M , отложим равные отрезки MA и MB . Затем построим две окружности с центрами A и B радиуса AB . Они пересекаются в двух точках: P и Q .

Проведем прямую через точку M и одну из этих точек, например прямую MP , и докажем, что эта прямая — искомая, т. е. что она перпендикулярна к данной прямой a .



В самом деле, так как медиана PM равнобедренного треугольника PAB является также высотой, то $PM \perp a$.

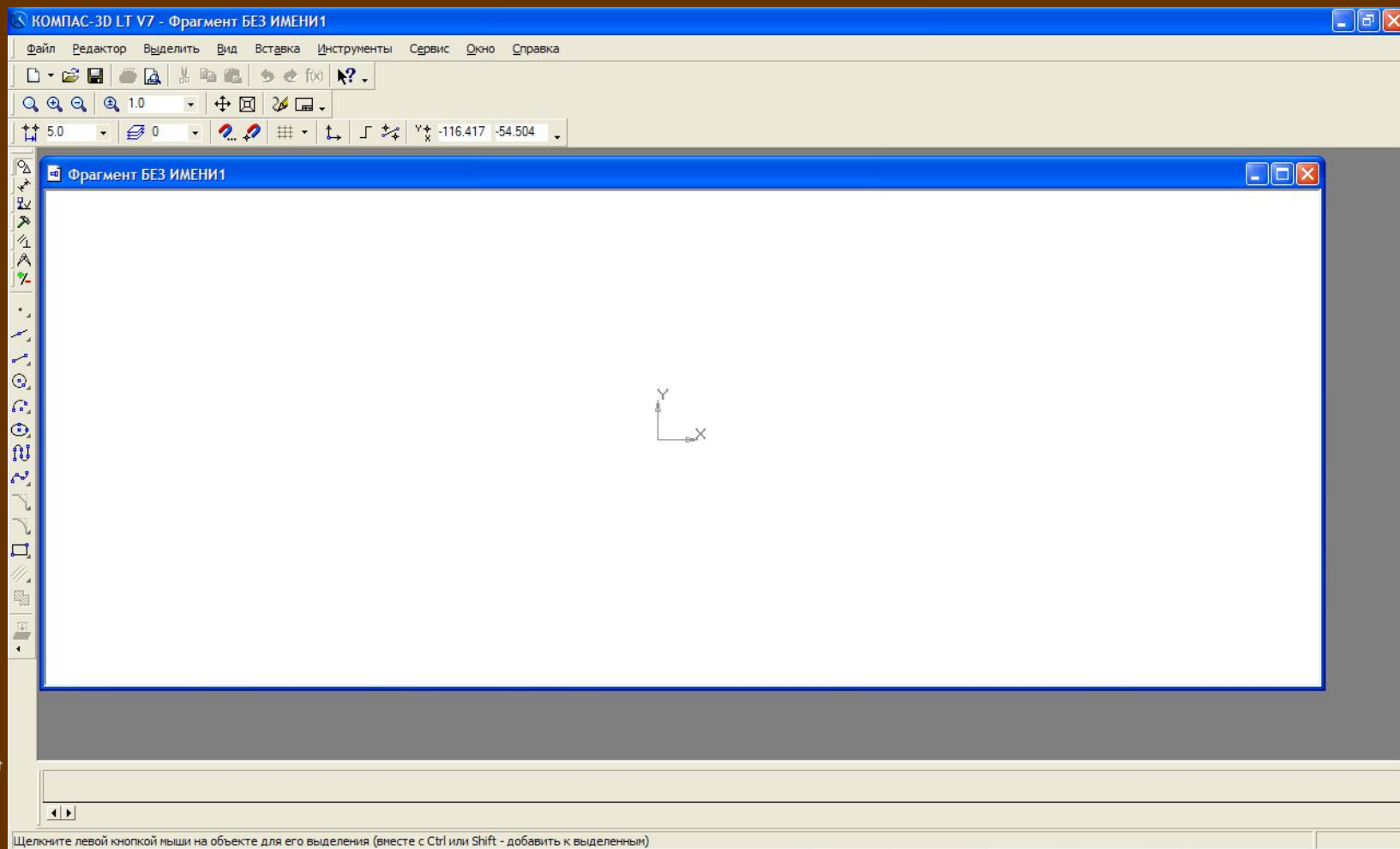


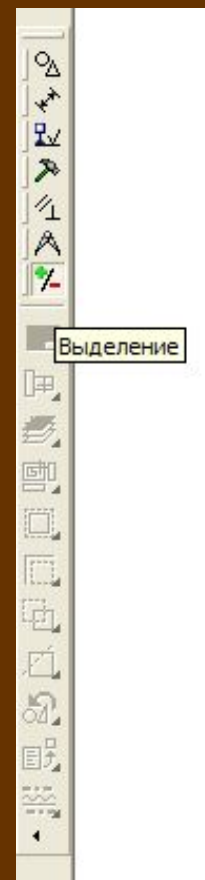
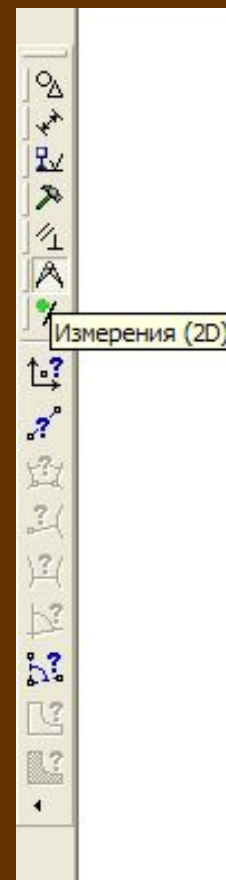
Система автоматизированного проектирования КОМПАС-ГРАФИК

- Системы автоматизированного проектирования (САПР) являются векторными графическими редакторами, предназначенными для создания чертежей.
- При классическом черчении с помощью карандаша, линейки и циркуля производится построение элементов чертежа (отрезков, окружностей, прямоугольников и т.д.) с точностью, которую предоставляют чертежные инструменты. Использование САПР позволяет создавать чертежи с абсолютной точностью и обеспечивает возможность реализации сквозной технологии проектирования и изготовления деталей. На основе компьютерных чертежей генерируются управляющие программы для станков с числовым программным управлением (ЧПУ), в результате по компьютерным чертежам изготавливаются высокоточные детали из металла, дерева и т.д.

- В центре рабочего окна КОМПАС-ГРАФИК размещается система координат. Положение курсора отсчитывается от начала системы координат, а текущие значения его координат X и Y отображаются в правой части *Строки текущего состояния*, расположенной в нижней части окна приложения.
- Создание и редактирование чертежа реализуется с помощью *Инструментальной панели*, которая по умолчанию размещается в левом верхнем углу окна приложения. *Инструментальная панель* включает в себя пять различных рабочих панелей, каждая из которых содержит набор кнопок определенного функционального назначения и *Панель переключения*, которая обеспечивает переход от одной рабочей панели к другой.

