

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

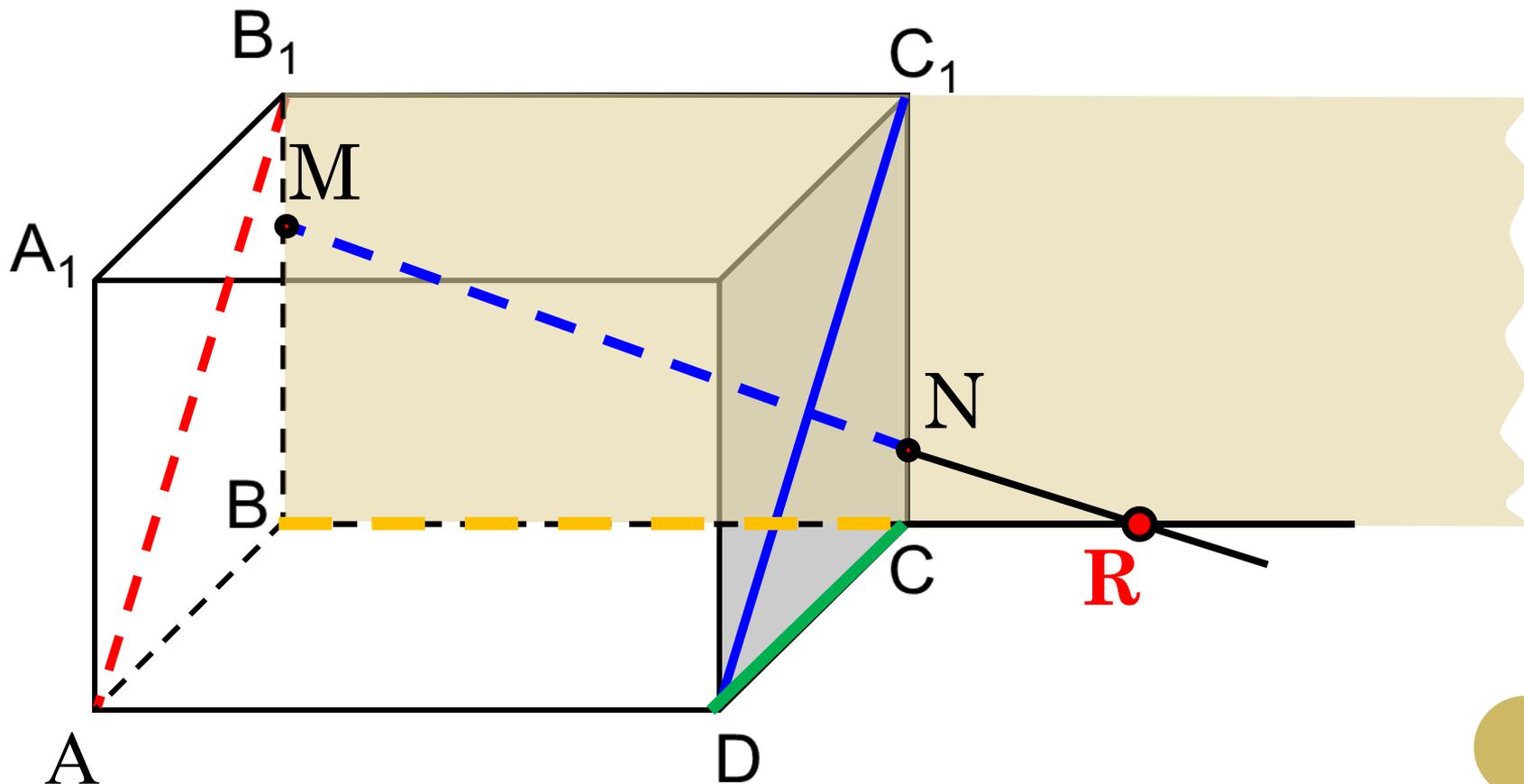
ПО УЧЕБНИКУ И.М. СМИРНОВОЙ
(МОЖЕТ ПРИМЕНЯТЬСЯ И К ДРУГИМ УЧЕБНИКАМ ПО ГЕОМЕТРИИ)



