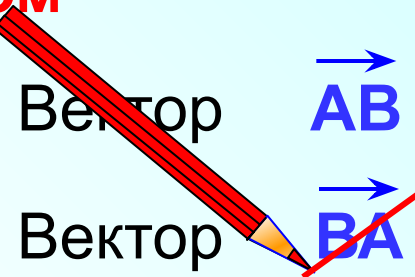


# Понятие вектора

Л.С. Атанасян "Геометрия 7-9"

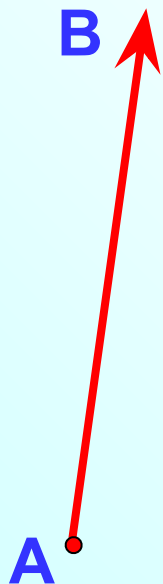
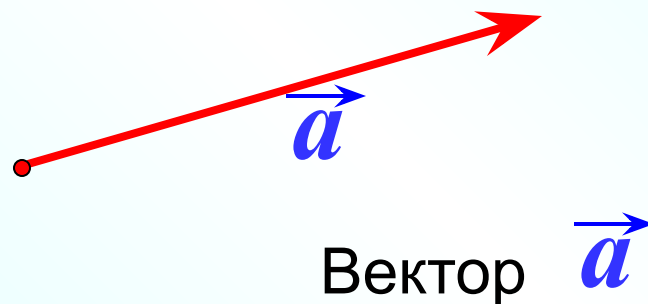
Отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая — концом, называется **направленным отрезком или вектором**



**Конец  
вектора**

**Длиной или модулем  
вектора** называется длина  
отрезка AB  $|\vec{AB}| = AB$

**Начало  
вектора**



Любая точка плоскости также является вектором.  
В этом случае вектор называется **нулевым**



Вектор  $\overrightarrow{MM}$

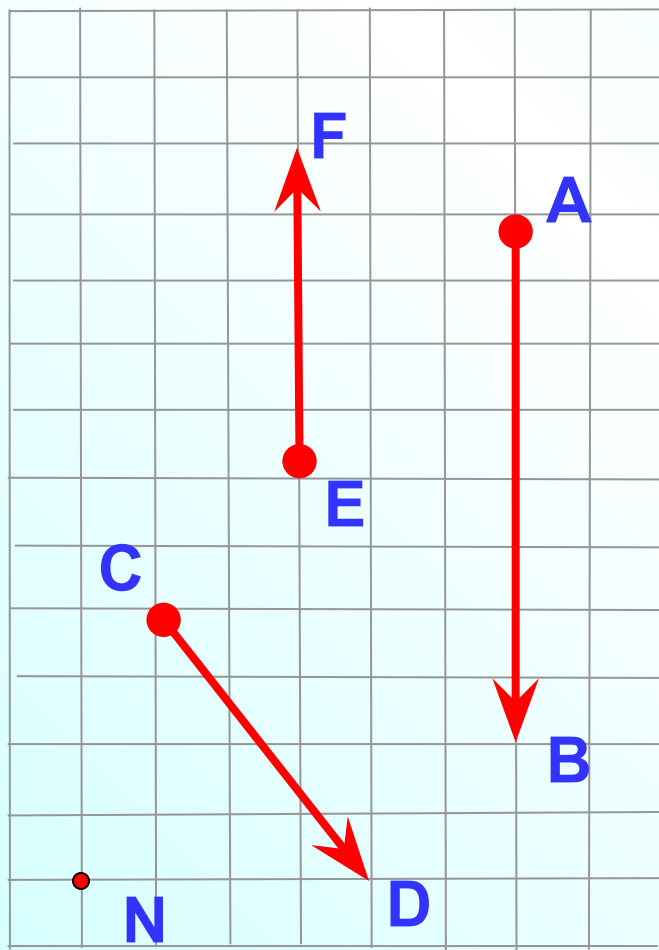
Вектор  $\vec{0}$

Начало нулевого вектора совпадает с его концом, поэтому нулевой вектор не имеет какого-либо определенного направления. Иначе говоря, любое направление можно считать направлением нулевого вектора.

**Длина нулевого считается равной нулю**

$$|\overrightarrow{MM}| = 0$$

Назовите векторы, изображенные на рисунке.  
Укажите начало и конец векторов.



