* 11.10

Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

* Домашнее задание:

* П. 46-47,
* №441 (в-з)

*Устная работа

1. Дано: A(-3;-2;4), B(-4;3;2).
   Найти: $|\overrightarrow{AB}|$.

2. Дано: A(2;-3;1), B(4;-5;0), C (5;0;-4), D(7;-2;-3).
Равны ли векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$?

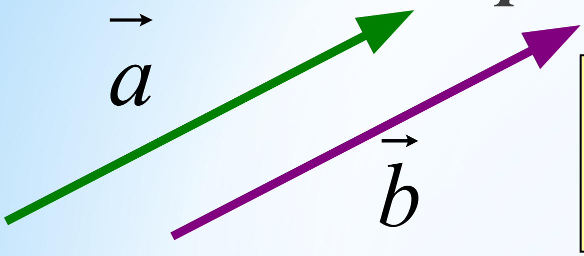
3. Коллинеарны ли векторы

$\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$, если A(1;-3;4),

B(5;1;-2), C(2;0;14), D(4;-2;2)?

*Повторение:

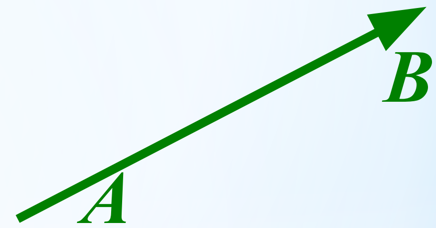
*Какие векторы называются равными?



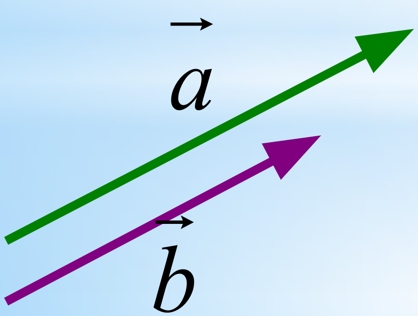
$$\vec{a} = \vec{b},\ \text{если}\ \ |\vec{a}| = |\vec{b}|;\ \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

- **Как найти длину вектора по координатам его начала и конца?**

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



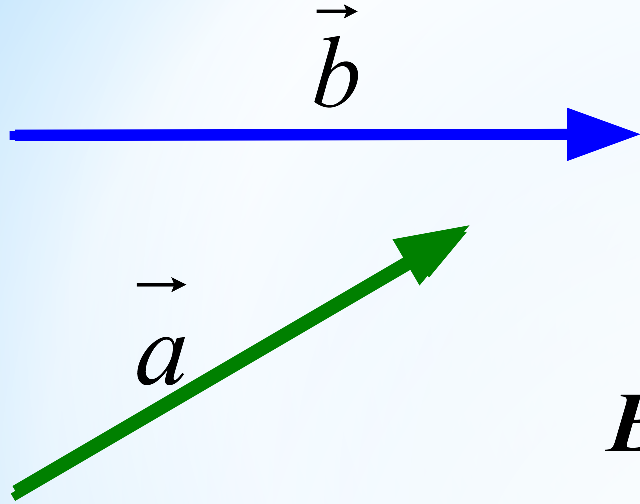
- **Какие векторы называются коллинеарными?**



$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b} \quad \textbf{или} \quad \vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$$

$$\vec{a} = \lambda \cdot \vec{b} \qquad \begin{cases} x_1 = \lambda \cdot x_2 \\ y_1 = \lambda \cdot y_2 \\ z_1 = \lambda \cdot z_2 \end{cases}$$

