



*ГБОУ СОШ № 1 п.г.т. Суходол*

# Эти необычные четырёхугольники

*Автор:*

*Старыгина Анастасия Андреевна  
учащаяся 9 б класса*

*Руководитель работы:*

*Гуркина Светлана Юрьевна  
учитель математики*

5



7



3





5



7



3



Разделы "Четырехугольники и многоугольники" рассматриваются на всем протяжении курса геометрии. Ведь неслучайно знаменитые "Начала" Евклида, написанные за 300 лет до н.э., венчает учение о правильных выпуклых многогранниках, все стороны которых являются равными многоугольниками, но несмотря на это после изучения темы «Четырёхугольники» в 8 классе многие учащиеся затрудняются решать задачи, так как путаются в определениях.

**Цель работы:**  
исследовать различные  
виды четырехугольников.



5



7



3



## Задачи:

- Исследовать два учебника геометрии: учебник «Геометрия» 7-9, Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, И.И. Юдина, 19-е издание, Москва, «Просвещение», 2009; и учебник «Геометрия» 7-11.А.В. Погорелов, 12-е издание, Москва, «Просвещение» 2007,
- Классифицировать темы «Четырехугольники» по видам в двух учебниках;
- Перечислить свойства по каждому виду;
- Исследовать задачи по каждому виду в двух учебниках;
- Найти свойства из других источников .



5



7



3



- **Предмет исследования:** четырехугольники.
- **Гипотеза:** мне кажется, что классификация по видам, классификация свойств, составление задач поможет учащимся лучше и быстрее усвоить тему «Четырехугольник»
- **Исследованием охвачена:** программа 8 класса
- **Новизна:** сравнение двух учебников геометрии.



5



7



3



# Учебное пособие под редакцией Л.С. Атанасяна

На изучение темы «Четырехугольники» **отводится 14 часов**. Вводятся понятия многоугольника (*это фигура, составленная из отрезков так, что смежные отрезки не лежат на одной прямой, а несмежные отрезки не имеют общих точек*), параллелограмма, трапеции, прямоугольника, ромба, квадрата и их свойств. Ряд теоретических положений формулируется и доказывается в ходе решения задач. Понятие многоугольника вводится на основе наглядного представления.



5



7



3



# Учебное пособие под редакцией А.В. Погорелова

На изучение темы **отводится 20 часов.**  
Вводятся понятия параллелограмма,  
трапеции, прямоугольника, ромба,  
квадрата и их свойств.



5



7



3



# «Геометрия, 7-11», А. В. Погорелов

Тема «Четырехугольники» изучается в восьмом классе. Этой теме в учебнике посвящен шестой параграф.

В первом пункте параграфа **дается определение четырехугольника и предлагается задача на усвоение определения.** Рассказывается, какие стороны и вершины называются соседними и противоположными. Дают определение диагоналей и периметра четырехугольника



5



7



3



# «Геометрия, 7-11», А. В. Погорелов

Далее дается определение **параллелограмма, прямоугольника, ромба и квадрата**. Определение прямоугольника и ромба даются на основе параллелограмма.

**Доказывается признак параллелограмма.** Доказываются свойства параллелограмма, прямоугольника и ромба. Рассматривается по одной задаче на каждое свойство параллелограмма. Для ромба и прямоугольника предлагаются задачи на использование определения.

**Определение квадрата** дается на основе прямоугольника. Так же говорится, что квадрат является ромбом, так как стороны квадрата равны. На основе этого делается вывод, что квадрат обладает свойствами прямоугольника и ромба. Приводится пример использования определения при решении задачи.



5



7



3



## «Геометрия, 7-11», А. В. Погорелов

Так же в данном параграфе изучается **теорема Фалеса и средняя линия треугольника**. После приведения доказательства теоремы Фалеса автор делает замечание, что в качестве сторон угла можно взять любые две прямые. Предлагается задача разделить отрезок на  $n$  равных частей. При изучении средней линии треугольника дается определение и доказательство теоремы о средней линии треугольника.



5



7



3



## «Геометрия, 7-11», А. В. Погорелов

В следующем пункте рассматривается еще один вид четырехугольника - **трапеция**. Вводятся определения трапеции и средней линии трапеции. Доказывается теорема о средней линии трапеции.

В последних пунктах параграфа доказывается **теорема о пропорциональных отрезках** и рассказывается, как построить четвертый пропорциональный отрезок.



5



7



3



**«Геометрия, 7-11», А. В. Погорелов**  
**изучение темы «Четырехугольники»**  
**идет по следующей схеме:**

- Параллелограмм
- Прямоугольник
- Ромб
- Квадрат
- Трапеция



5



7



3



# «Геометрия, 7-9», Л. С. Атанасян

Тема «Четырехугольники» изучается в начале восьмого класса. На её изучение отводится целая глава. Первый параграф данной главы посвящен многоугольникам. Дается определение многоугольника (п. 39), а также что называют вершинами и сторонами многоугольника.