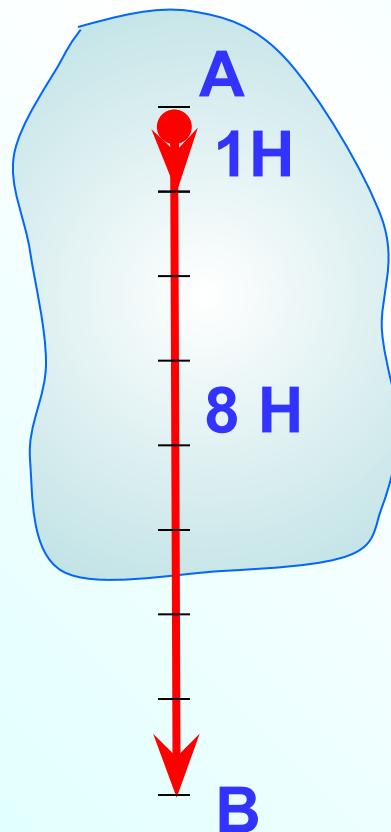
Вектор  $\overrightarrow{EF}$

Вектор  $\overrightarrow{AB}$

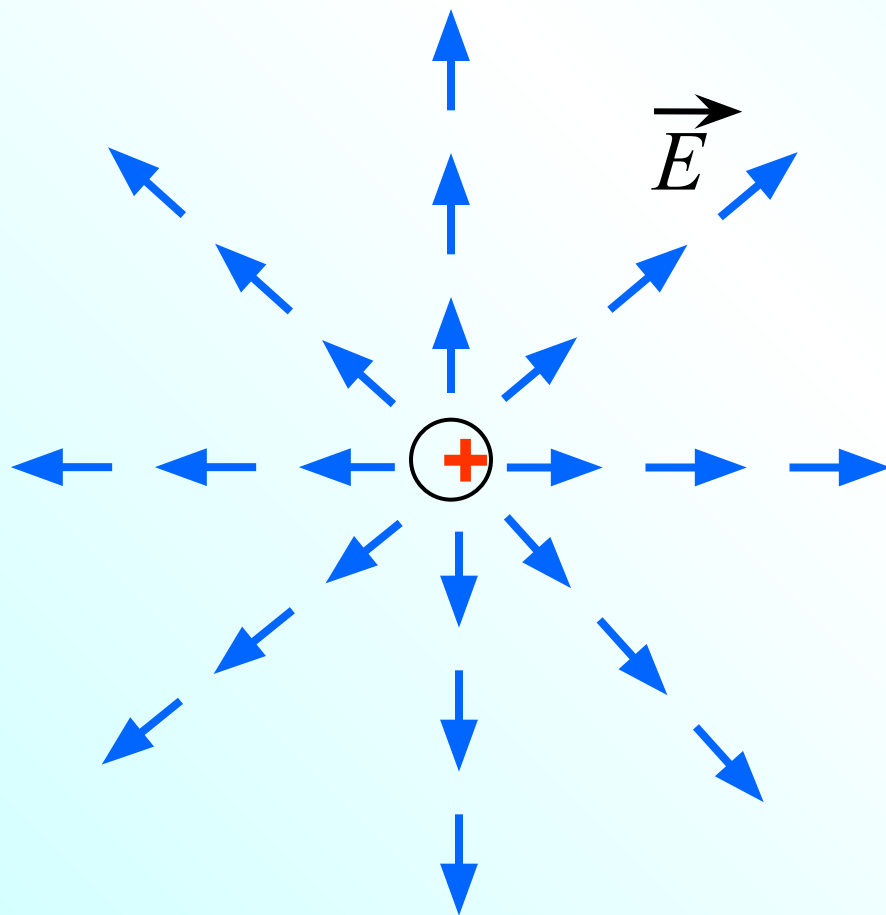
Вектор  $\overrightarrow{CD}$

Вектор  $\overrightarrow{NN}$  или  $\vec{0}$

Многие физические величины, например **сила, перемещение материальной точки, скорость**, характеризуются не только своим числовым значением, но и направлением в пространстве. Такие физические величины называются **векторными величинами** (или коротко **векторами**)

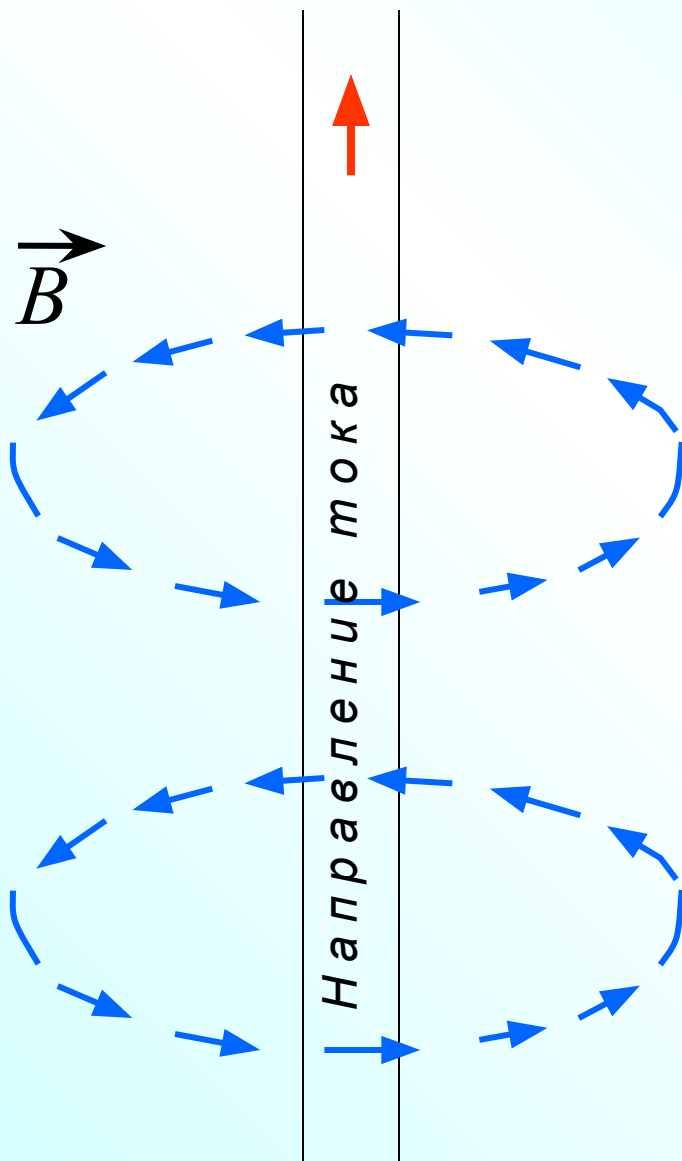


При изучении электрических и магнитных явлений появляются новые примеры векторных величин.



Электрическое поле, создаваемое в пространстве зарядами, характеризуется в каждой точке пространства вектором напряженности электрического поля.

На рисунке изображены векторы напряженности электрического поля положительного точечного заряда.