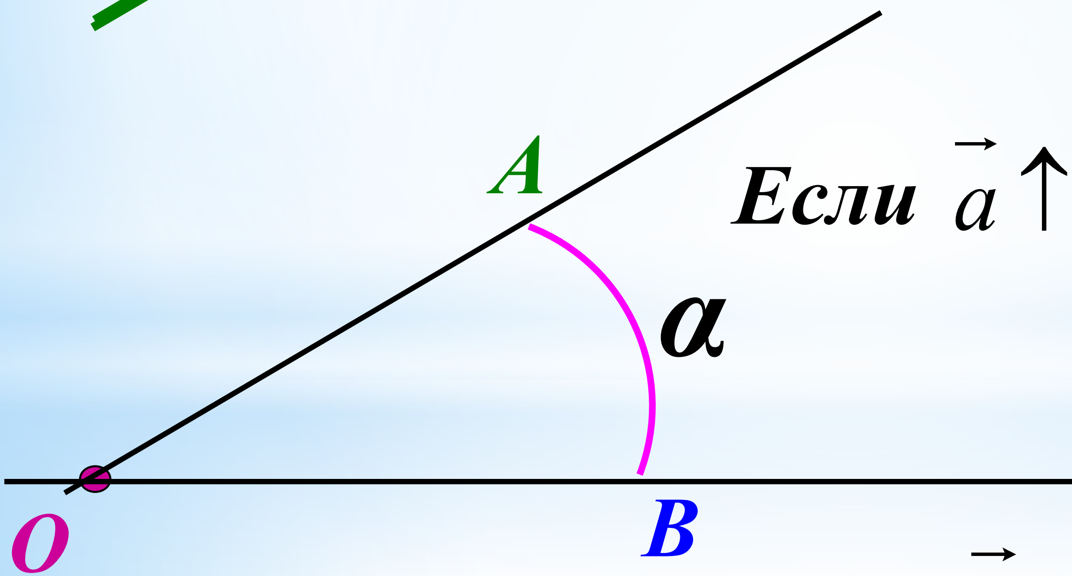
*Угол между векторами.



$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ $\quad \overrightarrow{OB} = \vec{b}$

$$\left(\widehat{\vec{a}\vec{b}}\right) = \alpha$$

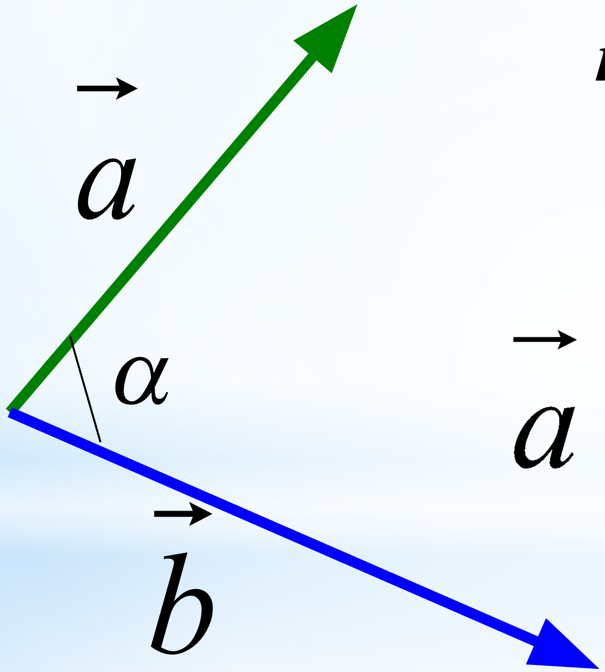
Если $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$, **то** $\left(\widehat{\vec{a}\vec{b}}\right) = 0^0$



Если $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$, **то** $\left(\widehat{\vec{a}\vec{b}}\right) = 180^0$

Если $\vec{a} \perp \vec{b}$, **то** $\left(\widehat{\vec{a}\vec{b}}\right) = 90^0$

*Скалярное произведение векторов.



Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos\alpha$$

Вспомним планиметрию…

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\alpha$$

Если $\vec{a}\perp\vec{b}$ *, то* $\cos 90^0 = 0 \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = 0$

Если $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{b}$ *, то* $\cos 180^0 = -1 \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = -|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$

