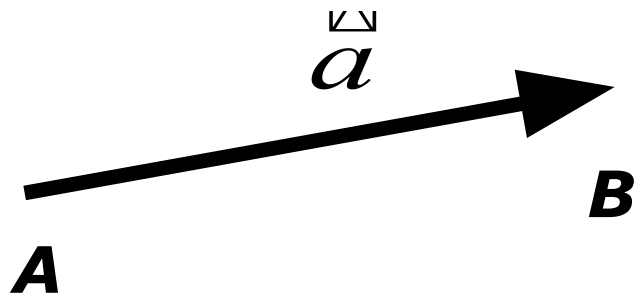


ВЕКТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ

**Направленный
отрезок AB**



A – начало вектора

B – конец вектора

Обозначения:

$$\overleftrightarrow{AB} = \overrightarrow{a}$$

ВЕКТОР

ЗАДАЕТСЯ КООРДИНАТАМИ

$\vec{a}$

$A (a_1, a_2, a_3)$

$B (b_1, b_2, b_3)$



B

A

Вычисление координат вектора:

$$\vec{a} = AB = \begin{pmatrix} b_1 - a_1; b_2 - a_2; b_3 - a_3 \\ x \quad y \quad z \end{pmatrix}$$

МОДУЛЬ ВЕКТОРА

Известны координаты вектора

$$\vec{a} = \vec{AB} = (x; y; z)$$

Длина вектора (модуль)

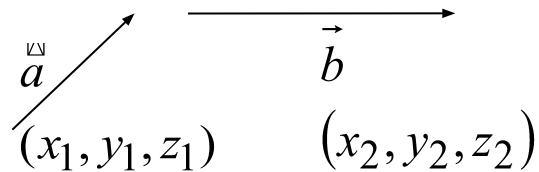
$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Нулевой вектор: $|\vec{AB}| = 0 \Rightarrow \vec{0}$

Равные векторы: $\vec{a} = \vec{b} \Rightarrow$ 1) $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$;
2) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

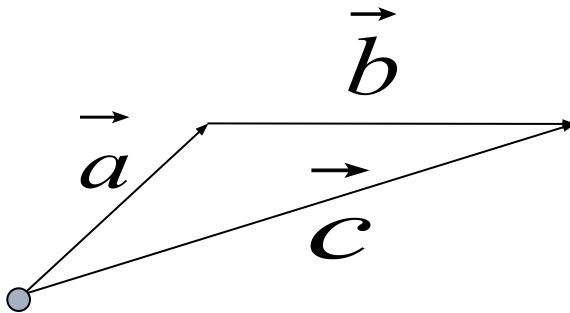
ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ

1. Сложение

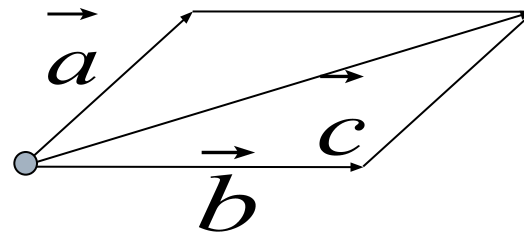

$$\begin{array}{cc} \vec{a} & \vec{b} \\ (x_1, y_1, z_1) & (x_2, y_2, z_2) \end{array}$$

Правило

треугольника



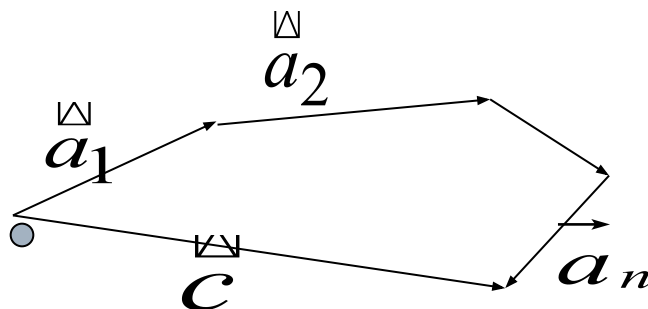
параллелограмма



$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$$

СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

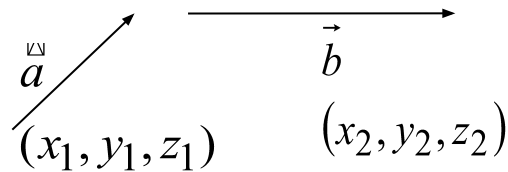
Правило многоугольника

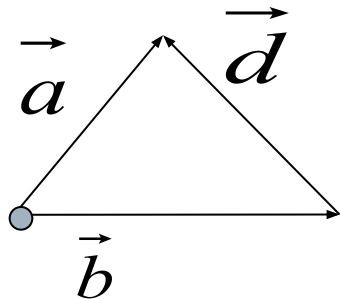


$$\vec{c} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n$$

ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ

2. Вычитание


$$\begin{array}{cc} \vec{a} & \vec{b} \\ (x_1, y_1, z_1) & (x_2, y_2, z_2) \end{array}$$