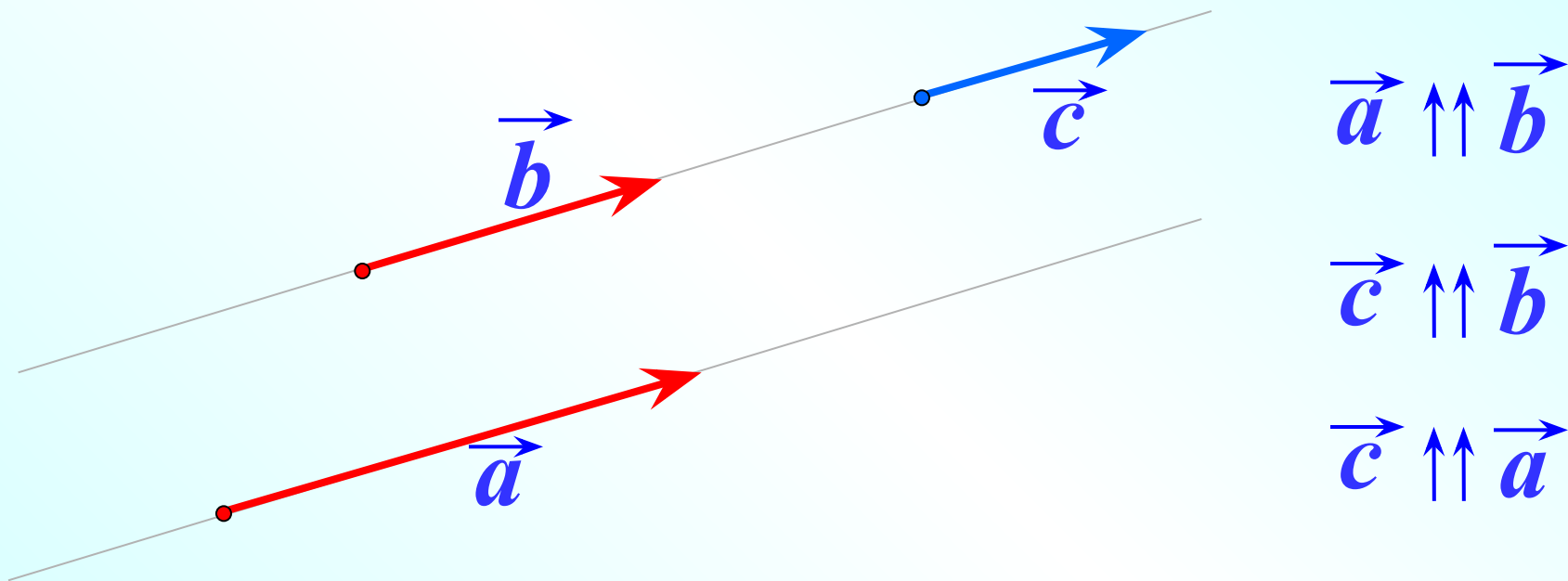


Электрический ток, т.е. направленное движение зарядов, создает в пространстве магнитное поле, которое характеризуется в каждой точке пространства вектором магнитной индукции.

На рисунке изображены векторы магнитной индукции магнитного поля прямого проводника с током.

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

### Коллинеарные, сонаправленные векторы



**Нулевой вектор** считается коллинеарным, сонаправленным с любым вектором.

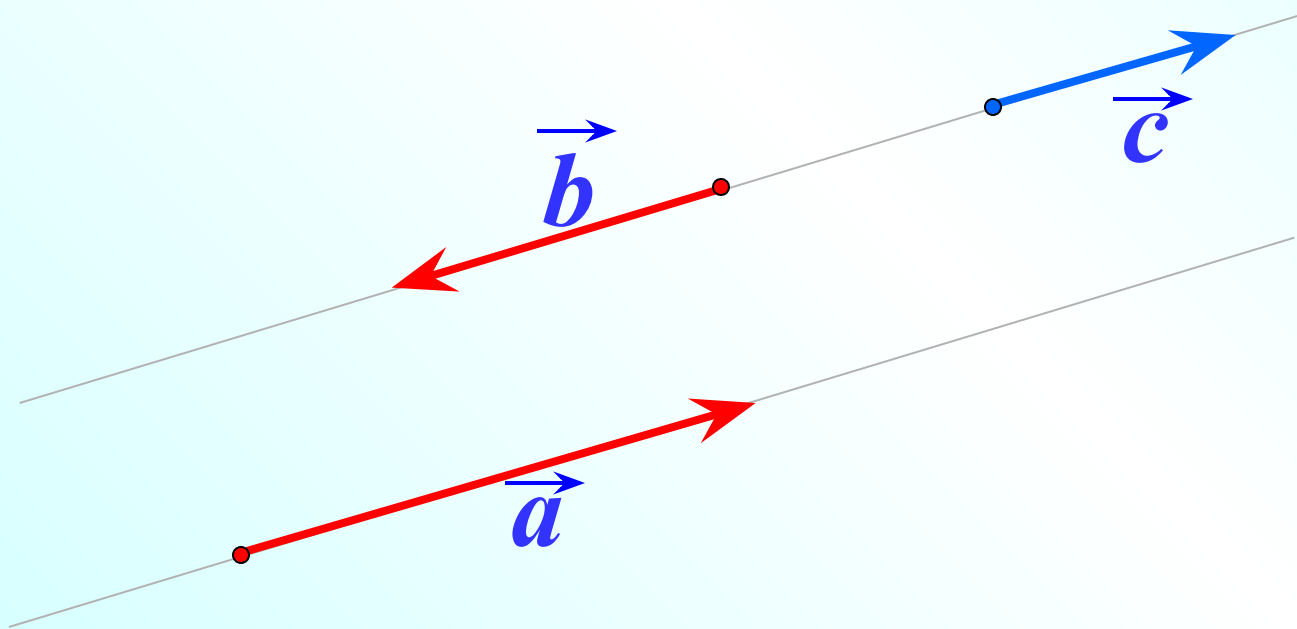
$$\vec{0} \uparrow\uparrow \vec{a}$$

$$\vec{0} \uparrow\uparrow \vec{c}$$

$$\vec{0} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

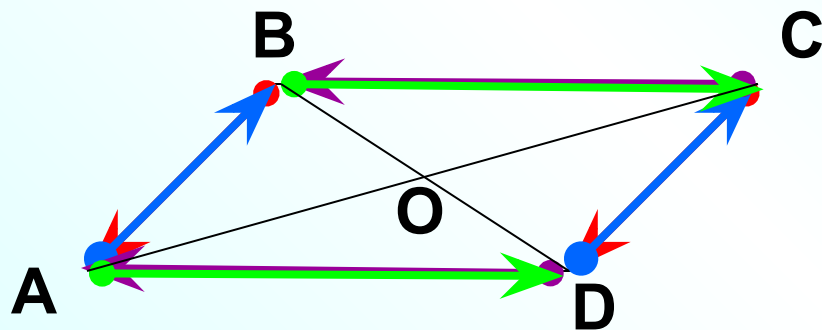
**Коллинеарные,  
противоположно направленные векторы**



$$\vec{a} \updownarrow \vec{b}$$

$$\vec{c} \updownarrow \vec{b}$$

Векторы называются **равными**,  
если они сонаправлены и их длины равны.



1  $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

2  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

ABCD – параллелограмм.

$$\vec{BA} = \vec{CD};$$

$$\vec{AB} = \vec{DC};$$

$$\vec{CB} = \vec{DA};$$

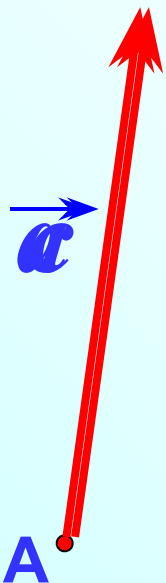
$$\vec{AD} = \vec{BC}.$$

Найдите еще пары равных векторов.  
O – точка пересечения диагоналей.

Если точка А – начало вектора  $\vec{a}$ , то говорят, что

вектор  $\vec{a}$  отложен от точки А

От любой точки М можно отложить  
вектор, равный данному вектору  $\vec{a}$ ,  
и притом только один.