Окно системы автоматизированного проектирования КОМПАС-3D

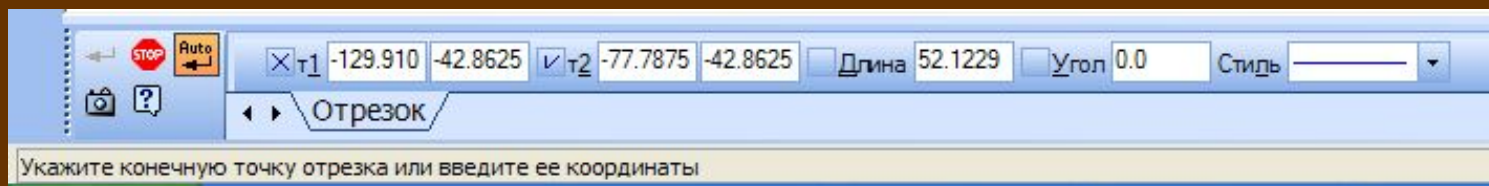
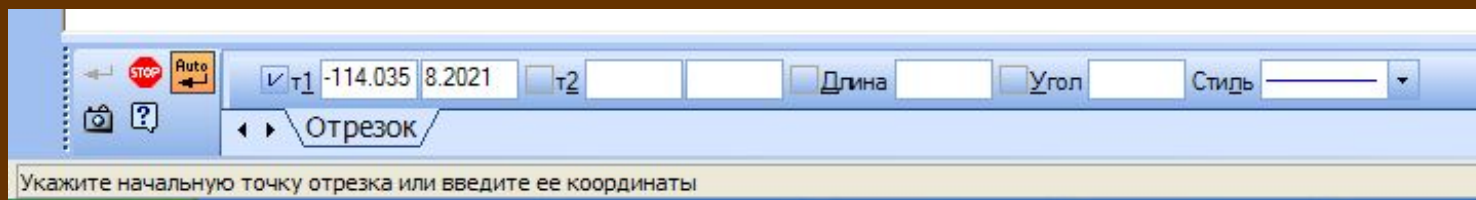




Построение основных чертежных объектов

- Выбор создаваемого чертежного объекта (точка, отрезок, окружность, прямоугольник и т.д.) осуществляется с помощью панели *Геометрические построения*. После выбора объекта щелчком мыши по соответствующей кнопке появляется *Строка параметров объекта*. Каждый объект обладает определенным набором параметров, которые характеризуют его размеры и положение на чертеже.
- Например, после выбора на панели *Геометрические построения* кнопки *Ввод отрезка* появится строка с параметрами отрезка: координатами его начальной и конечной точек, длиной, углом наклона и стилем линии.

- *Строка параметров включает в себя кнопки состояния полей и сами поля. По внешнему виду кнопки можно судить о состоянии поля, которое может находиться в одном из трех состояний: фиксированном (обозначается «крестиком»), в режиме ожидания ввода (обозначается «галочкой») и просто доступном для ввода.*



- При создании и редактировании объектов работа со *Строкой параметров* сводится к активизации нужных полей и вводу в них заданных параметров. После ввода минимального набора параметров, достаточных для построения объекта (для отрезка координат начальной и конечной точек), система автоматически создает объект.

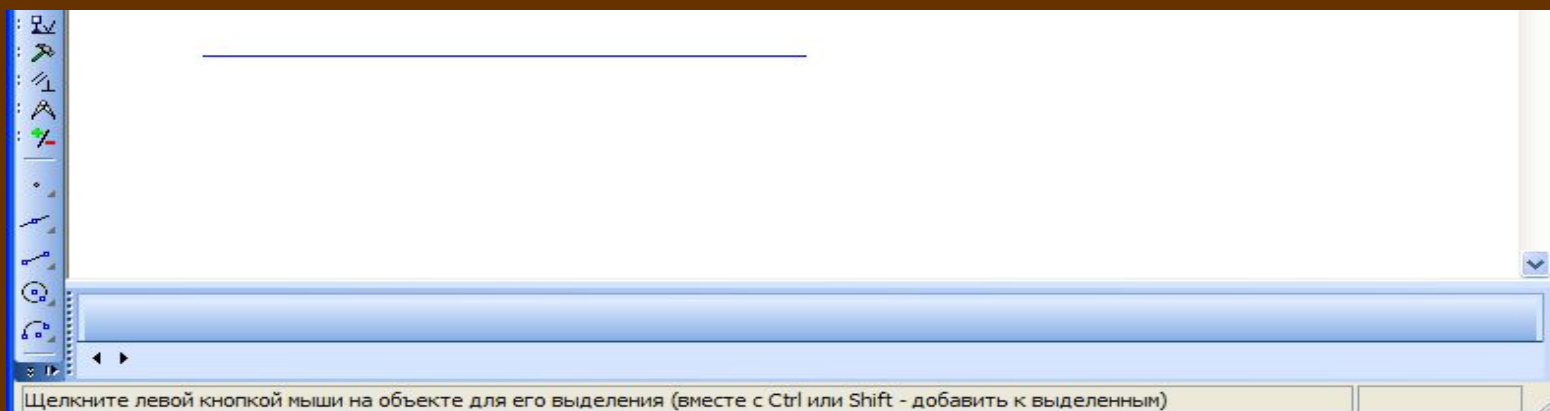
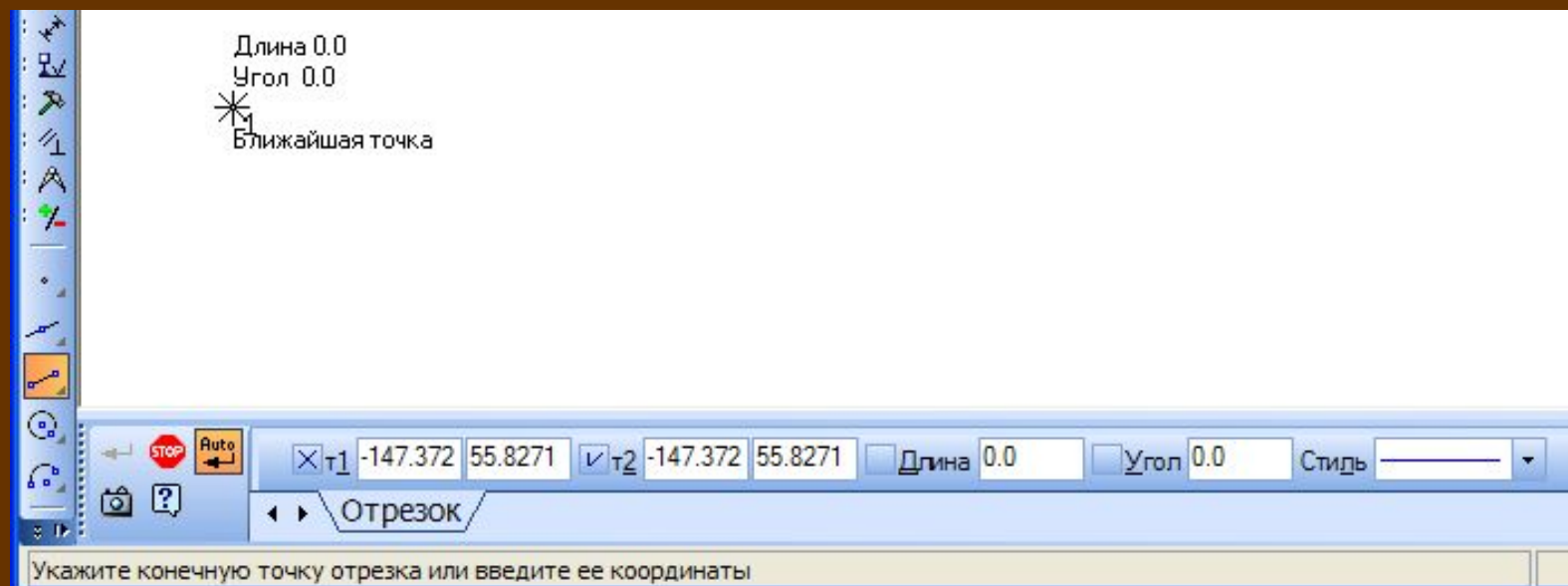
Можно осуществлять *Автоматический ввод параметров*, *Ручной ввод параметров* и *Ввод параметров с использованием Геометрического калькулятора*.