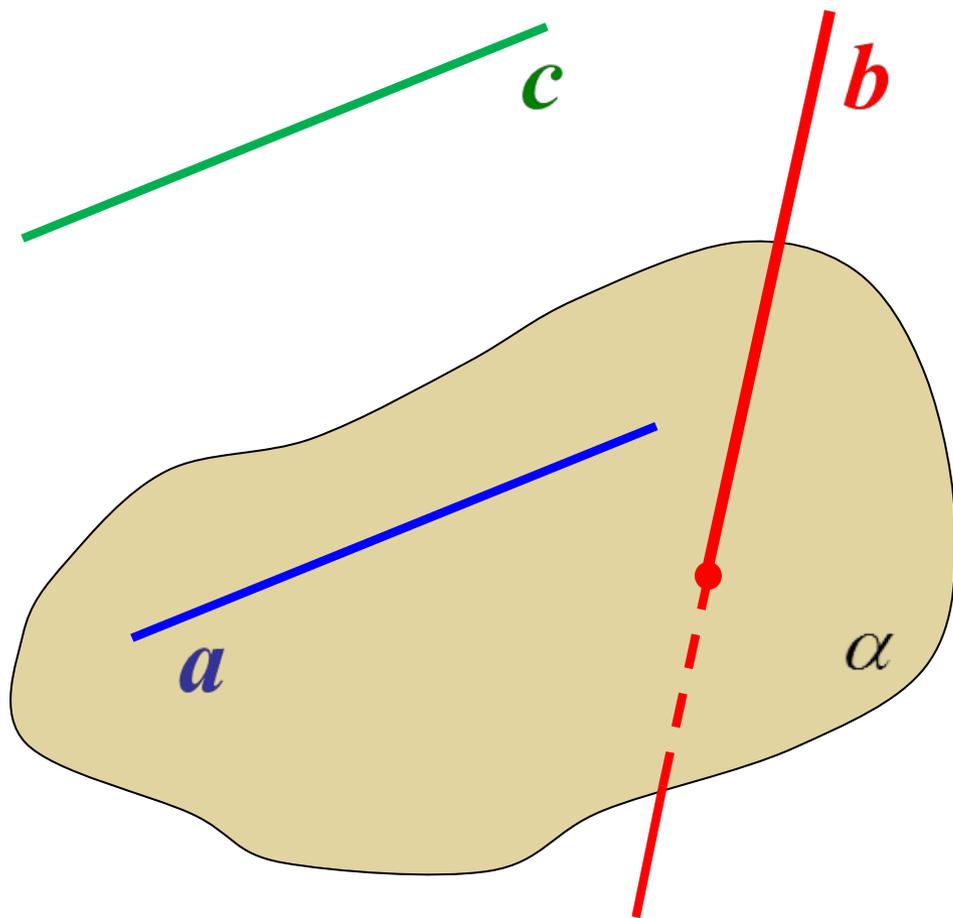
Учитель математики
МАОУ «Обдорская гимназия»
г. Салехард ЯНАО
Е.И. Гусак

КАК РАСПОЛАГАЮТСЯ ПРЯМЫЕ

$AB_1 \parallel DC_1$ $AB_1 \perp MN$ $MN \perp DC$ $MN \cap BC$



КАК МОГУТ РАСПОЛАГАТЬСЯ ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ?



Лежать в плоскости

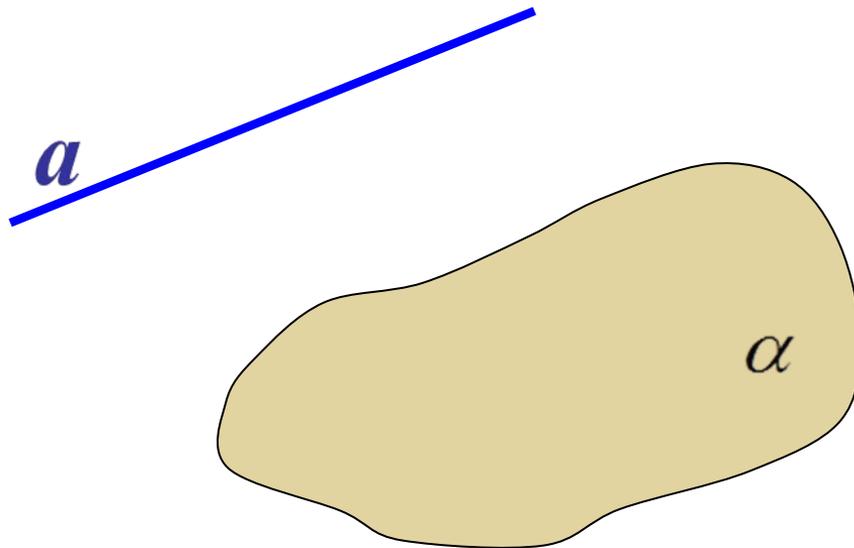
**Пересекать
плоскость**

**Не иметь с плоскостью
ни одной общей точки**



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют ни одной общей точки



ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ

Прямая и
плоскость

Имеют общие точки

Не имеют общих точек

(параллельны)