$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c}$$

$$\vec{a} = \vec{c}$$

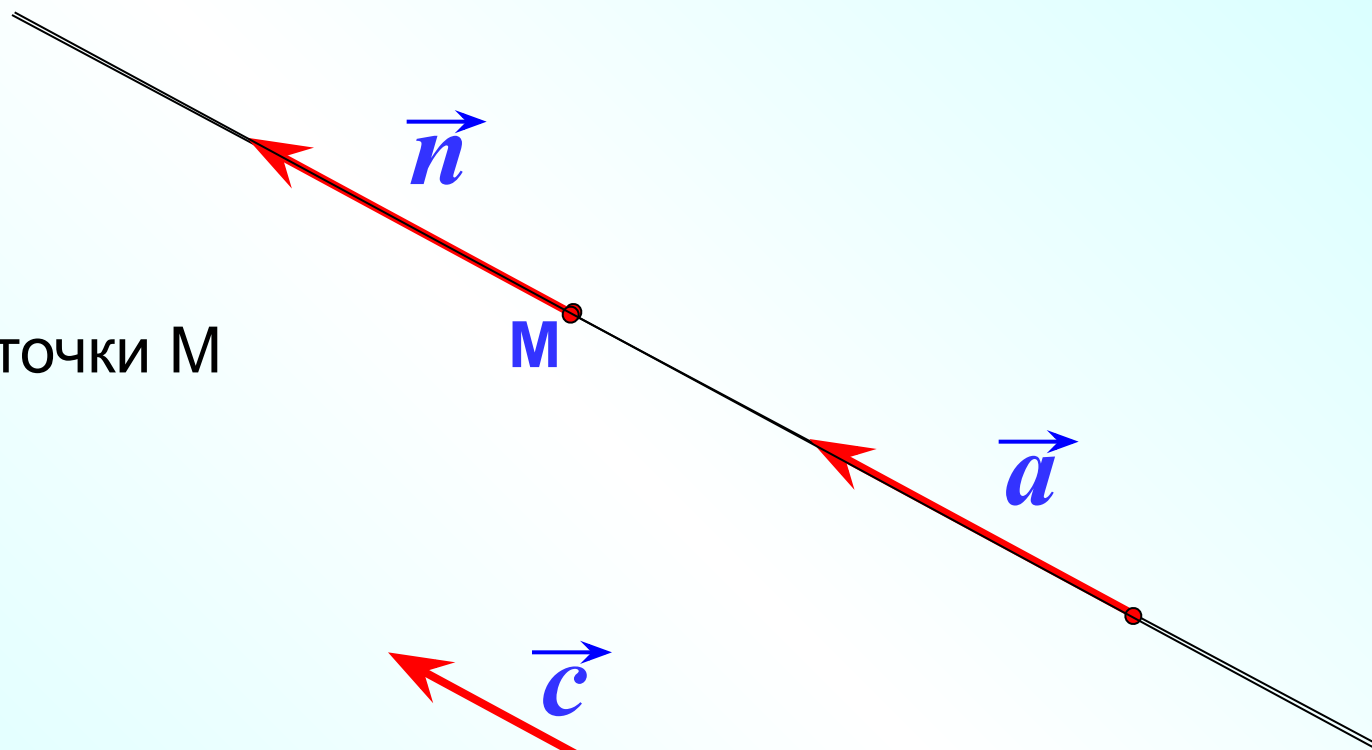
Вектор  $\vec{a}$  отложен от точки А

М•

Отложить вектор, равный  $\vec{a}$

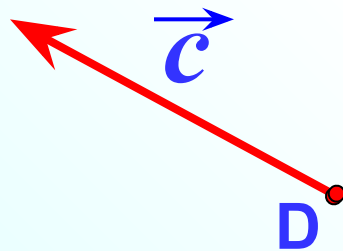
1

от точки M

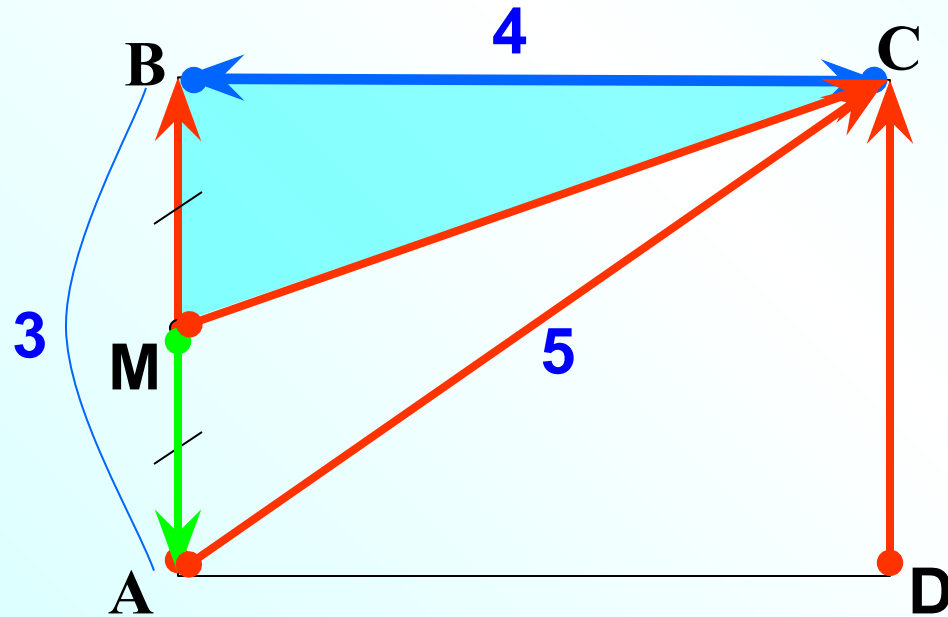


2

от точки D



**№ 745** В прямоугольнике ABCD  $AB=3\text{см}$ ,  $BC=4\text{см}$ , точка M – середина стороны AB. Найдите длины векторов.