Построение отрезка в автоматическом режиме

На панели *Геометрические построения* щелкнуть по кнопке *Ввод отрезка*. Появится *Строка параметров* отрезка, а в *Строке сообщений* появится запрос *Укажите начальную точку отрезка или введите ее координаты*.

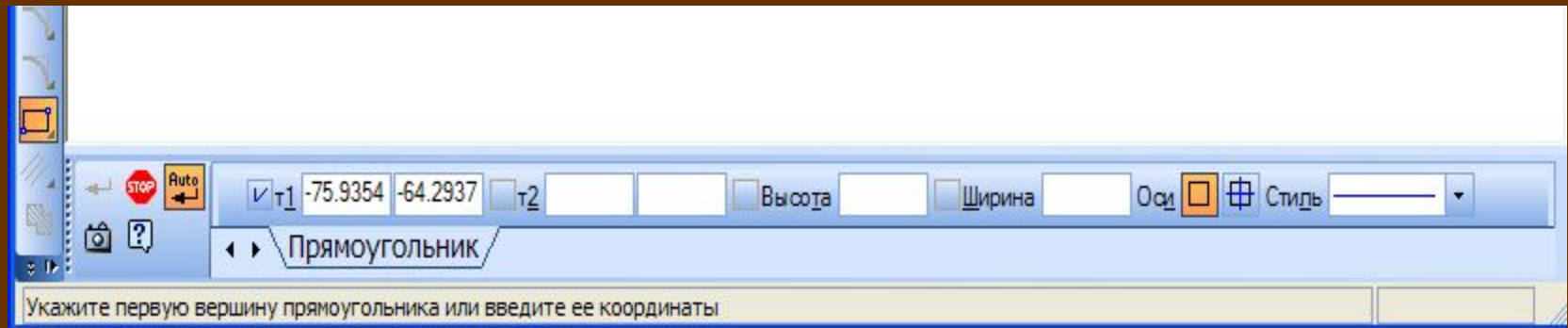
Установить курсор в поле чертежа на точку с начальными координатами отрезка и произвести щелчок. При этом в поля координат точки t_1 будут внесены значения координат указанной точки на чертеже, а в *Строке параметров* символ «галочка» сменится на символ «крестик», это означает, что введенные параметры зафиксированы.

Установить курсор в поле чертежа на точку t_2 с конечными координатами отрезка и произвести щелчок. Отрезок построен.



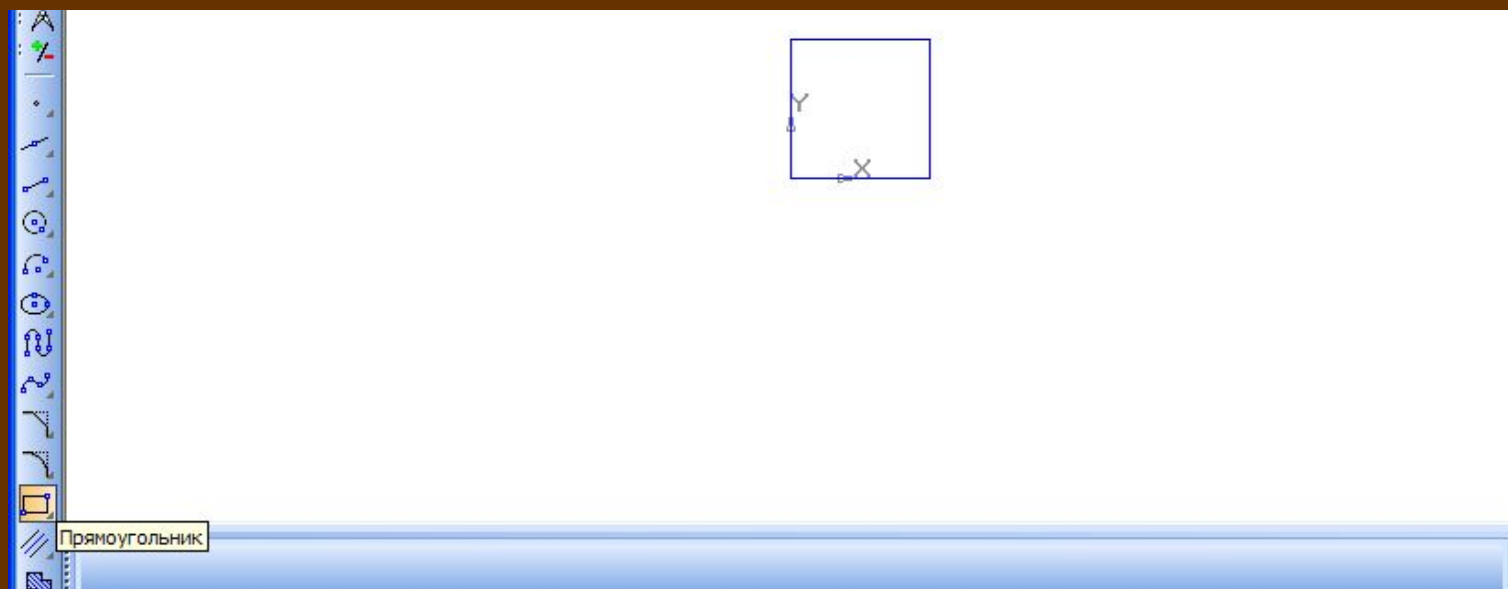
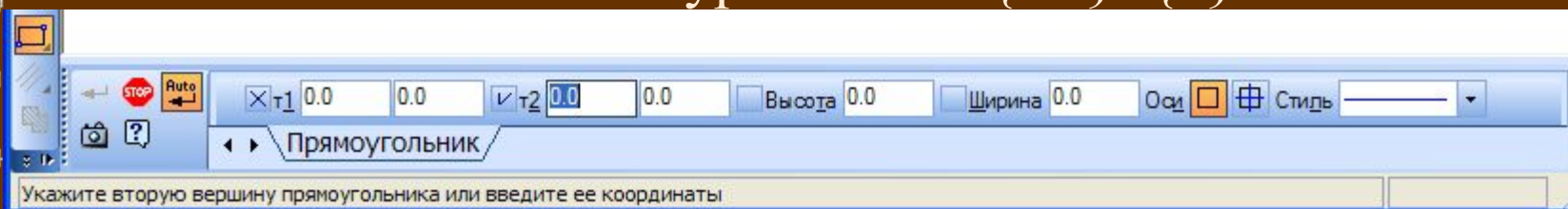
Построение прямоугольника в ручном режиме