Говорится, что **называется *n*-угольником**. Приводятся примеры фигур, которые являются многоугольниками и тех, которые не являются многоугольниками. Дается определение соседних вершин и диагоналей многоугольника. В конце данного пункта говорит о том, что любой многоугольник разделяет плоскость на две части (внутренняя и внешняя область многоугольника)



5



7



3



## «Геометрия, 7-9», Л. С. Атанасян

В следующем пункте первого параграфа (п. 40) автор рассказывает о **выпуклых многоугольниках**. Приводит пример выпуклого и невыпуклого многоугольника. Рассматривая выпуклый  $n$ -угольником  $A_1A_2A_3...A_{n-1}A_nA_1$  автор говорит, что углы  $A_nA_1A_2$ ,  $A_1A_2A_3$ , ...,  $A_{n-1}A_nA_1$  называются углами этого многоугольника и показывает чему равняется сумма углов выпуклого  $n$ -угольника.



5



7



3



## «Геометрия, 7-9», Л. С. Атанасян

Последний пункт данного параграфа (п. 41) **посвящен четырехугольнику**. Автор не дает определения четырехугольника, он просто говорит, что четырехугольник имеет четыре вершины, четыре стороны и две диагонали. Дает определение противоположных сторон и вершин. Приводит **пример выпуклого и невыпуклого четырехугольника**. На основании суммы углов выпуклого *n*-угольника делается вывод, что сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360 градусов.



5



7



3



## «Геометрия, 7-9», Л. С. Атанасян

Второй параграф посвящен **параллелограмму и трапеции**. При изучении параллелограмма (п. 42) дается его определение, и доказываются его свойства. Л. С. Атанасян предлагает другой способ доказательства свойств параллелограмма по сравнению с учебником А. В. Погорелова. Данные доказательства являются меньшими по объему и легче усваиваются учениками.

В следующем пункте параграфа (п. 43) рассказывается о **признаках параллелограмма**. В отличие от А. В. Погорелова Л. С. Атанасян рассматривает три признака параллелограмма. Это позволяет быстрее решать задачи на доказательство.



5



7



3



## «Геометрия, 7-9», Л. С. Атанасян

Последний пункт параграфа (п. 44) отводится **трапеции**. В этом пункте дается определение трапеции и рассматриваются виды трапеции. В этом учебнике также предлагается для изучения теорема Фалеса, но в явном виде она не выделена отдельным пунктом

Третий параграф посвящен **прямоугольнику, ромбу и квадрату**. Определение прямоугольника и ромба даются на основе параллелограмма (аналогично с учебником А. В. Погорелова ). Так как прямоугольник и ромб являются параллелограммом, то они обладают всеми свойствами параллелограмма (этот факт не оговаривается в учебнике А. В. Погорелова ).



5



7



3



## «Геометрия, 7-9», Л. С. Атанасян

Также в учебнике **рассматриваются особые свойства прямоугольника и ромба.** Определение и свойство квадрата рассматриваются подобно, что и в учебнике А. В. Погорелова , добавляются особые свойства квадрата. В конце параграфа отдельным пунктом (п. 47) **выделена осевая и центральная симметрия.** В конце главы предлагаются задачи на отработку ЗУН.



5



7



3



**Изучение четырехугольников в учебнике Л. С. Атанасяна идет по следующей схеме**

- Параллелограмм
- Трапеция
- Прямоугольник
- Квадрат
- Ромб



5



7



3



Итак, совершенно ясно, что данные учебные пособия имеют значительные различия.

В учебном пособии под редакцией А.В. Погорелова на изучение в **8 классе** темы «Четырехугольники» отводится **20 часов**, и понятие многоугольника не рассматривается

В учебном же пособии Л.С. Атанасяна на изучение в **8 классе** этой темы отводится всего **14 часов**, причем понятие многоугольников изучается в этом параграфе.



5



7



3



**Везде осуществляется одинаковый подход во введении частных параллелограммов, ромбов и квадратов, прямоугольников.**

- дается определение (через ранее изученный вид четырехугольников);
- указываются элементы;
- формулируются и доказываются свойства и признаки;
- рассматривается задача на построение этого четырехугольника.



5



7



3



# Оформление

Учебник под редакцией Л.С. Атанасяна отличается достаточной красочностью и количеством наглядностей.

Однако, сравнивая с учебником А.В. Погорелова, наглядности в учебном пособии Л. С. Атанасяна меньшего масштаба, что порой доставляет неудобства.