$$|\vec{AB}| = 3$$

$$|\vec{BC}| = 4$$

$$|\vec{DC}| = 3$$

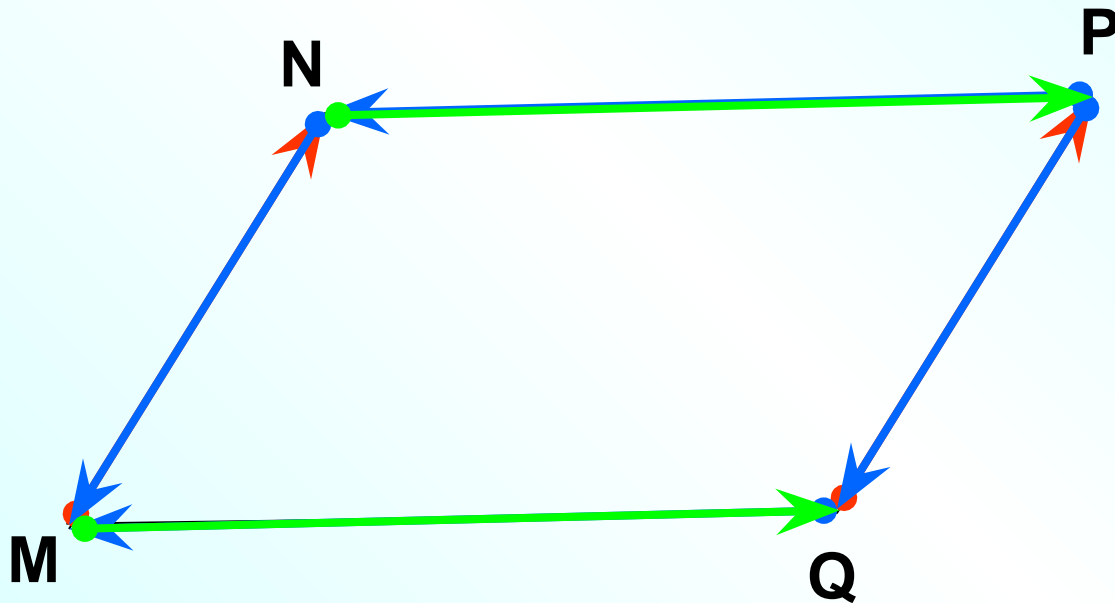
$$|\vec{MA}| = 1,5$$

$$|\vec{CB}| = 4$$

$$|\vec{AC}| = 5$$

$$|\vec{MC}| =$$

**№ 747** Укажите пары коллинеарных (сонаправленных) векторов, которые определяются сторонами параллелограмма  $MNPQ$ .



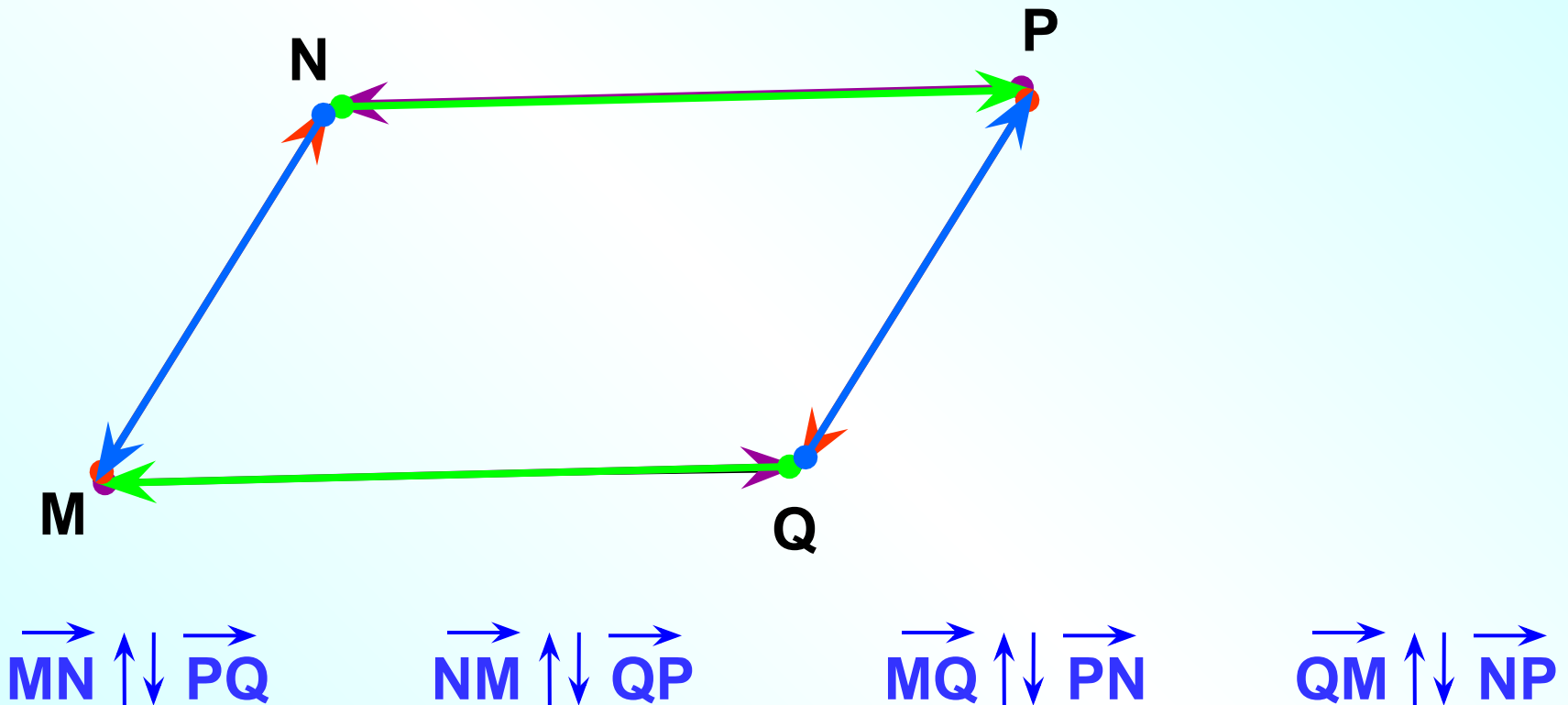
$$\vec{MN} \uparrow\uparrow \vec{QP}$$

$$\vec{NM} \uparrow\uparrow \vec{PQ}$$

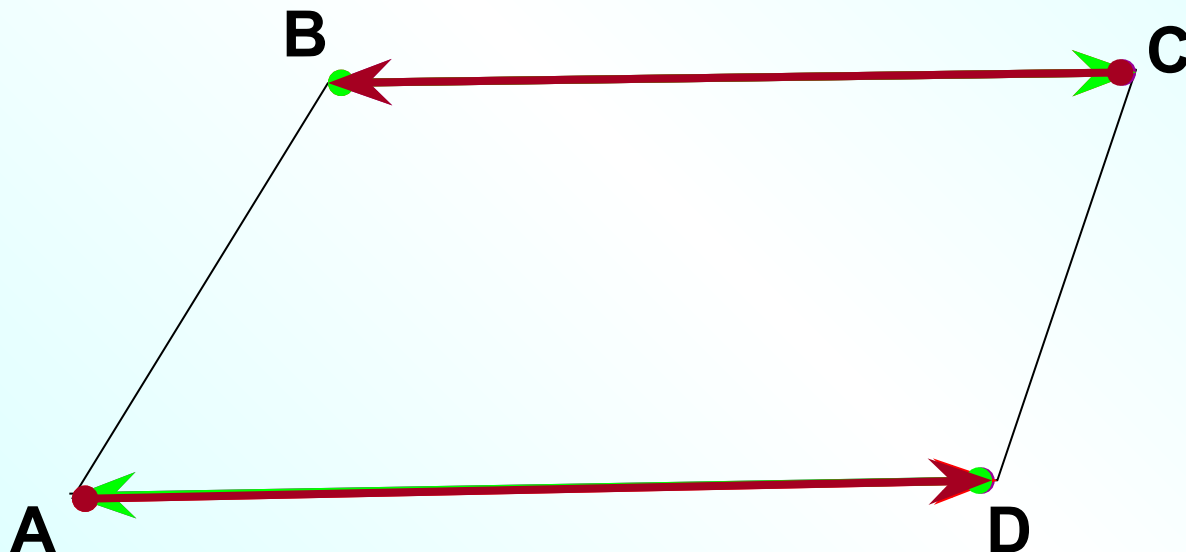
$$\vec{QM} \uparrow\uparrow \vec{PN}$$

$$\vec{MQ} \uparrow\uparrow \vec{NP}$$