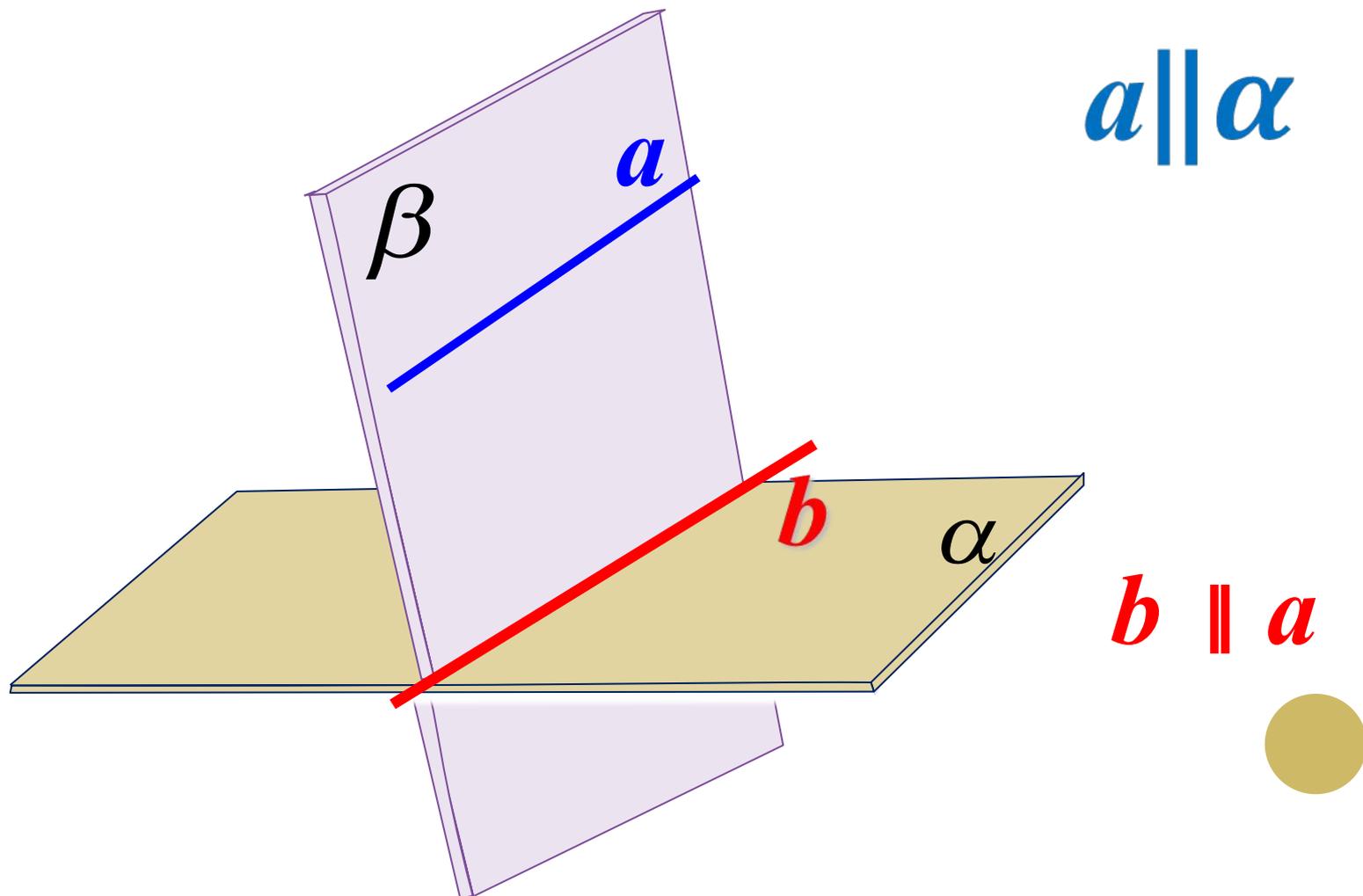
Имеют **одну** общую
точку
(пересекаются)

Имеют **более одной** общей
точки
(прямая лежит в плоскости)



ТЕОРЕМА. (ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ДВУХ ПРЯМЫХ)

Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.