5



7



3



# Методика подачи материала в учебных пособиях

Более легкая трактовка определений и доказательств теорем представлена в учебном пособии под редакцией **Л.С. Атанасяна**.  
Материал усваивается легче, несмотря на то, что объем часов, отведенных на изучение данных тем, меньше, чем в учебном пособии **А.В. Погорелова**.

Можно сделать вывод, что учебное пособие под редакцией **А.В. Погорелова** изучает рассматриваемые темы более глубоко, однако многие из них написаны непонятным для подростков языком, что вызывает затруднения при их изучении.



5



7



3



## Сравнение учебников по теме «Четырехугольник»

| Темы:                        | Учебник Погорелова | Учебник Атанасяна |
|------------------------------|--------------------|-------------------|
| Определение четырехугольника | +                  | +                 |
| Элементы четырехугольника    | +                  | -                 |
| Сумма углов четырехугольника | -                  | +                 |
| Периметр четырехугольника    | +                  | -                 |
| Определение параллелограмма  | +                  | +                 |
| Свойства параллелограмма     | -                  | +                 |
| Определение прямоугольника   | +                  | +                 |
| Свойства прямоугольника      | +                  | +                 |
| Определение ромба            | +                  | +                 |
| Свойства ромба               | +                  | +                 |
| Определение квадрата         | +                  | +                 |
| Свойства квадрата            | +                  | +                 |
| Определение трапеции         | +                  | +                 |
| Средняя линия трапеции       | +                  | -                 |
| Виды трапеции                | -                  | +                 |
|                              |                    |                   |



5



7



3



# Параллелограмм

|             | Учебник Погорелова                                                                                                                                                                                                      | Учебник Атанасяна                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Определение | Параллелограмм – это четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны, т.е. лежат на параллельных прямых.                                                                                                | Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Свойства    | <ol style="list-style-type: none"><li>1. Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.</li><li>2. У параллелограмма противоположные стороны равны, противоположные углы равны.</li></ol> | <ol style="list-style-type: none"><li>1. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.</li><li>2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам</li></ol>                                                                                                                                                                                                            |
| Признаки    | Если диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник - параллелограмм                                                                                             | <ol style="list-style-type: none"><li>1. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм.</li><li>2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.</li><li>3. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.</li></ol> |



5



7



3



# Прямоугольник

|             | Учебник Погорелова                                             | Учебник Атанасяна                                                              |
|-------------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| Определение | Прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые | Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые          |
| Свойства    | Диагонали прямоугольника равны                                 | Диагонали прямоугольника равны                                                 |
| Признаки    |                                                                | Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – прямоугольник |



5



7



3



# Ромб

|             | Учебник Погорелова                                                                              | Учебник Атанасяна                                                 |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| Определение | Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны                                         | Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны.   |
| Свойства    | Диагонали ромба пересекаются под прямым углом. Диагонали ромба являются биссектрисами его углов | Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам. |



5



7



3



# Квадрат

|             | Учебник Погорелова                                                                                                                                                                                                  | Учебник Атанасяна                                                                                                                                                                                          |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Определение | Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны                                                                                                                                                           | Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны                                                                                                                                           |
| Свойства    | <ol style="list-style-type: none"><li>1. У квадрата все углы прямые.</li><li>2. Диагонали квадрата равны.</li><li>3. Диагонали квадрата пересекаются под прямым углом и являются биссектрисами его углов.</li></ol> | <ol style="list-style-type: none"><li>1. Все углы квадрата прямые.</li><li>2. Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и деля углы квадрата пополам</li></ol> |



5



7



3



# Трапеция

|             | <i>Учебник Погорелова</i>                                                                       | <i>Учебник Атанасяна</i>                                                                                                                                                                           |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Определение | Трапедией называется четырехугольник, у которого только две противолежащие стороны параллельны. | Трапедией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.                                                                                     |
| Виды        | Трапедия, у которой боковые стороны равны, называется равнобокой.                               | <ol style="list-style-type: none"><li>1. Трапедия называется равнобедренной, если ее боковые стороны равны.</li><li>2. Трапедия, один из углов которой прямой, называется прямоугольной.</li></ol> |



5



7



3



# Классификация задач по видам

| Виды<br>четырехугольников | Сколько задач в<br>учебнике Погорелова | Сколько задач в<br>учебнике Атанасяна |
|---------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------|
| Параллелограмм            | 19                                     | 13                                    |
| Прямоугольник             | 6                                      | 4                                     |
| Ромб                      | 5                                      | 5                                     |
| Квадрат                   | 6                                      | 3                                     |
| Трапеция                  | 12                                     | 6                                     |