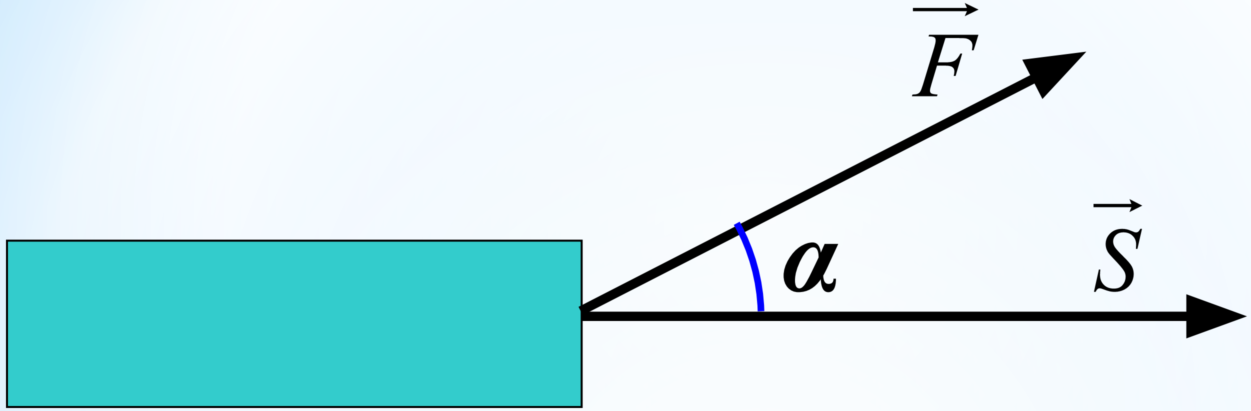
Если $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}$ *, то* $\cos 0^0 = 1 \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$

Если $\vec{a}=\vec{b}$ *, то* $\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}| = |\vec{a}|^2 = \vec{a}^{\,2}$

Скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{a}$ *называется*

скалярным квадратом вектора

*Пример применения скалярного произведение векторов в физике.



Если $\left(\widehat{\vec F\,\vec S}\right) = \alpha,$ ***то***

$$A = \underbrace{\left|\vec F\right| \cdot \left|\vec S\right| \cdot \cos\alpha}$$

Скалярное произведение векторов.

* Формула скалярного произведения векторов в пространстве.

$$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\} \qquad \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$$

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}$$

Скалярное произведение двух векторов равно сумме произведений соответствующих координат этих векторов.

$$\cos\alpha = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

*Решение задач.

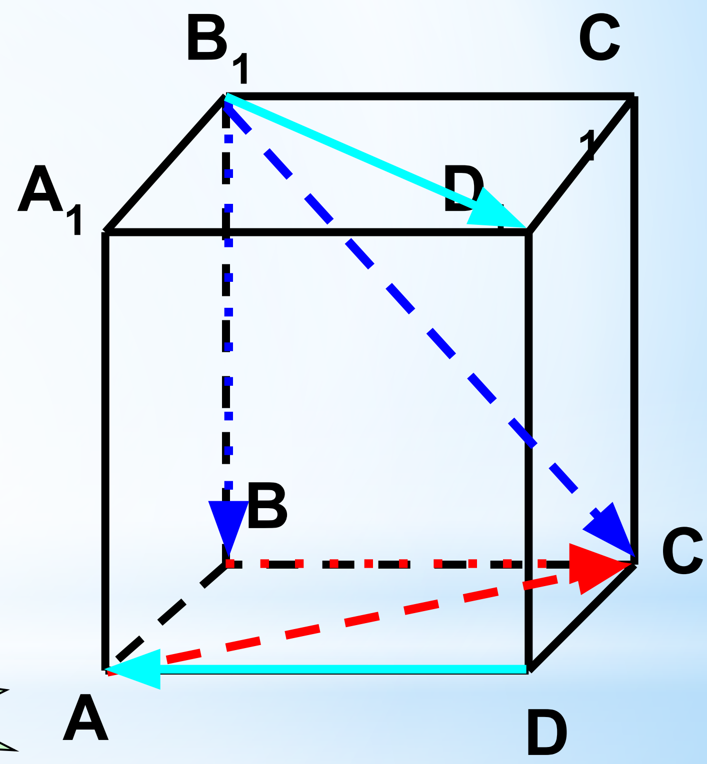
Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

Найдите угол между векторами:

а) $\overrightarrow{B_1B}$ *и* $\overrightarrow{B_1C}$ **45^0**

б) $\overrightarrow{BC}$ *и* $\overrightarrow{AC}$ **45^0**

в) $\overrightarrow{DA}$ *и* $\overrightarrow{B_1D_1}$ **135^0**



*№ 443 (г)