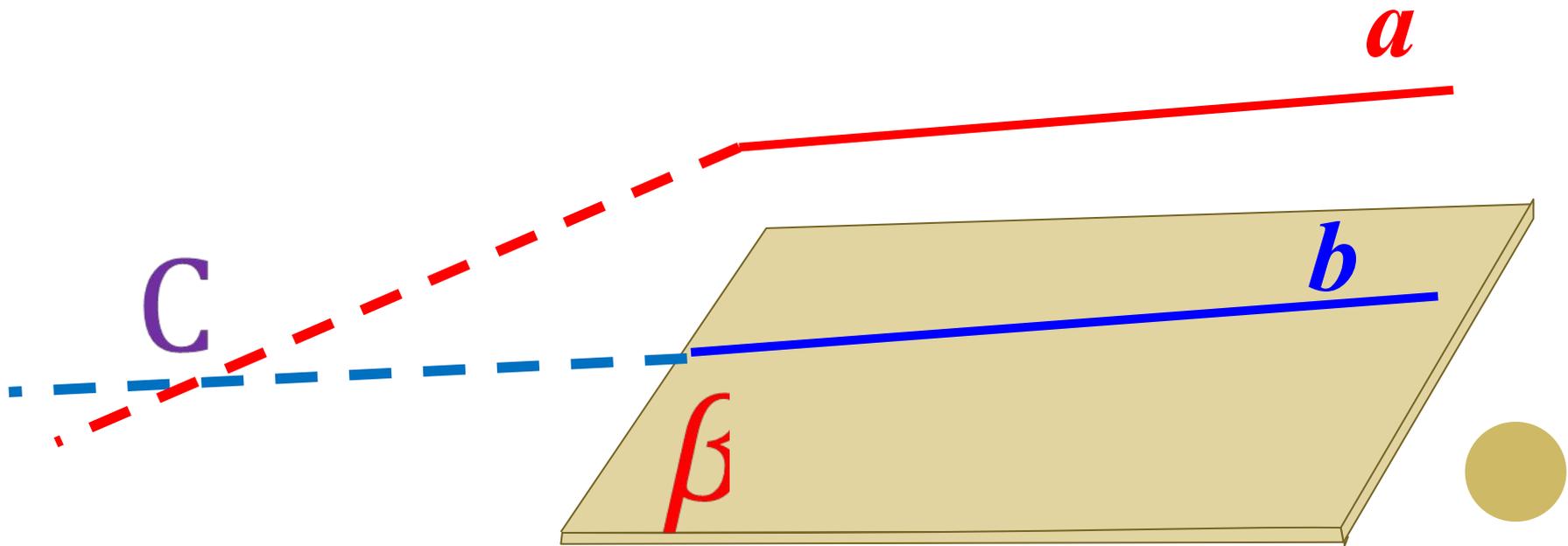


ТЕОРЕМА (ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ)

Если прямая не лежащая в данной плоскости, параллельна некоторой прямой, лежащей в этой плоскости, то данная прямая параллельна самой плоскости.

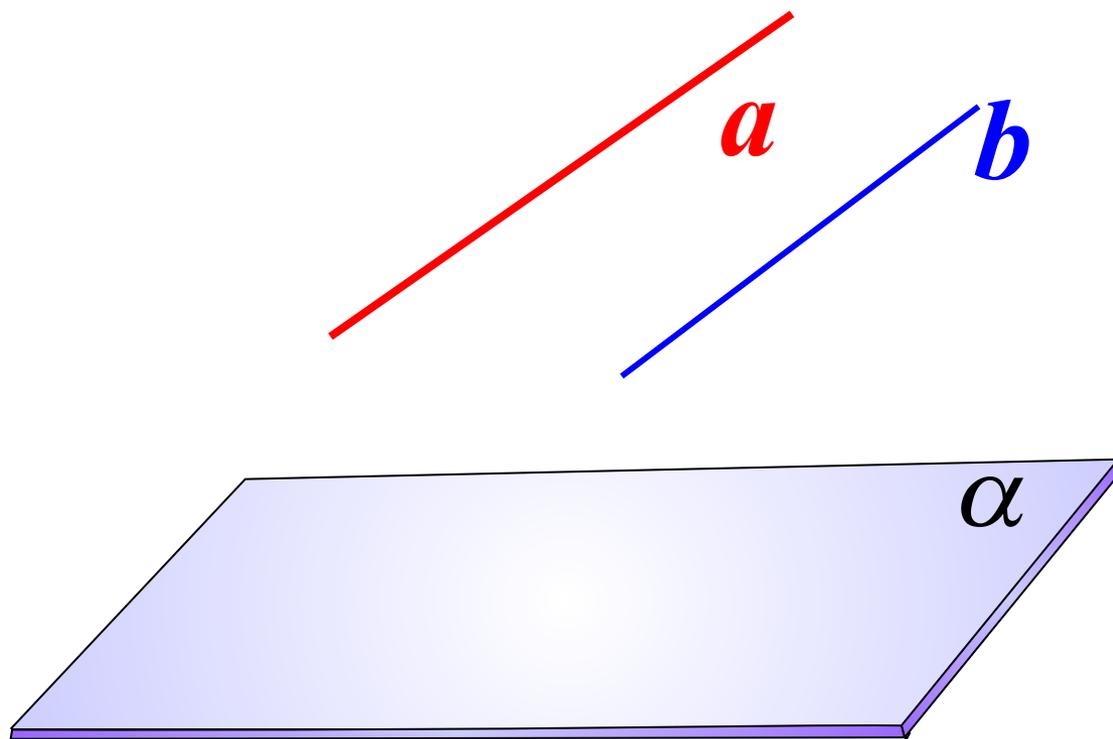
Дано: $a \notin \beta, a \parallel b$

Доказать: $a \parallel \beta$



Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.

$$(a \parallel b, a \parallel \alpha) \Rightarrow (b \parallel \alpha \vee b \subset \alpha)$$



ТЕОРЕМА. (ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМЫХ): СВ-ВО ТРАНЗИТИВНОСТИ

Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны между собой.

