

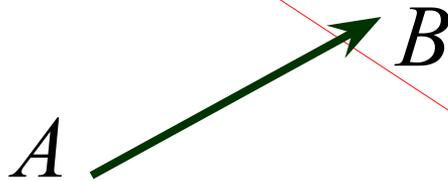
# *Векторы в пространстве*

---

- Понятие вектора в пространстве
- Сложение и вычитание векторов
- Умножение вектора на число
- Компланарные векторы
- Прямоугольная система координат
- Координаты вектора
- Длина вектора
- Скалярное произведение векторов
- Угол между векторами
- Самостоятельная работа

# Векторы

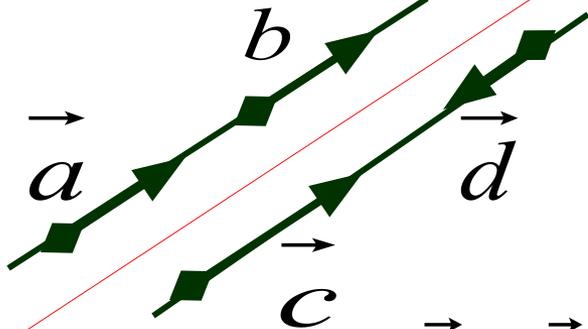
Вектор, его длина



$$\vec{AB}, \vec{a}, |\vec{AB}|, |\vec{a}|;$$

$$\vec{AA} = \vec{0}, |\vec{0}| = 0.$$

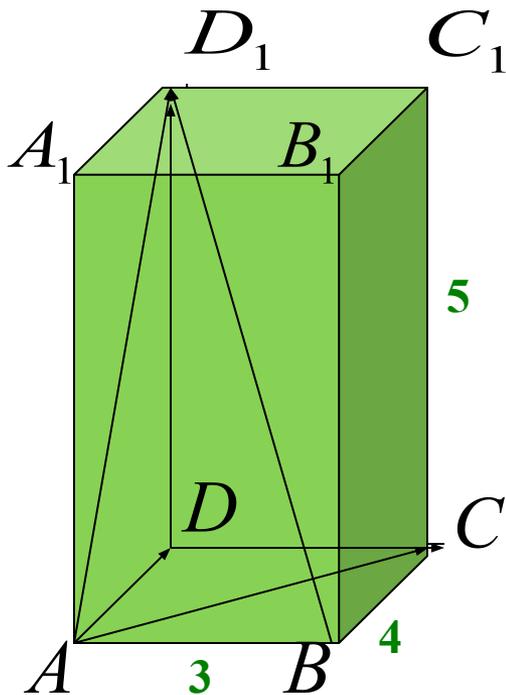
Коллинеарные векторы:  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ .



$$\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}, \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{c}, \vec{b} \uparrow \downarrow \vec{d}.$$

Равные векторы:  $\vec{a} = \vec{b}$ , если  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}, |\vec{a}| = |\vec{b}|$ .

# Векторы



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямоугольный параллелепипед.  
 $AB = 3, BC = 4, CC_1 = 5$ .

5 Назовите векторы, равные векторам  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CC_1}$ .

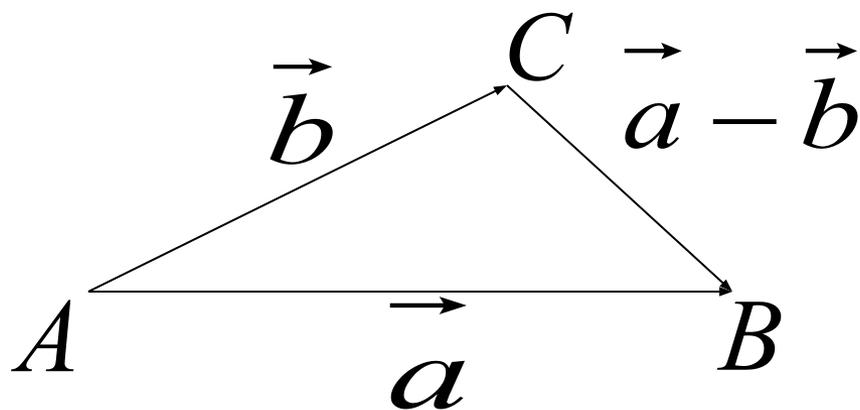
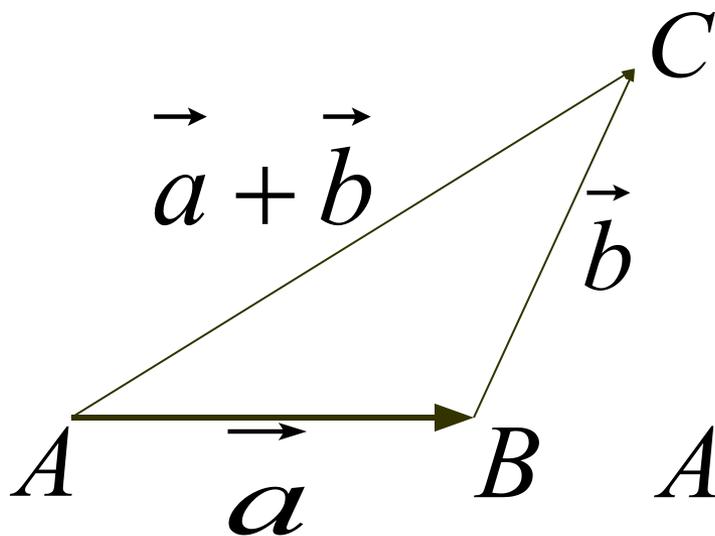
Назовите длины векторов :  
 $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AD_1}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD_1}$ .