Дано: куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$;

$AB = a$; O_1 – центр грани $A_1B_1C_1D_1$

Найти: $\overrightarrow{BA_1} \cdot \overrightarrow{BC_1}$

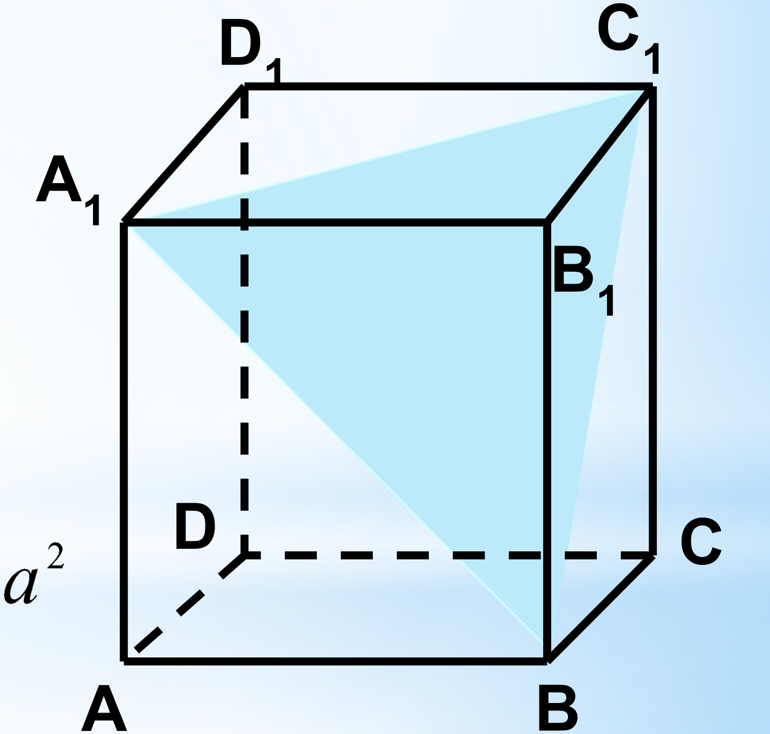
1 способ:

ΔBA_1C_1 – правильный

$BA_1 = BC_1 = a\sqrt{2}$

$\left(\widehat{\overrightarrow{BA_1}\,\overrightarrow{BC_1}}\right) = 60^0$

$\overrightarrow{BA_1} \cdot \overrightarrow{BC_1} = a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 60^0 = a^2$



Ответ: a^2

№ 443 (г)

Дано: куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$;

$AB = a$; O_1 – центр грани $A_1B_1C_1D_1$

Найти: $\overrightarrow{BA_1} \cdot \overrightarrow{BC_1}$

2 способ:

$$\overrightarrow{BA_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AA_1}$$

$$\overrightarrow{BC_1} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1}$$

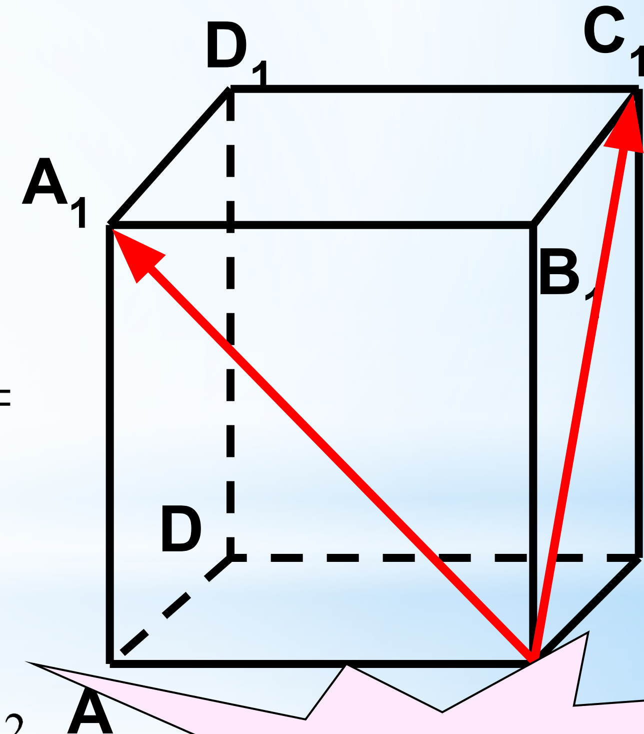
$$\boxed{\overrightarrow{BA_1} \cdot \overrightarrow{BC_1} - ?}$$