$$(a \parallel c, b \parallel c) \Rightarrow (a \parallel b)$$

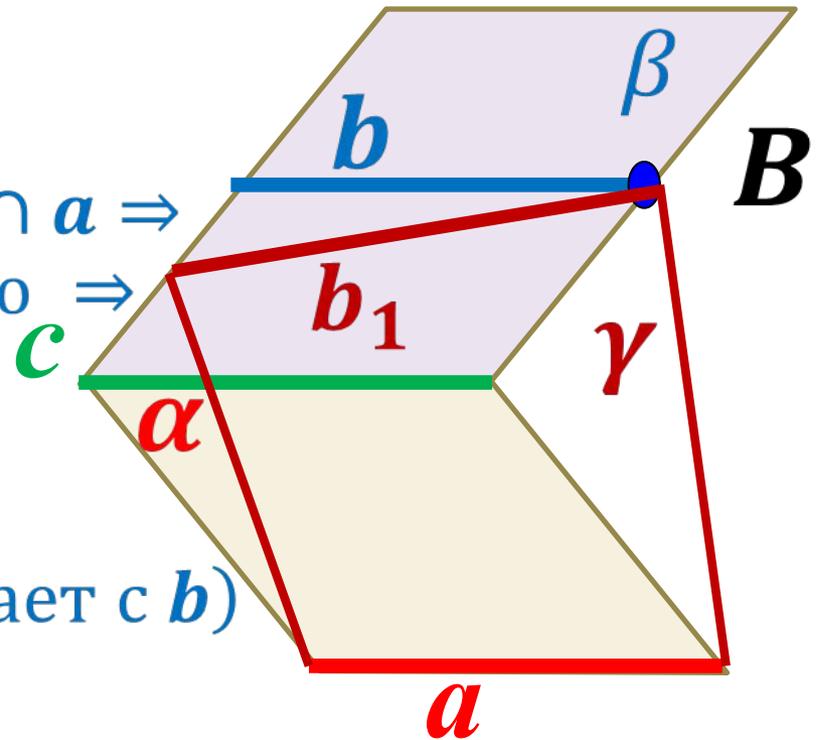
$$\gamma: B \text{ и } a \quad \gamma \cap \beta = b_1$$

Пусть $b_1 \cap \alpha \Rightarrow b_1 \cap c$ и $b_1 \cap a \Rightarrow c \cap a$ противоречие условию \Rightarrow

$$b_1 \text{ не } \cap c \Rightarrow b_1 \parallel c$$

$$(b_1 \parallel c \text{ и } b \parallel c) \Rightarrow (b_1 \text{ совпадает с } b)$$

$$\left(\begin{array}{l} b_1 \text{ не } \cap a \\ b_1 \text{ совп. с } b \\ \{b_1, b, a \subset \gamma\} \end{array} \right) \Rightarrow (b \text{ не } \cap a) \Rightarrow (a \parallel b)$$



Что и т. д.

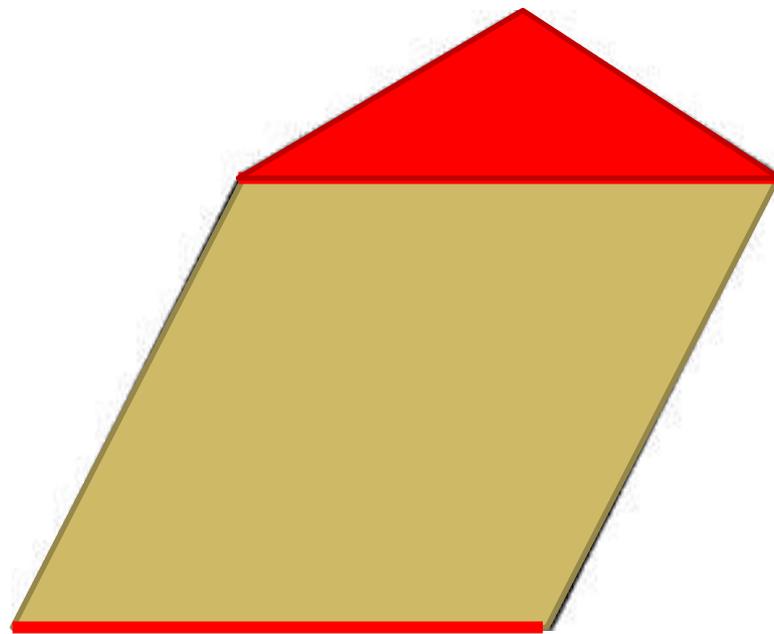
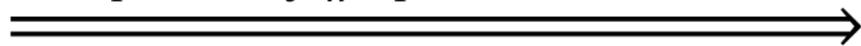
Задача. Доказать, что ребра одного основания призмы параллельны другому основанию этой призмы.

Решение.

Боковые грани – параллелограммы \Rightarrow

каждое ребро одного
основания призмы
параллельно ребру другого ее
основания

по признаку \parallel прямой и плоскости



каждое ребро одного основания призмы
параллельно другому ее основанию



ЗАДАЧА. ЧЕРЕЗ ТОЧКУ, НЕ ПРИНАДЛЕЖАЩУЮ ДАННОЙ ПЛОСКОСТИ, ПРОВЕСТИ ПРЯМУЮ, ПАРАЛЛЕЛЬНУЮ ЭТОЙ ПЛОСКОСТИ. СКОЛЬКО МОЖНО ПОСТРОИТЬ ТАКИХ ПРЯМЫХ?