На панели *Геометрические построения* щелкнуть по кнопке *Ввод прямоугольника*. Появится *Строка параметров* прямоугольника, содержащая координаты левой верхней (т1) и правой нижней (т2) вершин, высоту и ширину прямоугольника и стиль линии:



Активизировать поля координат точки t_1 совместным нажатием на клавиатуре клавиш $\{Alt\} + \{1\}$. Ввести числовые значения координат, осуществляя переход между полями координат X и Y с помощью клавиши $\{Tab\}$.

Активизировать поля координат точки t_2 совместным нажатием на клавиатуре клавиш $\{Alt\} + \{2\}$. Ввести



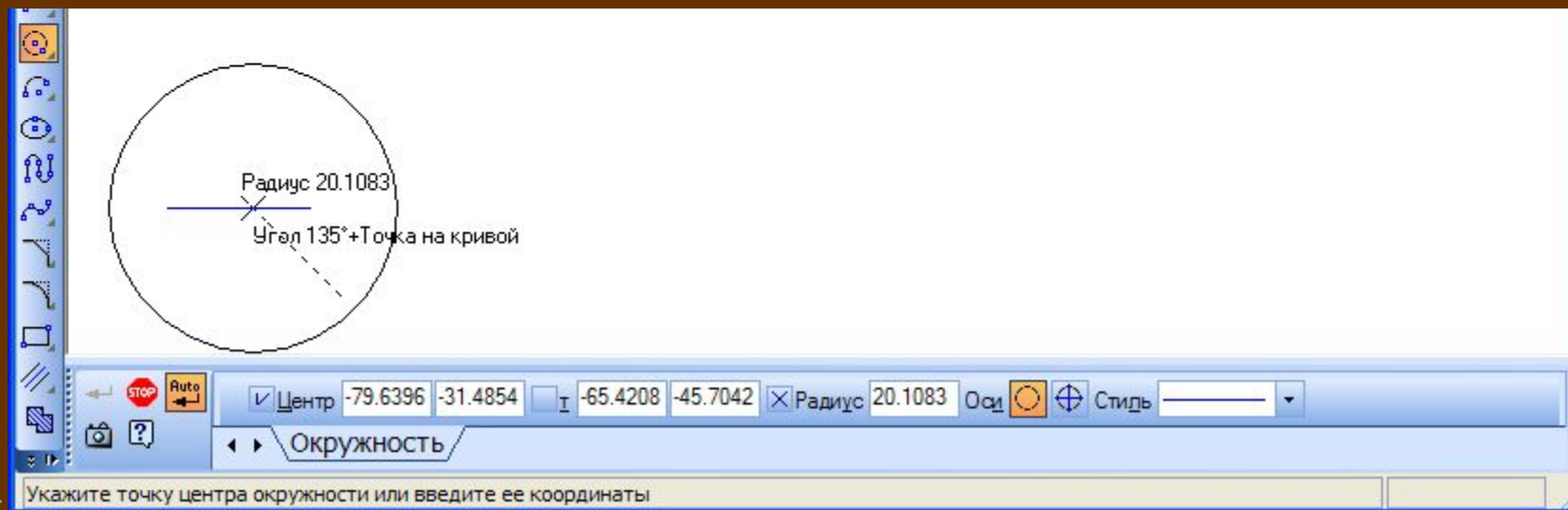
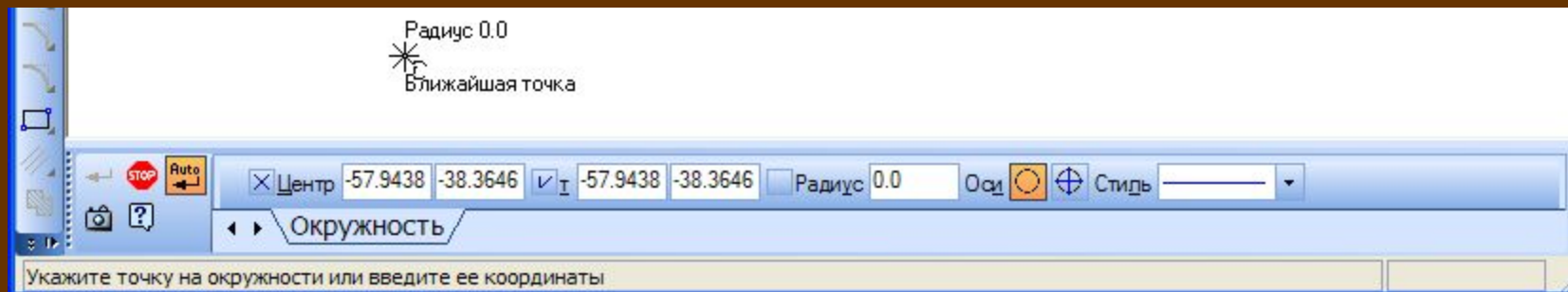
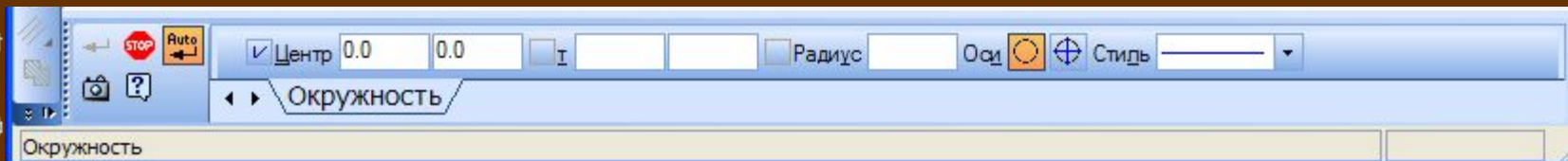
Построение окружности с использованием *Геометрического калькулятора.*

На панели *Геометрические построения* щелкнуть по кнопке *Ввод окружности*. Появится *Строка параметров* окружности, содержащая координаты центра окружности, точки на окружности, радиуса окружности и стиль линии.