**№ 747** Укажите пары коллинеарных (противоположно направленных) векторов, которые определяются сторонами параллелограмма MNPQ.



**№ 747** Укажите пары коллинеарных (сонаправленных) векторов, которые определяются сторонами трапеции ABCD с основаниями AD и BC.



$\overrightarrow{CB} \uparrow \uparrow \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{BC} \uparrow \uparrow \overrightarrow{AD}$

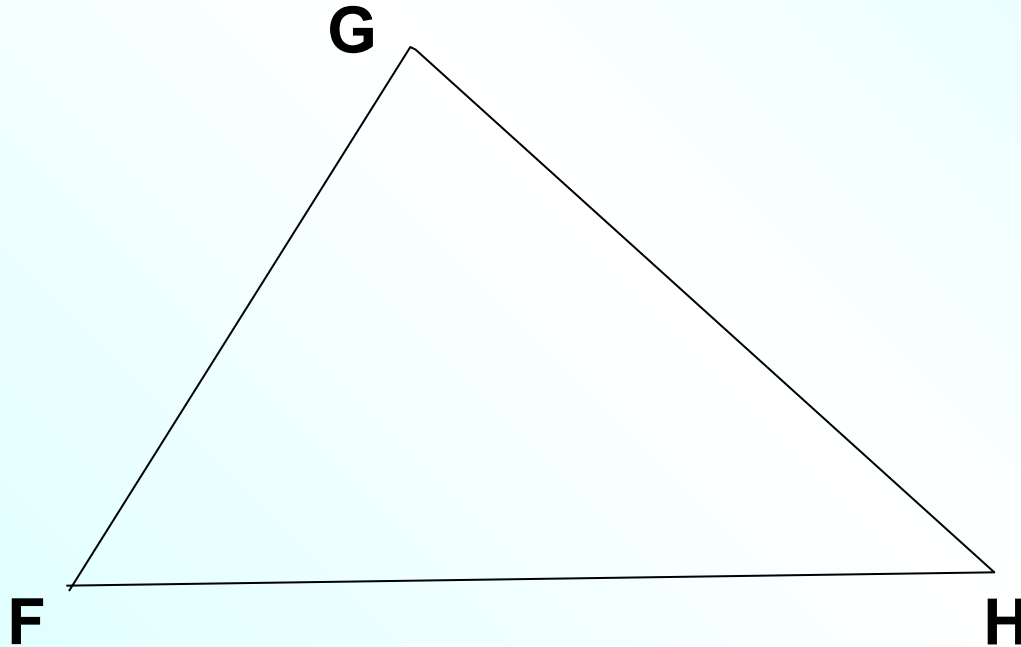
Сонаправленные  
векторы

$\overrightarrow{BC} \uparrow \downarrow \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{CB} \uparrow \downarrow \overrightarrow{AD}$