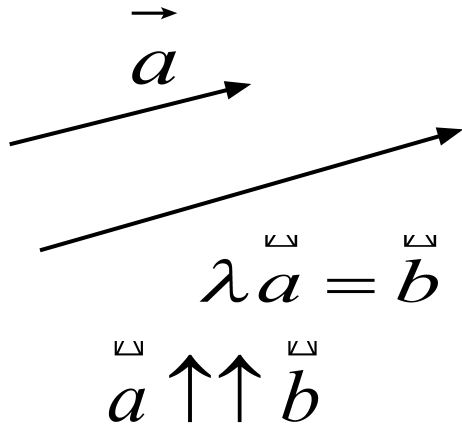
$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$$

ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ

3. Умножение вектора на число (λ)

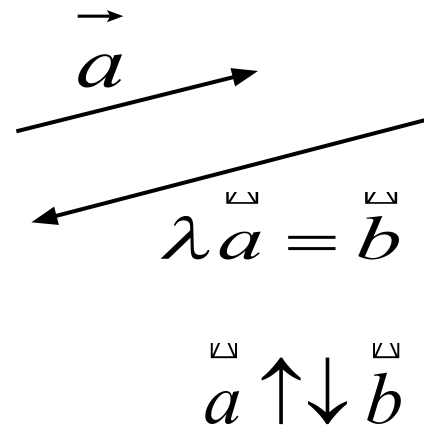
$$\vec{a} = \overrightarrow{AB} = (x; y; z) \Rightarrow \lambda \vec{a} = (\lambda x; \lambda y; \lambda z)$$

$\lambda > 0$



Векторы сонаправленные
(одинаково направленные)

$\lambda < 0$



Векторы противоположно
направленные

ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА В ДАННОМ СООТНОШЕНИИ НА ПЛОСКОСТИ

Отрезок AB разделен точкой C в отношении

$$|AC|:|CB| = \lambda,$$

то координаты точки C находятся по формулам:

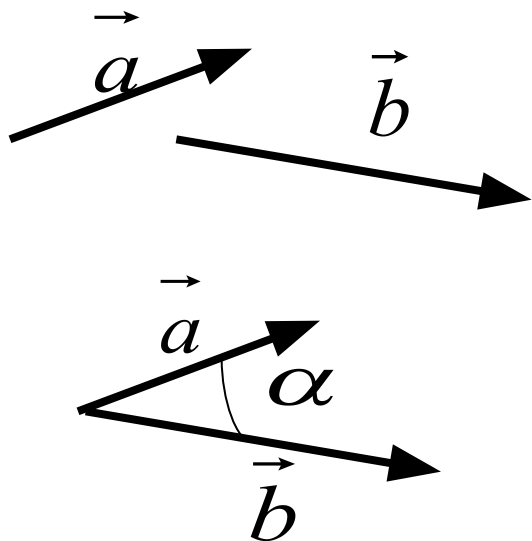
$$x_C = \frac{x_A + \lambda x_B}{1 + \lambda}; \quad y_C = \frac{y_A + \lambda y_B}{1 + \lambda}$$

Если $\lambda = 1$, то отрезок AB разделен точкой C пополам.

Координаты середины находят по формулам:

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2}; \quad y_C = \frac{y_A + y_B}{2}; \quad z_C = \frac{z_A + z_B}{2}$$

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ



Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ

Скалярное произведение векторов

$$\vec{a} = (x_1; y_1; z_1); \vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$$

выражается формулой:

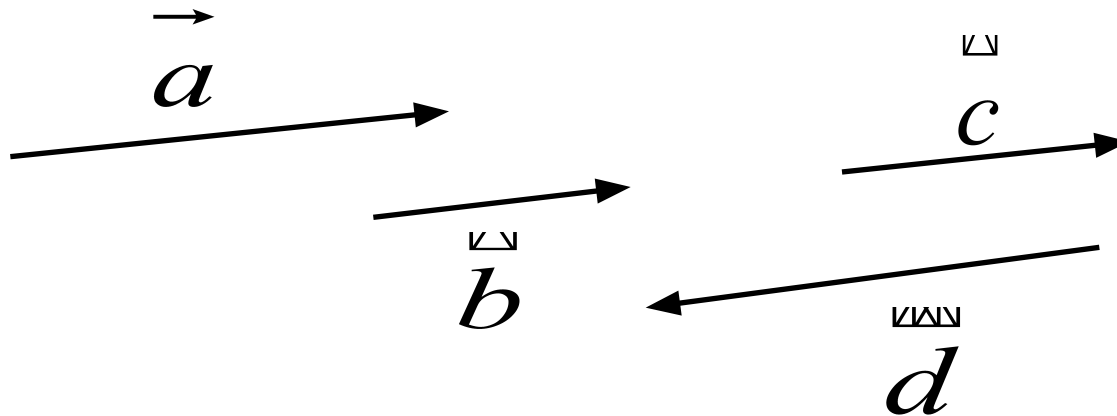
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

Косинус угла между ненулевыми
векторами:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

КОЛЛИНЕАРНОСТЬ ВЕКТОРОВ

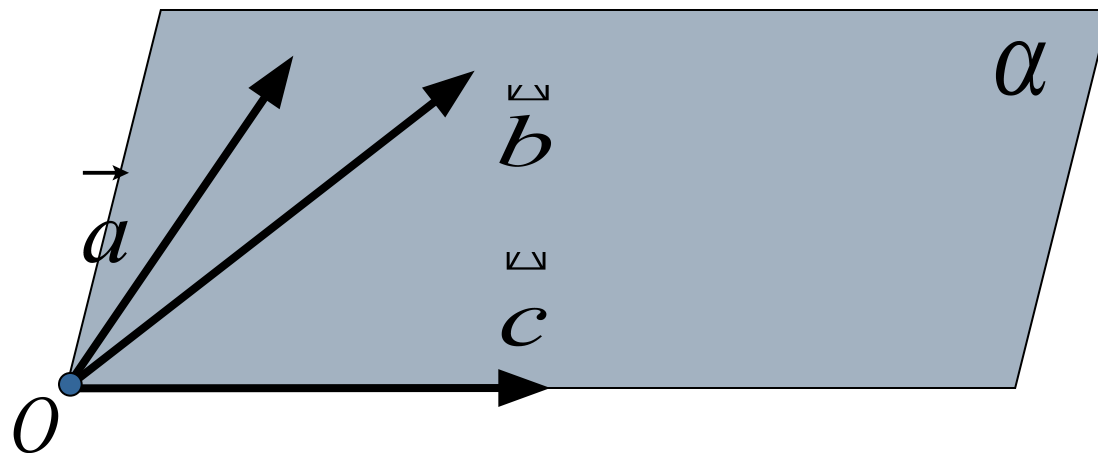
Векторы лежат на одной прямой
или параллельных прямых



Обозначают: $\overline{a} \parallel \overline{b}$

КОМПЛАНАРНОСТЬ ВЕКТОРОВ

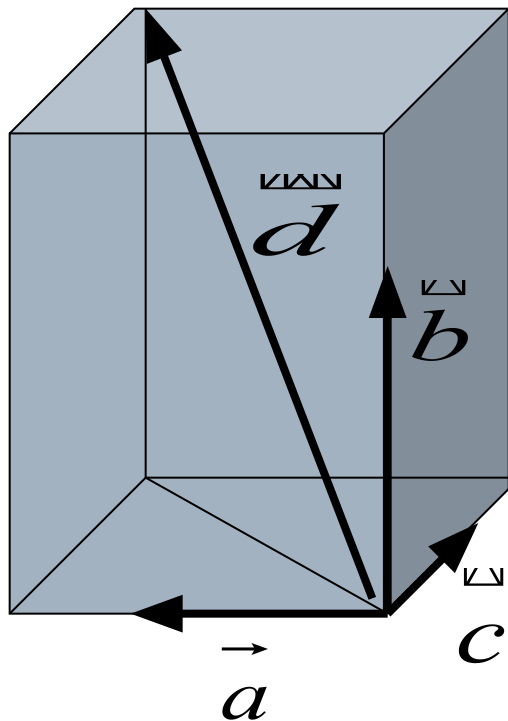
Векторы называются компланарными, если отложены из одной точки и лежат в одной плоскости



$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ - компланарны $\Rightarrow \vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где x и y – некоторые числа.

ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

Любой вектор можно разложить по трем данным некопланарным векторам:



$$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$