Установить курсор в поле чертежа на точку центра окружности и произвести щелчок, в поля координат центра окружности будут внесены значения координат указанной на чертеже точки.

Щелкнуть правой клавишей мыши в поле *Радиус окружности* и в появившемся меню выбрать пункт *Длина кривой*. Курсор примет форму мишени.

Выбрать отрезок и щелкнуть левой клавишей мыши. Система автоматически измерит длину выбранного отрезка и построит окружность с таким радиусом.



Выполнение геометрических построений

Системы автоматизированного проектирования позволяют создавать чертежи и выполнять геометрические построения. В школьном курсе геометрии рассматриваются геометрические построения с использованием линейки и циркуля, такие построения можно выполнять и на компьютере.

Рассмотрим задачу о построении перпендикуляра к прямой.

Условия задачи следующие: Даны прямая и точка на ней.

Построить прямую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой.

Составим сначала алгоритм выполнения заданного построения.

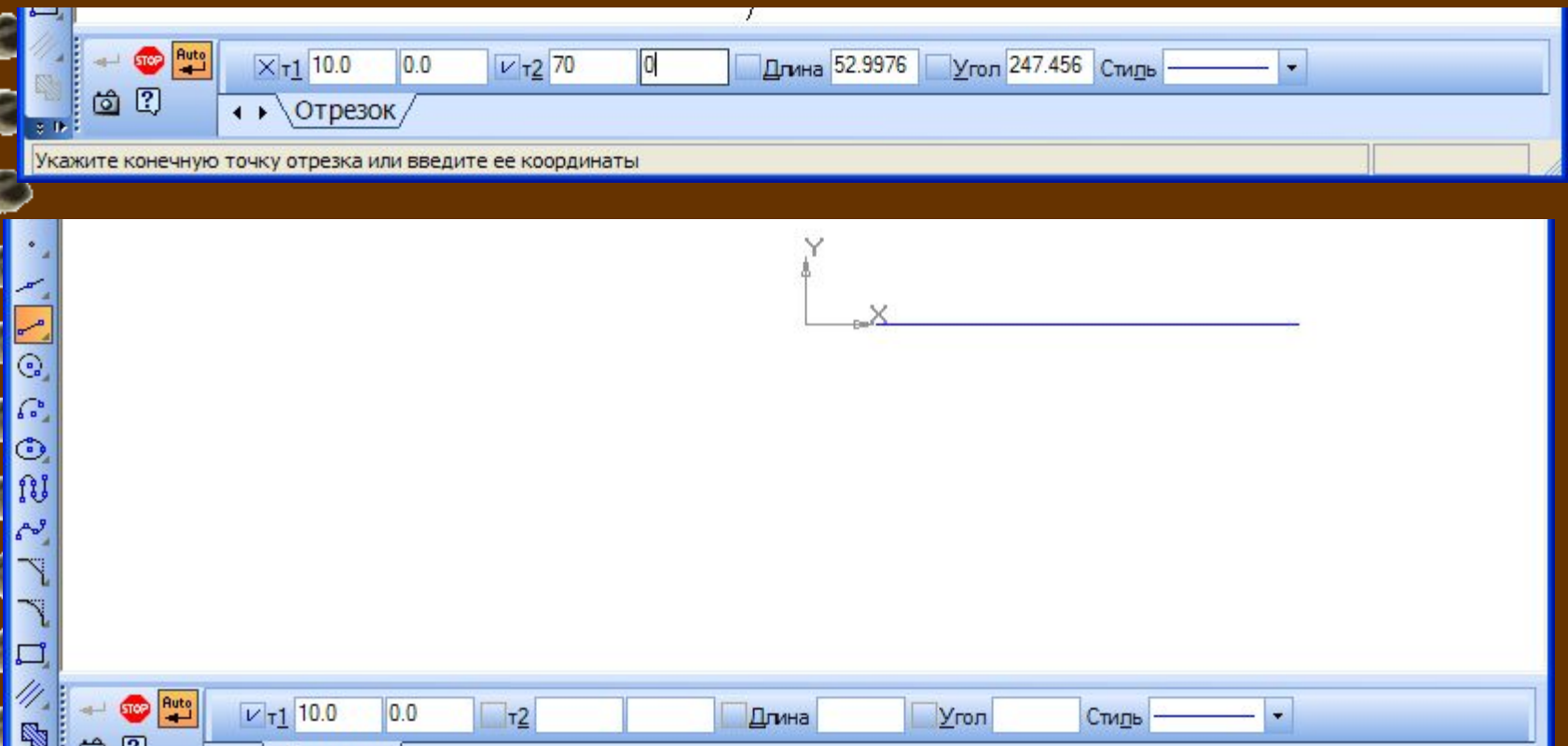
1. Построить прямую a и точку M на ней.
2. На равных расстояниях от точки M построить на прямой точки A и B .
3. Построить две окружности с центрами в точках A и B с радиусом AB .
4. Через точки пересечения окружностей P и Q провести прямую. Данная прямая пройдет через точку M и будет являться перпендикуляром к прямой a .

Теперь выполним построение в соответствии с разработанным алгоритмом с использованием системы КОМПАС-ГРАФИК.

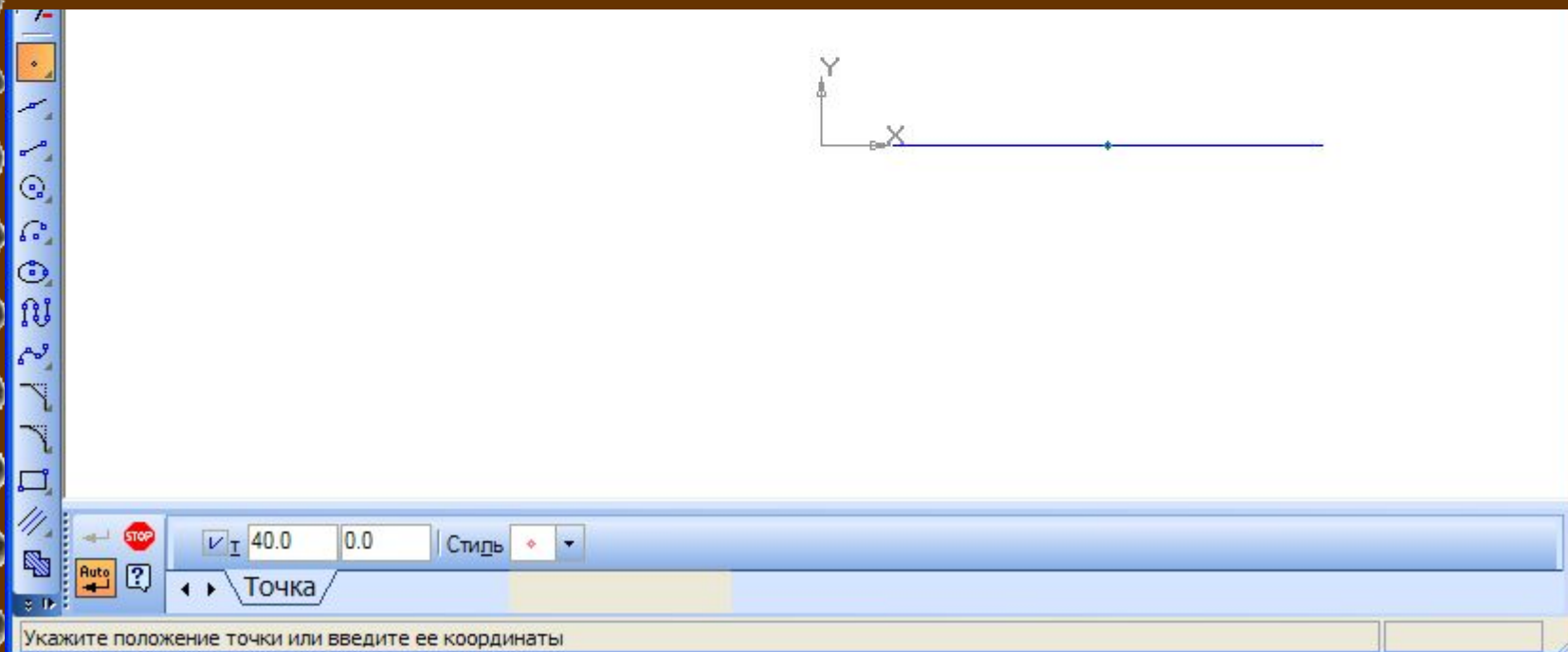
Построение перпендикуляра к заданной прямой.