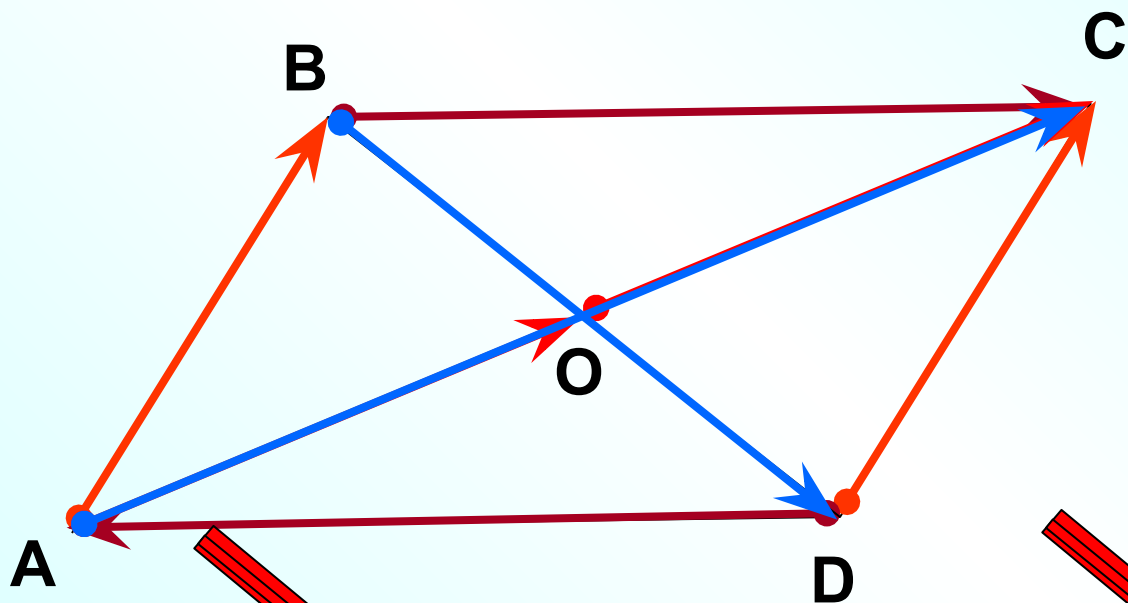
Противоположно направленные  
векторы

**№ 747** Укажите пары коллинеарных векторов, которые определяются сторонами треугольника FGH.



Коллинеарных векторов нет

**№ 748** В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O. Равны ли векторы. Обоснуйте ответ.



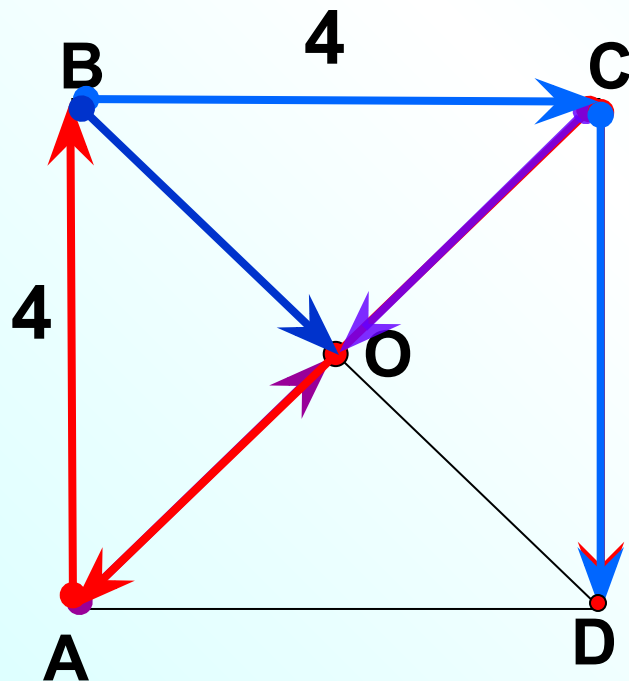
$$\vec{AB} = \vec{DC};$$

$$\vec{BC} \neq \vec{DA};$$

$$\vec{AO} = \vec{OC};$$

$$\vec{AC} \neq \vec{BD}.$$

ABCD – квадрат,  $AB = 4$ . Заполните пропуски:



1.  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$  – ...

2.  $\vec{BC}$  ...  $\vec{CD}$ , так как ...

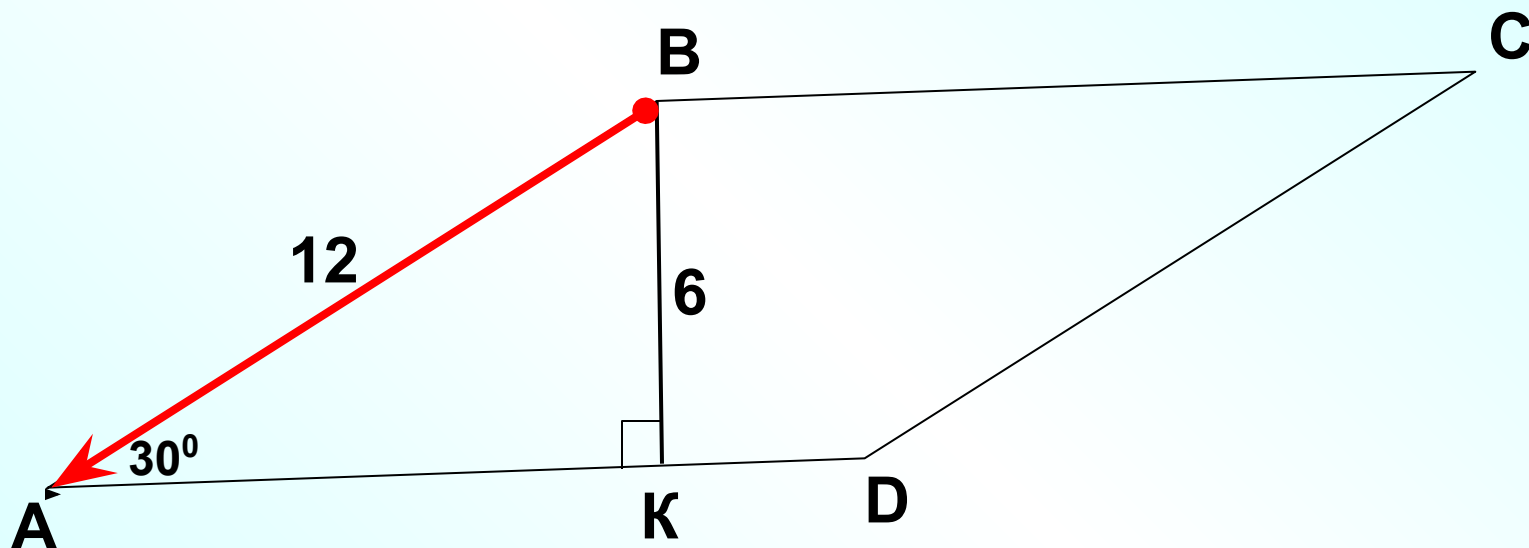
3.  $|\vec{AO}| = \dots$

4.  $\vec{BO} \neq \vec{AO}$ , так как ...

5.  $\vec{CO} \neq \vec{CA}$ , так как ...

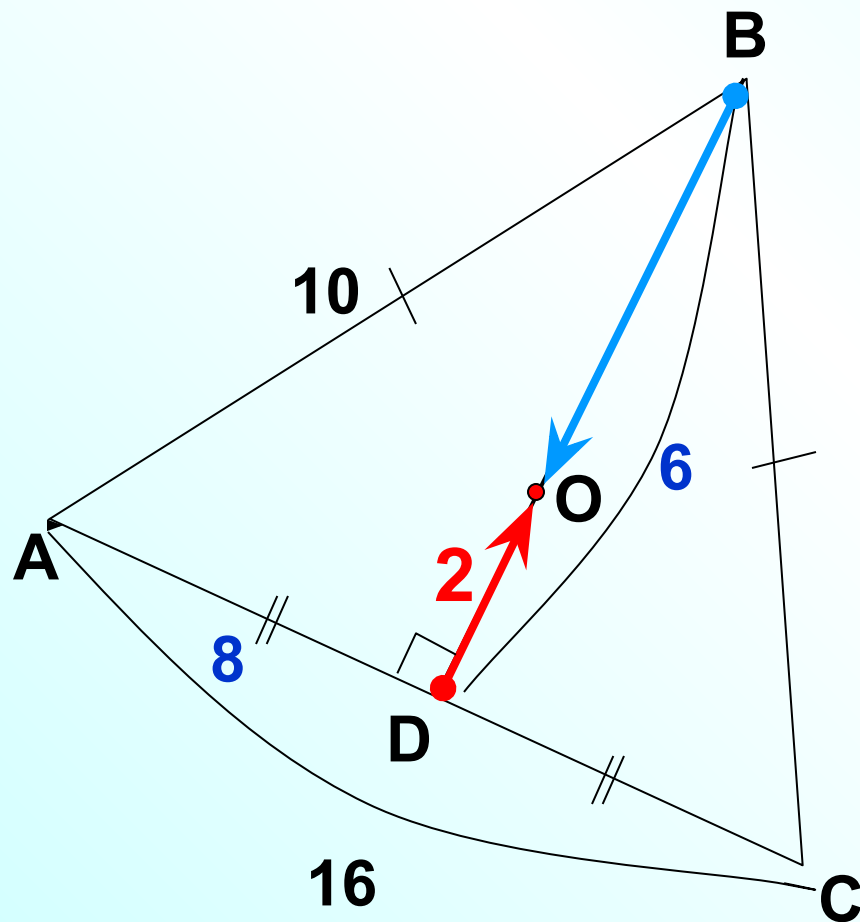
6.  $\vec{DD} \uparrow \uparrow \dots$ ,  $|\vec{DD}| = \dots$