# Классификация свойств по видам

| Параллелограмм                                                                 | Прямоугольник                                       | Ромб                                               | Квадрат                                                               | Трапеция                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Противоположные стороны равны                                               | 1. Прямоугольник имеет все свойства параллелограмма | 1. Ромб имеет все свойства параллелограмма         | 1. Квадрат имеет все свойства параллелограмма, прямоугольника и ромба | 1. У трапеции только две противоположные стороны параллельны                          |
| 2. Противоположные стороны параллельны                                         | 2. Все углы прямые                                  | 2. Все стороны ромба равны                         | 2. Периметр квадрата в четыре раза больше его стороны                 | 2. Её средняя линия параллельна основаниям и равна их полу сумме                      |
| 3. Сумма соседних углов равна $180^\circ$                                      | 3. Диагонали равны                                  | 3. Диагонали ромба перпендикулярны                 | 3. Диагональ квадрата образует с каждой стороны угол $45^\circ$       | 3. если трапеция равнобокая, то ее диагонали равны и углы при основании равны         |
| 4. Диагонали параллелограмма пересекаются и делятся точкой пересечения пополам |                                                     | 4. Диагонали ромба лежат на биссектрисах его углов |                                                                       | 4. если трапеция равнобокая, то около нее можно описать окружность                    |
| 5. Противоположные углы равны                                                  |                                                     | 5. Высоты ромба равны                              |                                                                       | 5. если сумма оснований равна сумме боковых сторон, то в нее можно вписать окружность |

5



3





5



7



3



# Формулы четырехугольников, отсутствующие в учебниках

| Четырехугольник | Площадь                                                                           | Периметр      | Диагональ                  |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------|----------------------------|
| Квадрат         | $S = a^2$<br>$S = \frac{1}{2} dd$                                                 | $P = 4a$      | $d = a\sqrt{2}$            |
| Прямоугольник   | $S = ab$                                                                          | $P = 2(a+b)$  | $d = \sqrt{a^2 + b^2}$     |
| Параллелограмм  | $S = ah$ . $S = bh$<br>$S = ab \sin \varphi$<br>$S = \frac{1}{2} ab \sin \varphi$ | $P = 2(a+b)$  | $d^2 + d^2 = 2(a^2 + b^2)$ |
| Ромб            | $S = ah$<br>$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$<br>$S = a^2 \sin \varphi$                   | $P = 4a$      | $d^2 + d^2 = 4a^2$         |
| Трапеция        | $S = \frac{1}{2} (a + b)h$                                                        | $P = a+b+c+d$ |                            |



5



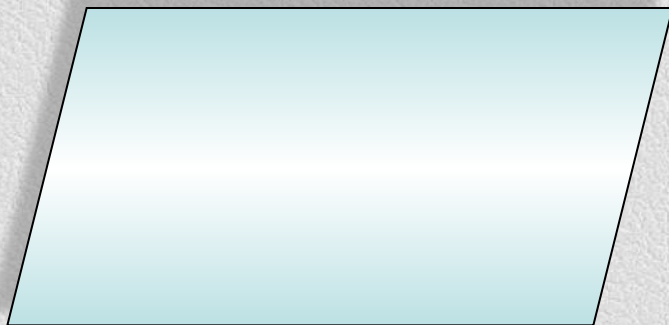
7



3



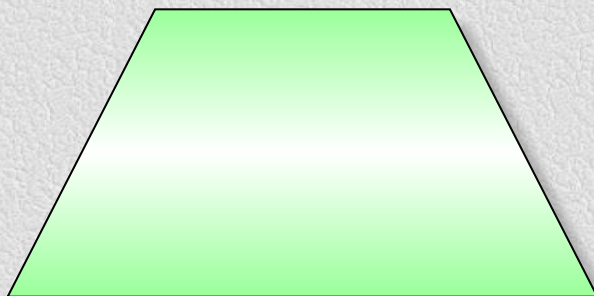
# Четырехугольники



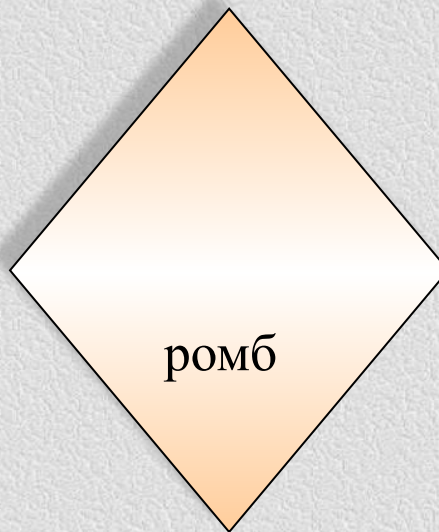
параллелограмм



прямоугольник



трапеция



ромб



5



7



3



БЛАГОДАРЮ  
ЗА  
ВНИМАНИЕ