Назад

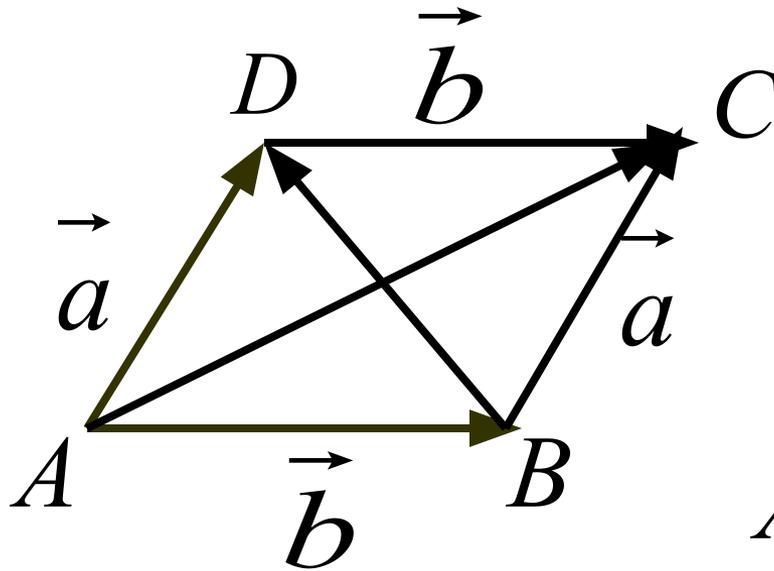
# Сумма и разность векторов

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$$

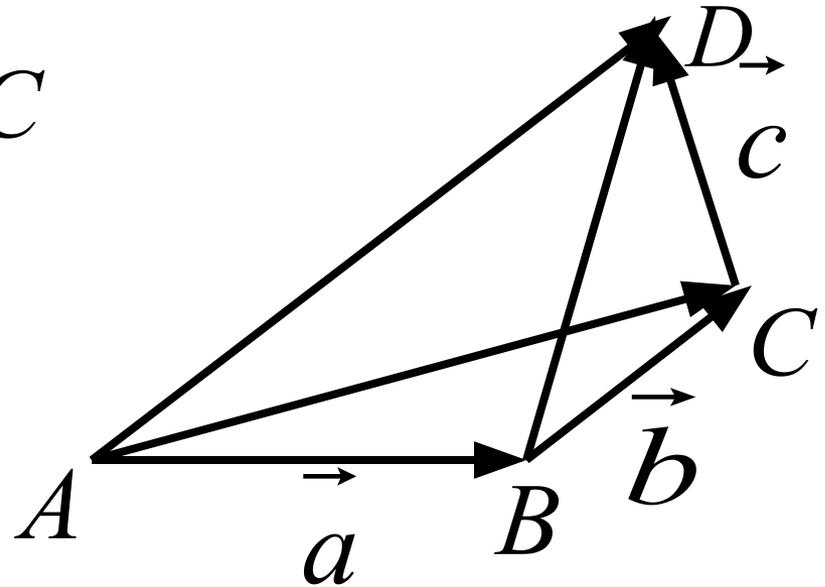


# Законы сложения векторов



$$\begin{aligned}\vec{AC} &= \vec{a} + \vec{b}, \vec{AC} = \vec{b} + \vec{a}, \\ \vec{a} + \vec{b} &= \vec{b} + \vec{a}.\end{aligned}$$

ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНЫЙ  
ЗАКОН



$$\begin{aligned}\vec{AC} &= \vec{a} + \vec{b}, \vec{AD} = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}, \\ \vec{BD} &= \vec{b} + \vec{c}, \vec{AD} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}), \\ (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} &= \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}).\end{aligned}$$