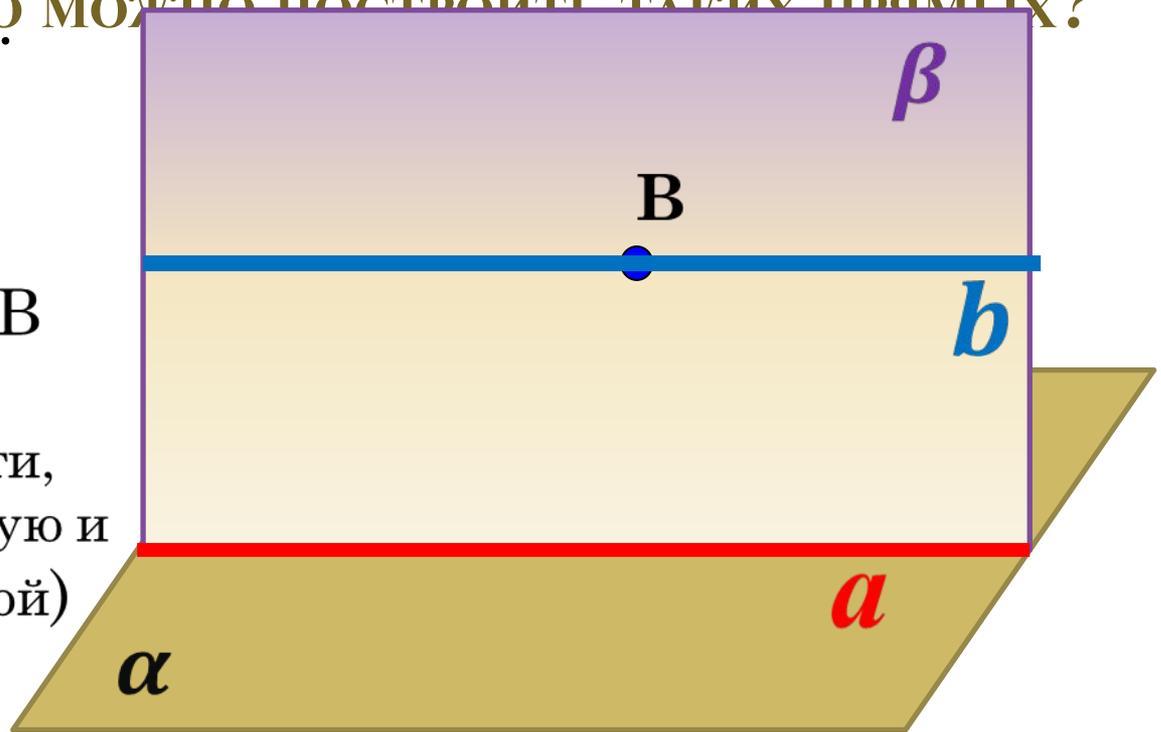
Решение.
 Дана плоскость α
 и точка B не $\in \alpha$.

Проведем $a \subset \alpha$.

Проведем через a и B

(по следствию о существовании плоскости, проходящей через прямую и точку не \in данной прямой)

плоскость β .



В β через B проведем $b \parallel a$ по признаку \parallel прямой и плоскости \longrightarrow

$b \parallel \alpha$. Итак, b – искомая прямая.

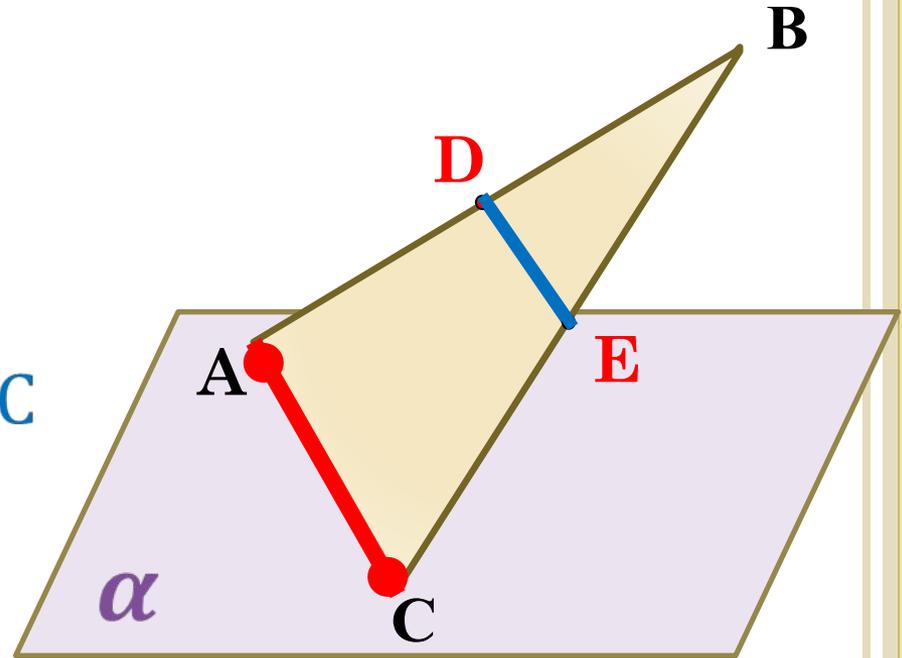
Таких прямых можно построить **бесконечно много**.

Задача. Плоскость α проходит через сторону AC треугольника ABC. Точки D и E - середины отрезков AB и BC соответственно. Докажите, что $DE \parallel \alpha$.

Доказательство.

$$(ABC) \cap \alpha = AC$$

DE – средняя линия ΔABC
по определению $\Rightarrow DE \parallel AC$



$$DE \parallel AC \xrightarrow{\text{по Т(признак } \parallel \text{ пр.и пл.)}} DE \parallel \alpha$$

Что и т. д.