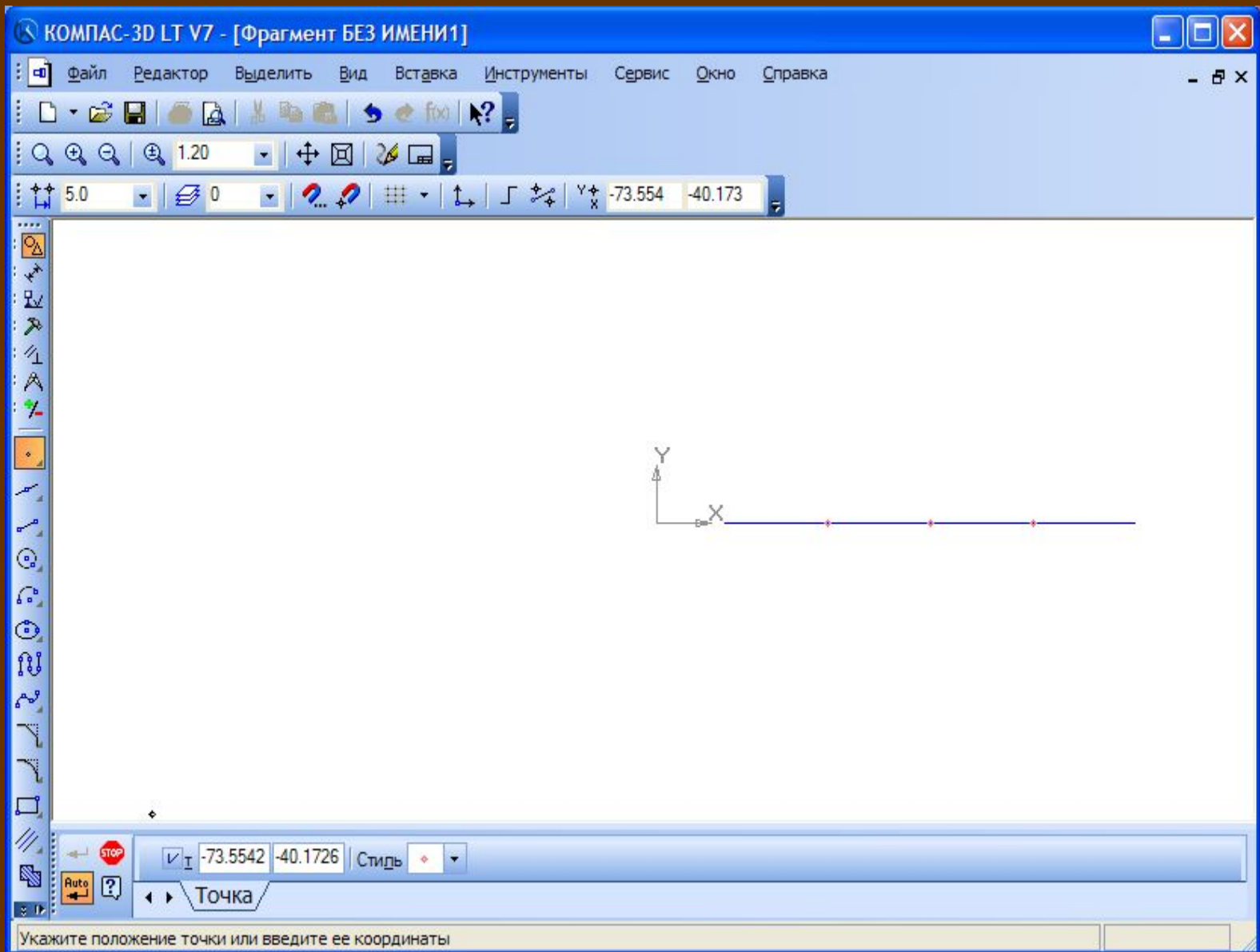
Построить прямую а.

На панели *Геометрические построения* щелкнуть по кнопке *Ввод отрезка* и с использованием ручного ввода параметров задать координаты начальной точки $t1(10,0)$ и конечной точки $t2(70,0)$.



Построить точки М, А и В на прямой а. На панели *Геометрические построения* щелкнуть по кнопке *Ввод точки* и с использованием ручного ввода параметров задать координаты точки М (40,0), точки А (25,0) и точки В(55,0).





Построить окружность с центром в точке А и с радиусом АВ. На панели *Геометрические построения* щелкнуть по кнопке *Ввод окружности* и с использованием ручного ввода параметров задать координаты центра (25,0).