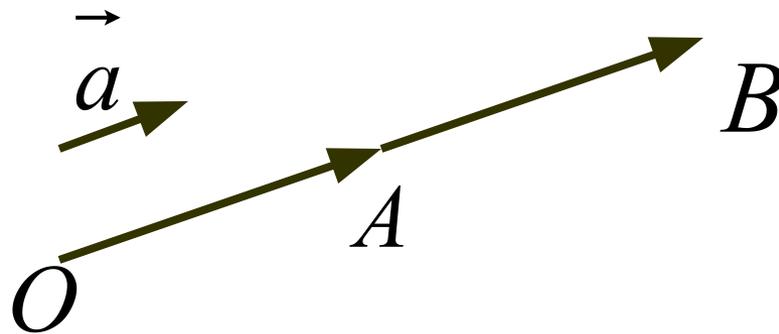
СОЧЕТАТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН

[Назад](#)

# Умножение вектора на число

## Сочетательный закон

$$(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$$

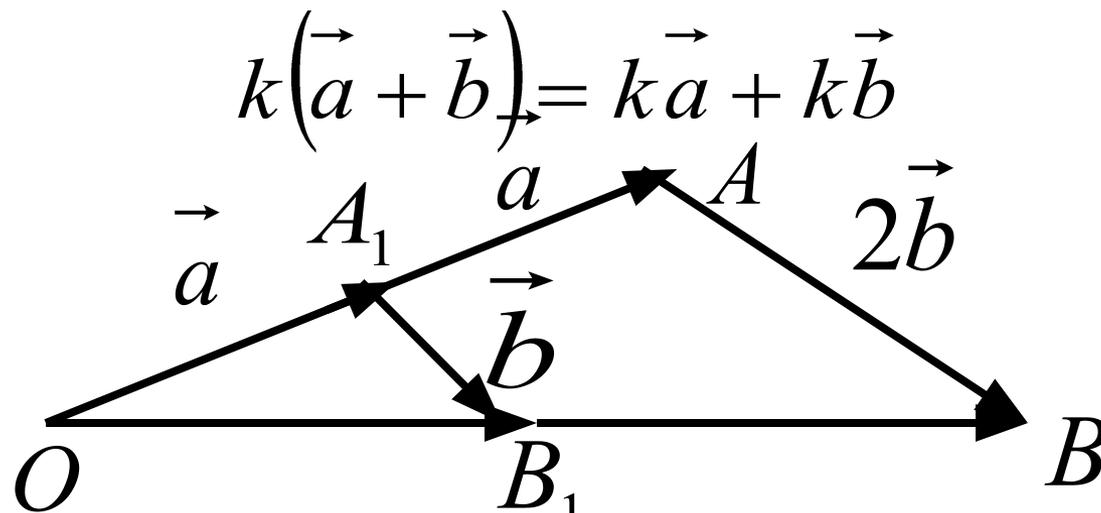


$$\vec{OA} = 3\vec{a}, \vec{OB} = 6\vec{a}, \vec{OB} = 2 \cdot \vec{OA} = 2 \cdot (3\vec{a})$$

$$(2 \cdot 3)\vec{a} = 2 \cdot (3\vec{a})$$

# Умножение вектора на число

## Первый распределительный закон



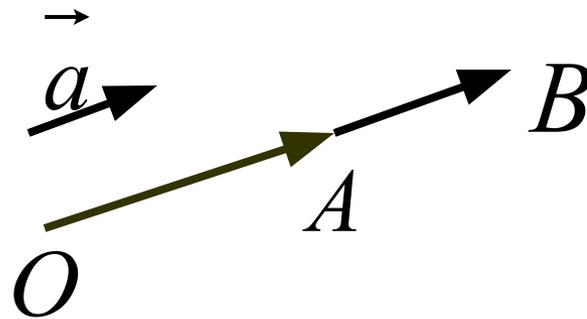
$$\vec{OB} = 2 \cdot \vec{OB_1} = 2 \cdot (\vec{a} + \vec{b}), \vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB},$$

$$\vec{OB} = 2\vec{a} + 2\vec{b}, 2 \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a} + 2\vec{b}$$