Задача. В треугольнике ABC на стороне AB выбрана точка D такая, что $BD:BA = 1:3$. $AC \parallel \alpha$.
Найти отношение $BD_1 : D_1C$.

Решение.

$(AC \parallel \alpha, (ABC) \cap \alpha = DD_1)$

по Т(признак \parallel 2-х пр.)

$\implies (AC \parallel DD_1)$

$\Delta DBD_1 \sim \Delta ABC$ по двум углам

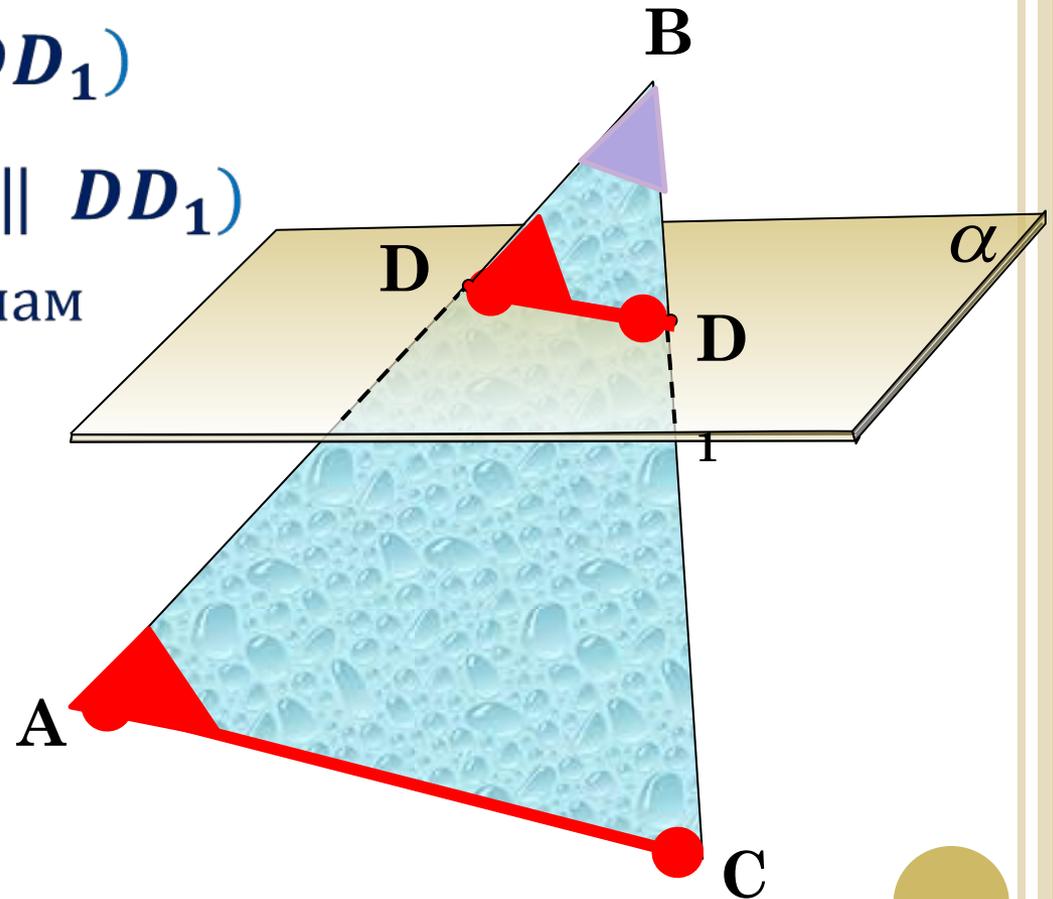
$$\implies \frac{BD}{BA} = \frac{BD_1}{BC} = \frac{1}{3} \implies$$

$$BD_1 = k, BC = 3k \implies$$

$$D_1C = 3k - k = 2k \implies$$

$$\frac{BD_1}{D_1C} = \frac{1}{2}$$

Ответ: 1:2.



**Задача. Докажите, что середины сторон
пространственного четырёхугольника являются
вершинами параллелограмма.**

ВСПОМНИМ

Доказательство.

ABCD-пространственный четырёхугольник,

M, N, K, L – середины сторон

AC – диагональ ABCD.

MN – средняя линия $\triangle ABC$,

LK – средняя линия $\triangle ACD$.