$$\overrightarrow{BA_1} \cdot \overrightarrow{BC_1} = \left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AA_1}\right) \cdot \left(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1}\right) =$$

$$= \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CC_1} + \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{BC} +$$

$$+ \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{CC_1} =$$

$$= 0 + 0 + 0 + a \cdot a \cdot \cos 0^0 = a^2$$



***Ответ:* a^2**

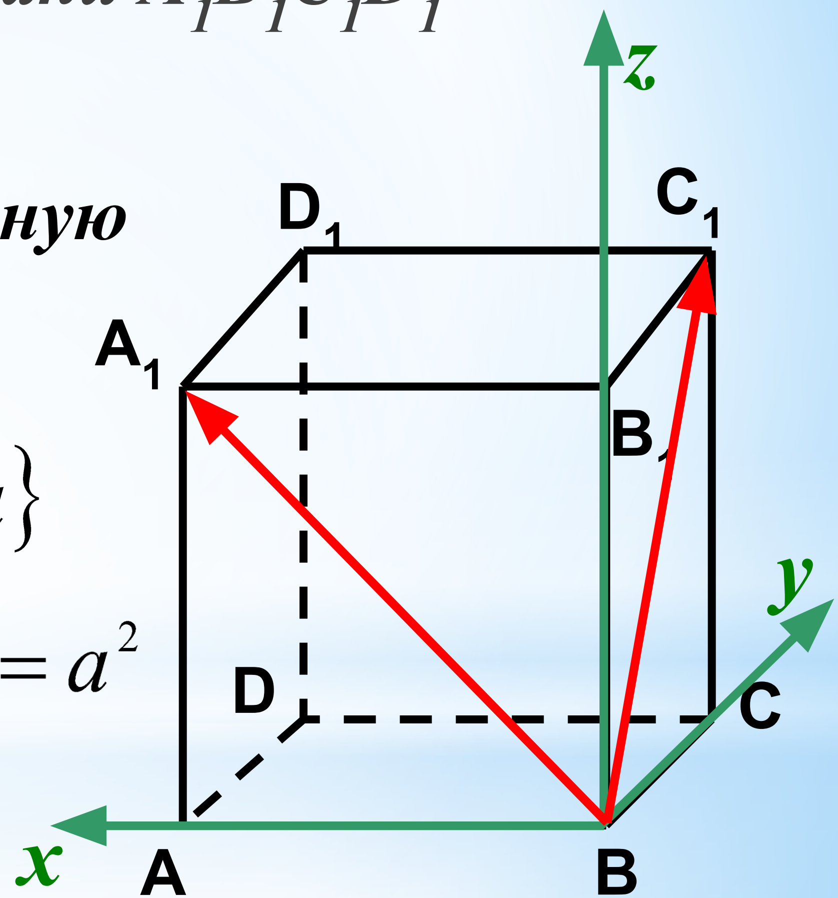
*# № 443 (г)

Дано: куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$;

$AB = a$; O_1 – центр грани $A_1B_1C_1D_1$

Найти: $\overrightarrow{BA_1} \cdot \overrightarrow{BC_1}$

3 способ: Введем прямоугольную систему координат.



$$\overrightarrow{BA_1}\{a;0;a\} \qquad \overrightarrow{BC_1}\{0;a;a\}$$

$$\overrightarrow{BA_1} \cdot \overrightarrow{BC_1} = a \cdot 0 + 0 \cdot a + a \cdot a = a^2$$

Ответ: a^2

Решаем по рядам:

*№ 443

1 – а)

а
2

2 – б)

-2
$а^2$

3 – в)

0

Дополнительная задача:

Вычислите угол между вектором а и координатным вектором i.

$$\vec{a}\{2;1;2\}$$