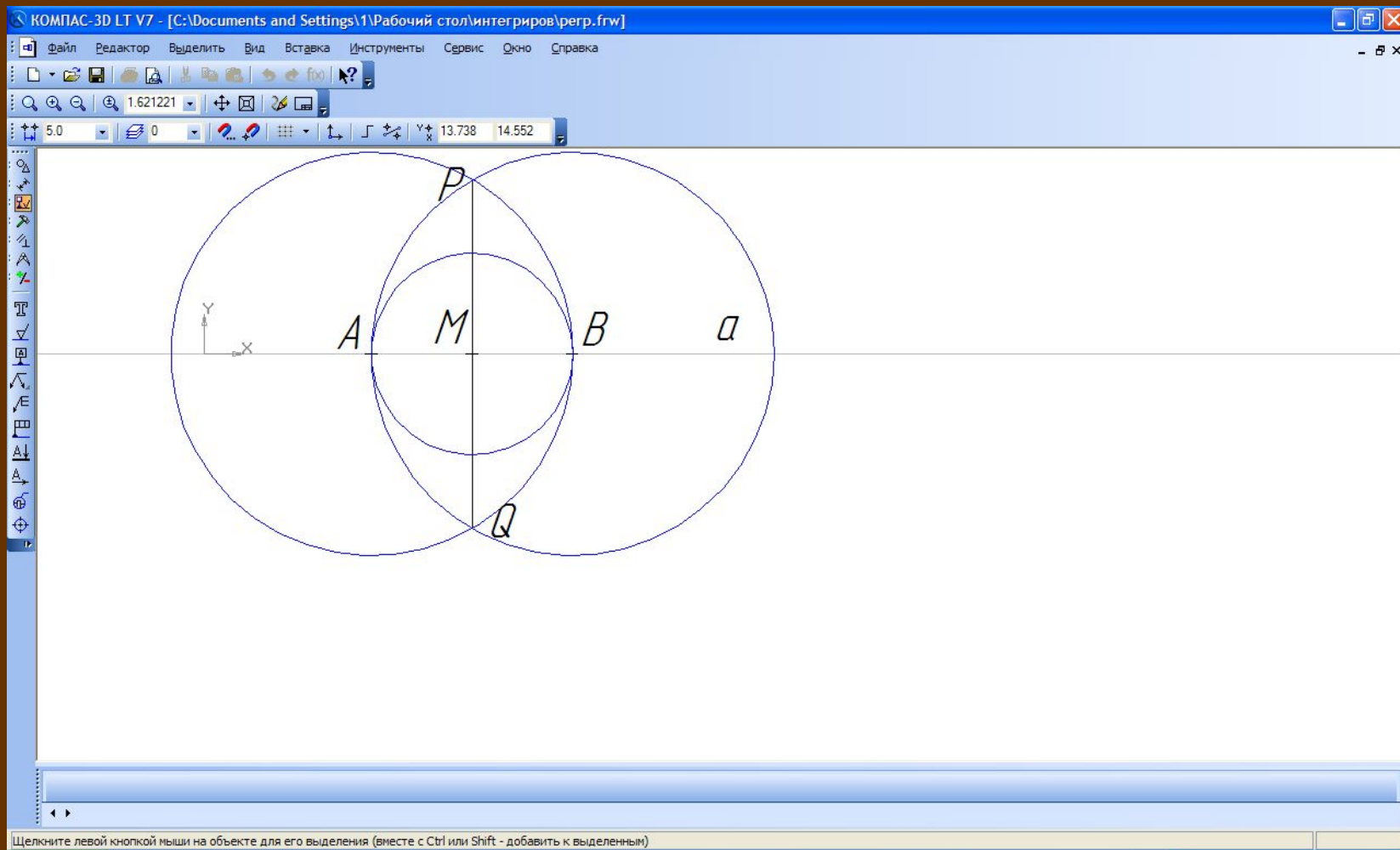
Задать радиус окружности с использованием *Геометрического калькулятора*, для этого щелкнуть правой клавишей мыши в поле *Радиус окружности* и в появившемся меню выбрать пункт *Между двумя точками*. После того как курсор примет форму мишени, щелкнуть по точкам А и В. Окружность с заданным радиусом будет построена.

Аналогично построить окружность с центром в точке В и с радиусом АВ.

Соединить точки пересечения окружностей отрезком. Задать начальную и конечную точки отрезка с использованием *Геометрического калькулятора*, выбрав пункт меню *Пересечение*.

Ввести на чертеже обозначения. Выбрать на *Панели управления* кнопку *Размеры и технологические обозначения*, и на появившейся панели щелкнуть по кнопке *Ввод текста*. Ввести обозначения.

Алгоритм построения перпендикуляра к заданной точке прямой выполнен.



Практические задания по группам

1. Построить угол, равный данному.
2. Построить биссектрису угла

Практическое задание. «Построение угла равного заданному».

Отложить угол равный заданному углу A от луча OM .

Составим сначала алгоритм выполнения заданного построения:

1. Построить окружность произвольного радиуса с центром в вершине заданного угла A , которая пересечет стороны угла в точках B и C .
2. Построить окружность того же радиуса с центром в начале заданного луча OM , которая пересечет луч в точке D .
3. Построить окружность с центром в точке D и радиусом BC .
4. Обозначить точку пересечения окружностей с центрами O и D , не лежащую на луче OM , буквой E .
5. Полученный угол MOE равен заданному A .

Построить произвольный угол A (ввести отрезки с использованием автоматического ввода параметров).

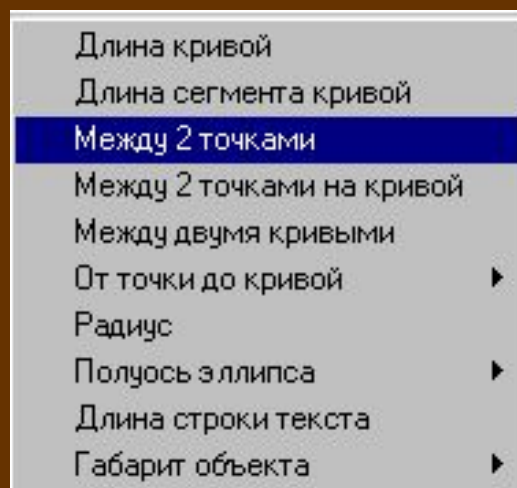
Построить произвольный луч OM (ввести отрезок с использованием автоматического ввода параметров).

Построить окружность с центром в точке A (с использованием ручного ввода) и произвольного радиуса (с использованием автоматического ввода).

Обозначить точки пересечения окружности со сторонами угла буквами B и C .

Построить окружность с центром в точке O (с использованием ручного ввода) и заданного радиуса AB (с использованием геометрического калькулятора).

Для этого щелкнуть по полю радиус правой кнопкой мыши и в контекстном меню выбрать пункт *Между 2 точками*.



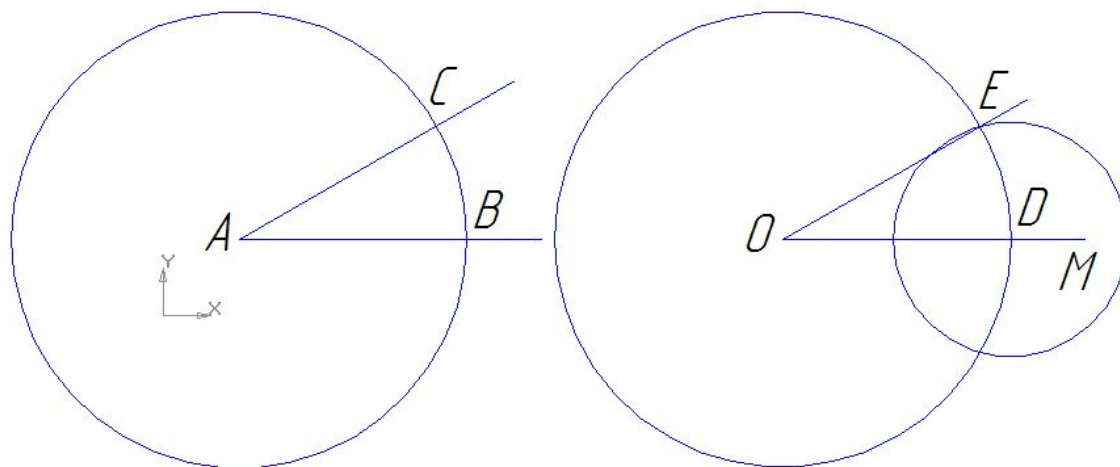
Отметить на чертеже точки A и B ,
окружность заданного радиуса будет
построена.