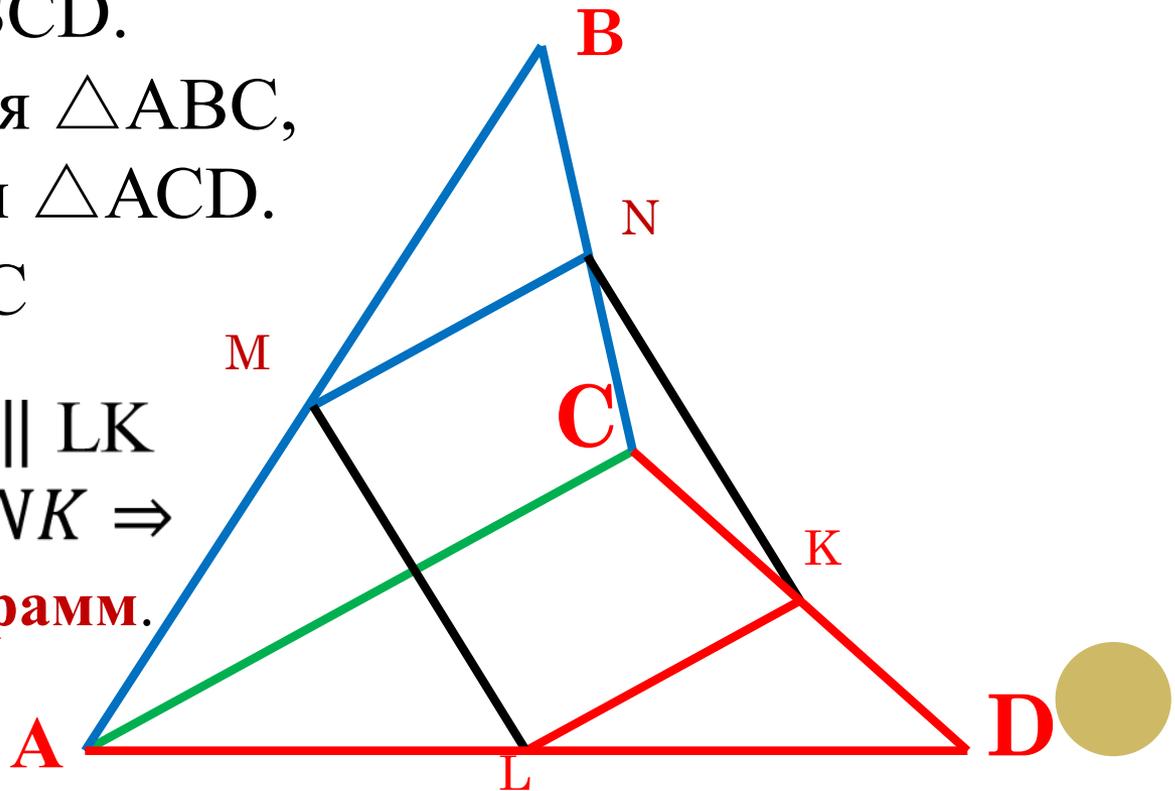
$MN \parallel AC$ и $LK \parallel AC$

по Т(признак \parallel пр.)
 $\implies MN \parallel LK$

Аналогично, $ML \parallel NK \implies$

MNKL – параллелограмм.

Что и т.д.



Задача. Даны две скрещивающиеся прямые. Как через одну из них провести плоскость, параллельную другой?

Дано: $a \div b$

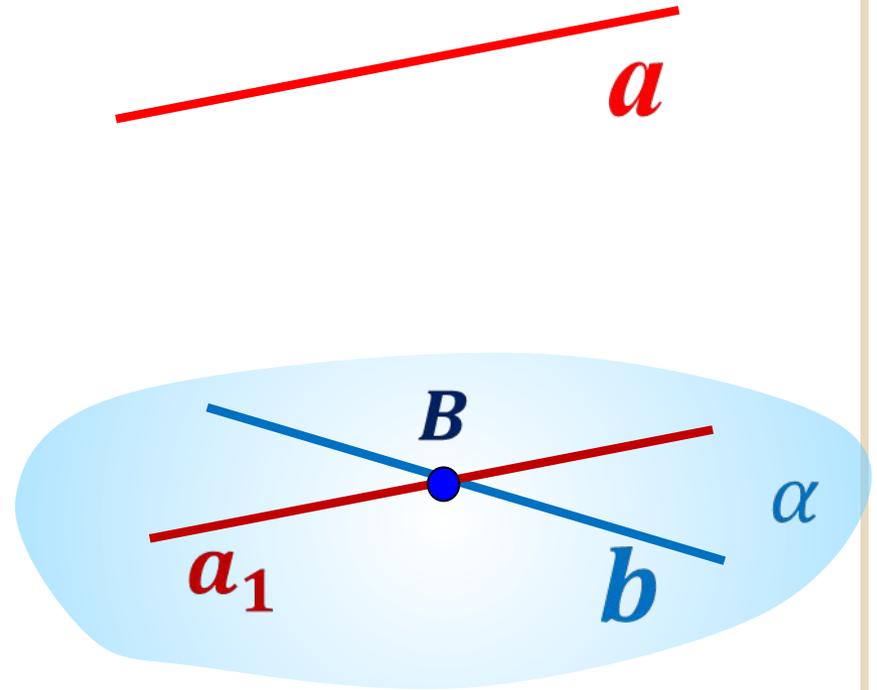
Решение.

Возмем $B \in b$. Через B проведем $a_1 \parallel a$.

По свойству о \exists плоскости, проходящей через две пересекающиеся прямые проведем α .

По Т(признак \parallel пр. и пл.)
 $a \parallel \alpha$.

Что и т. д.



СПАСИБО ЗА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ



**ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКОМ
НАЗЫВАЕТСЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК, ВЕРШИНЫ
КОТОРОГО НЕ ЛЕЖАТ В ОДНОЙ ПЛОСКОСТИ.**