ABCD – параллелограмм.  
По данным рисунка найти  $|\vec{AB}| = 12$

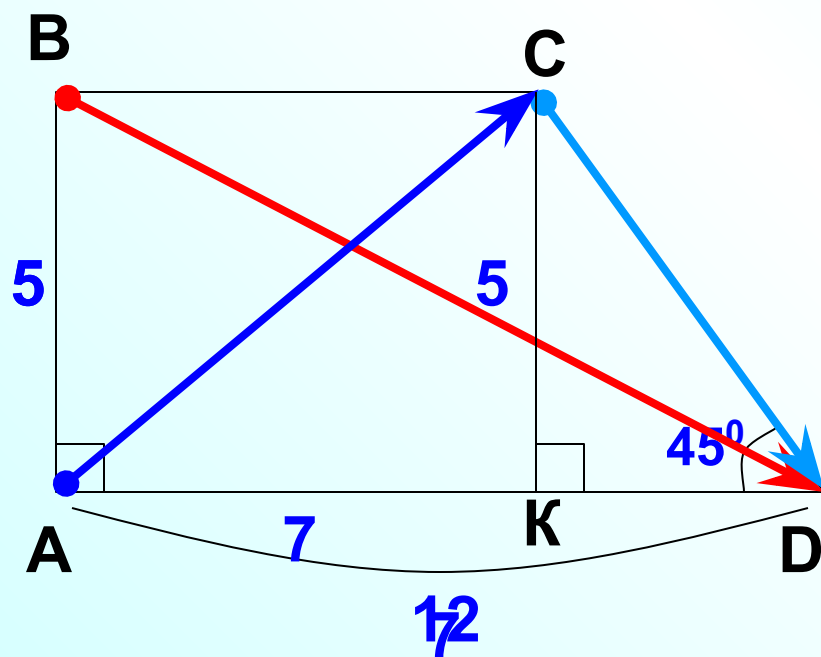


ABC – равнобедренный треугольник.  
O – точка пересечения медиан.  
По данным рисунка найти  $|\vec{DO}| = 2$

$$|\vec{BO}| = 4$$



**№ 746** ABCD –  
прямоугольная трапеция.  
Найти  $|\vec{BD}|$ ,  $|\vec{CD}|$ ,  $|\vec{AC}|$



Решение

Из  $\triangle ABD$ :

$$|\vec{BD}| = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$$

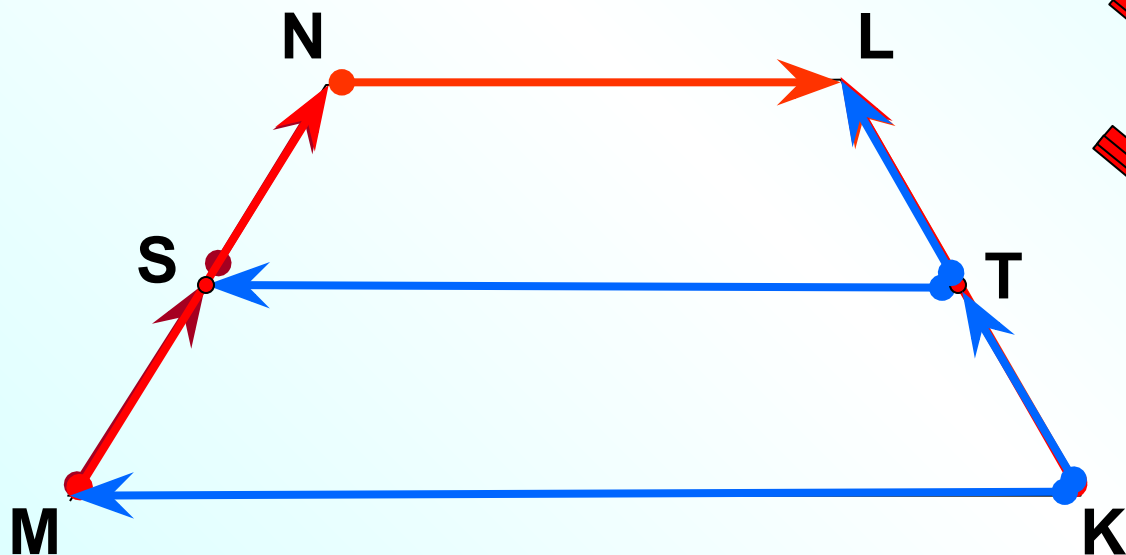
Из  $\triangle KCD$ :

$$|\vec{CD}| = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Из  $\triangle ABC$ :

$$|\vec{AC}| = \sqrt{5^2 + 7^2} = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$$

**№ 749** Точки S и T являются серединами боковых сторон MN и LK равнобедренной трапеции MNLK. Равны ли векторы.



~~$\vec{NL} = \vec{KL};$~~

$\vec{MS} = \vec{SN};$

~~$\vec{MN} = \vec{KL};$~~

~~$\vec{TS} = \vec{KM};$~~

$\vec{TL} = \vec{KT}.$

**!** 1<sup>0</sup> Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм.

$\Rightarrow AB = DC$  и  $AB \parallel DC$ , **?! ABCD** – параллелограмм

Среди векторов

$\vec{BM}, \vec{MC}, \vec{AN}, \vec{DN}, \vec{AM}, \vec{NC}$

найдите

**Проверка**

а)  $\vec{BM}, \vec{MC}, \vec{AN}, \vec{DN}; \vec{AM}$  и  $\vec{NC}$ ;

б)  $\vec{BM} \uparrow \vec{MC} \uparrow \vec{AN}; \vec{AM} \uparrow \vec{NC}$ ;

в)  $\vec{DN} \uparrow \vec{MC}; \vec{DN} \uparrow \vec{AN}; \vec{DN} \uparrow \vec{BM}$ ;

г)  $\vec{MC} = \vec{AN}; \vec{AM} = \vec{NC}$ ;

д)  $|\vec{BM}| = |\vec{DN}|; |\vec{MC}| = |\vec{AN}|; |\vec{AM}| = |\vec{NC}|$ .