Обозначить точку пересечения окружности
с лучом OM буквой D .

Построить окружность с центром в точке D
заданного радиуса BC .

Обозначить точку пересечения
окружностей буквой E .

Соединить отрезком точки O и E , угол
 EOM равный углу A построен.



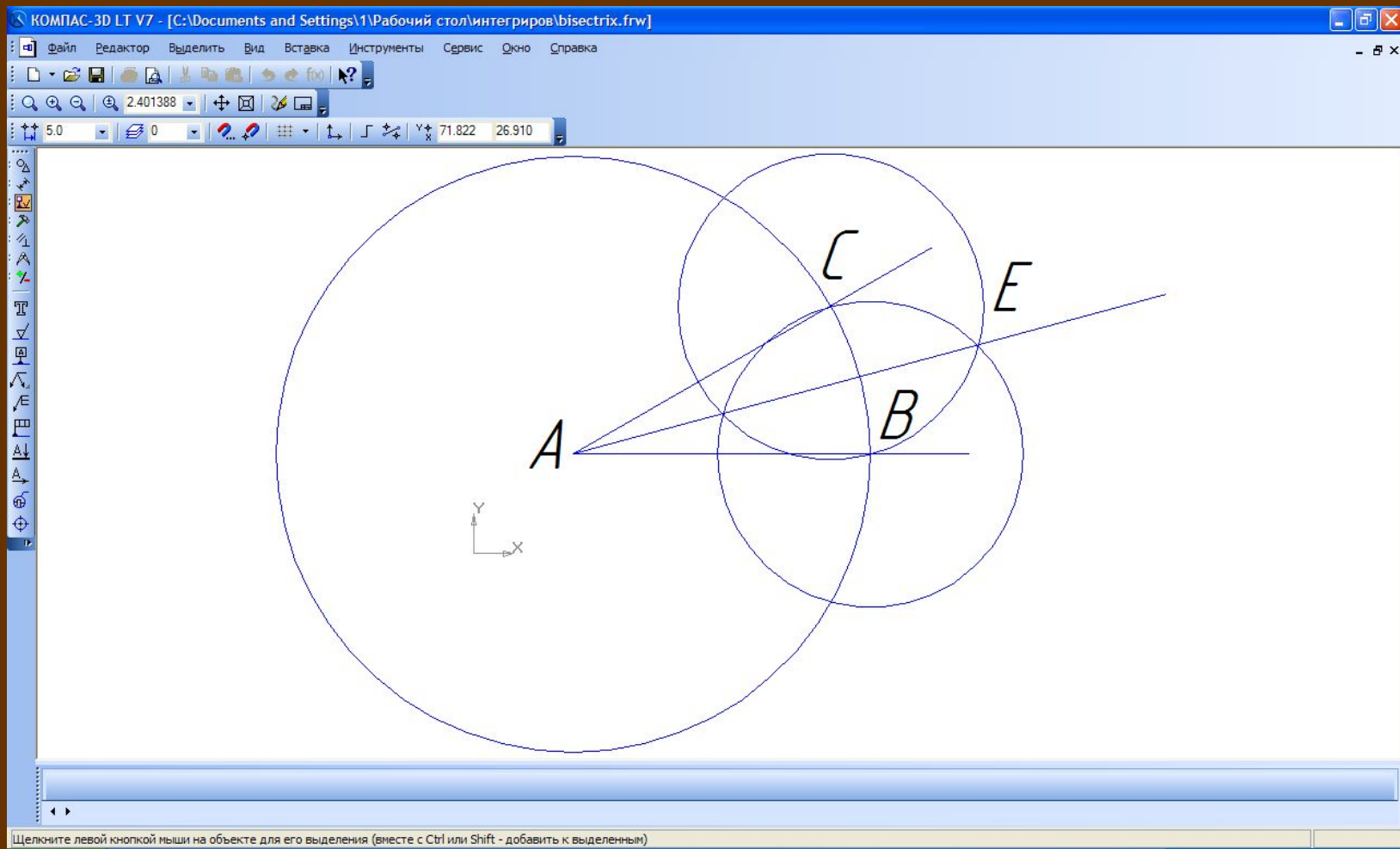
Практическое задание. «Построение биссектрисы угла». Дан неразвернутый угол A . Построить его биссектрису.

Начертим геометрические объекты, заданные в условии задачи: два отрезка, исходящих из одной точки под произвольным неразвернутым углом.

- 1. Построить два отрезка, исходящие из одной точки (начертить отрезки с использованием автоматического ввода параметров).**
- 2. Ввести обозначение угла на чертеже буквой A с помощью панели *Размеры и технологические обозначения*.**

Построим окружность произвольного радиуса с центром в вершине заданного угла A .

3. Щелкнуть на кнопке *Ввод окружности* и построить окружность произвольного радиуса с центром в точке A (в режиме автоматического ввода).
4. Активизировать панель *Размеры и технологические обозначения*, щелкнуть на кнопке *Ввод текста* и ввести обозначения точек пересечения окружности со сторонами угла буквами B и C .



Построим две окружности радиуса BC с центрами» в точках B и C .

5. Выбрать инструмент *Ввод окружности* и построить две окружности заданного радиуса с центрами в точках B и C (с использованием Геометрического калькулятора).

Для этого щелкнуть на поле *радиус* правой кнопкой мыши и в контекстном меню выбрать пункт *Между 2 точками*. Точку пересечения окружностей обозначить E .

Через вершину угла A и точку пересечения окружностей E проведем прямую.

6. Щелкнуть на кнопке *Ввод отрезка* и начертить отрезок через точки A и E (в режиме автоматического ввода). Луч AE будет являться биссектрисой заданного угла.

Домашнее задание

1 уровень.

Группам поменяться заданиями.

1. Построить биссектрису угла
2. Построить угол, равный данному.

2 уровень.

Построить середину данного отрезка.

3 уровень.

Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними.

Построение треугольника по трем сторонам.

Выполнить построение на компьютере с использованием САПР и в тетрадях по математике с помощью циркуля и линейки.

Записать доказательство-обоснование построения.

Рефлексия

Нарисовать рожицу, которая соответствует
вашему состоянию.