# Умножение вектора на число

## Второй распределительный закон

$$(k + l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$$

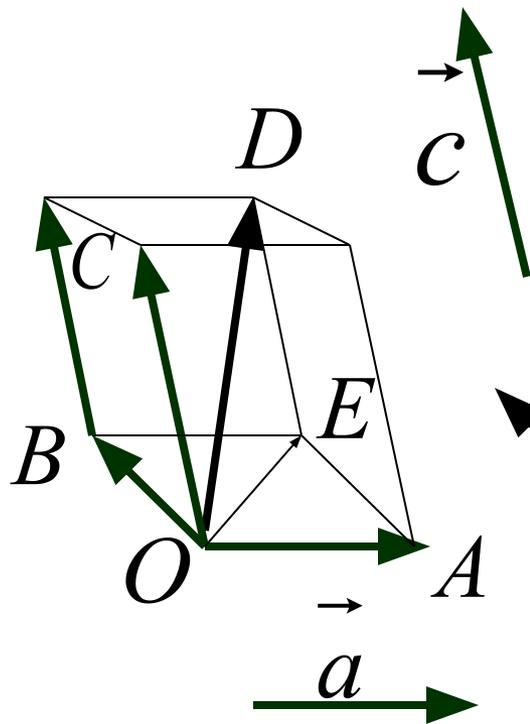


$$\vec{OB} = 5\vec{a}, \vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}$$

$$\vec{OB} = 3\vec{a} + 2\vec{a}, (3 + 2)\vec{a} = 3\vec{a} + 2\vec{a}$$

Назад

# Компланарные векторы



Компланарные векторы

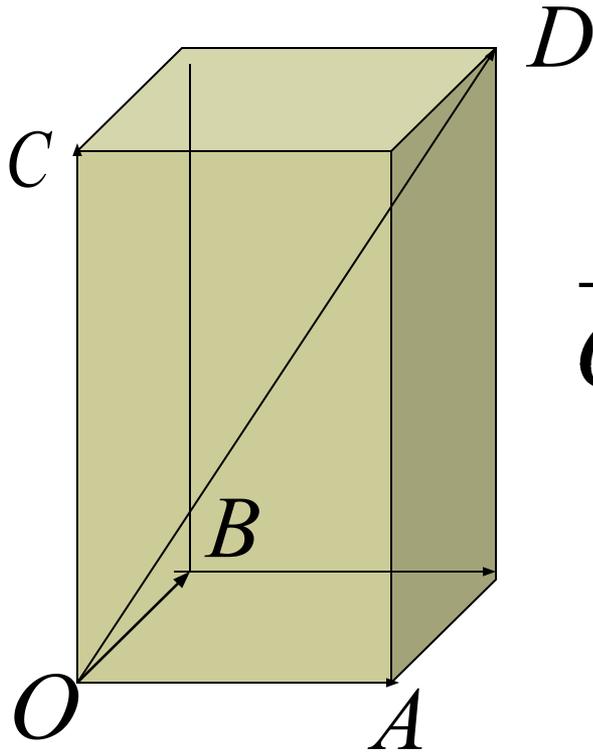
$\vec{BB}_1$ ,  $\vec{OD}$  и  $\vec{OE}$ .

Некомпланарные векторы

$\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$  и  $\vec{OC}$ .

[Назад](#)

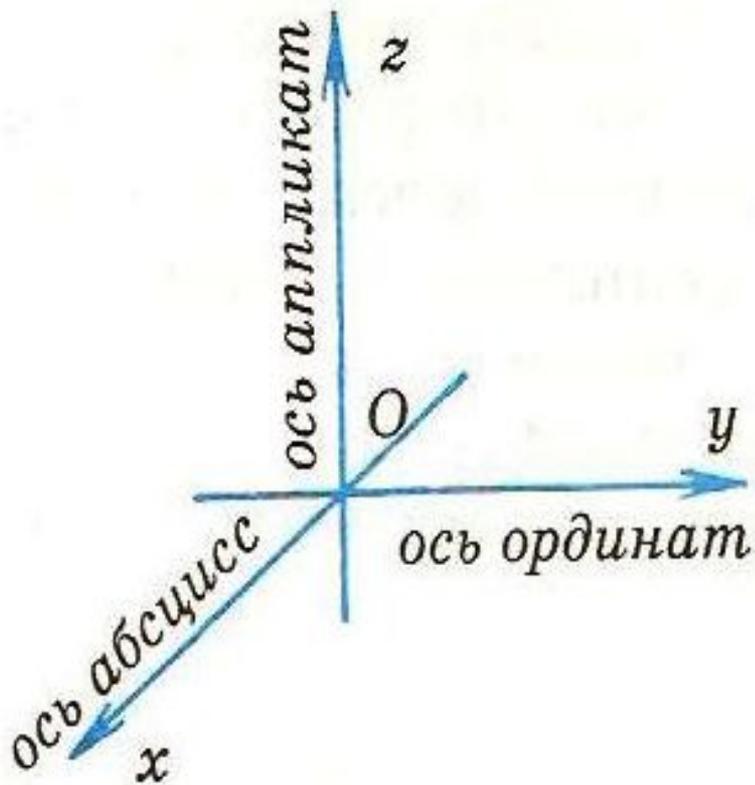
# Правило параллелепипеда



$$\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$$

Назад

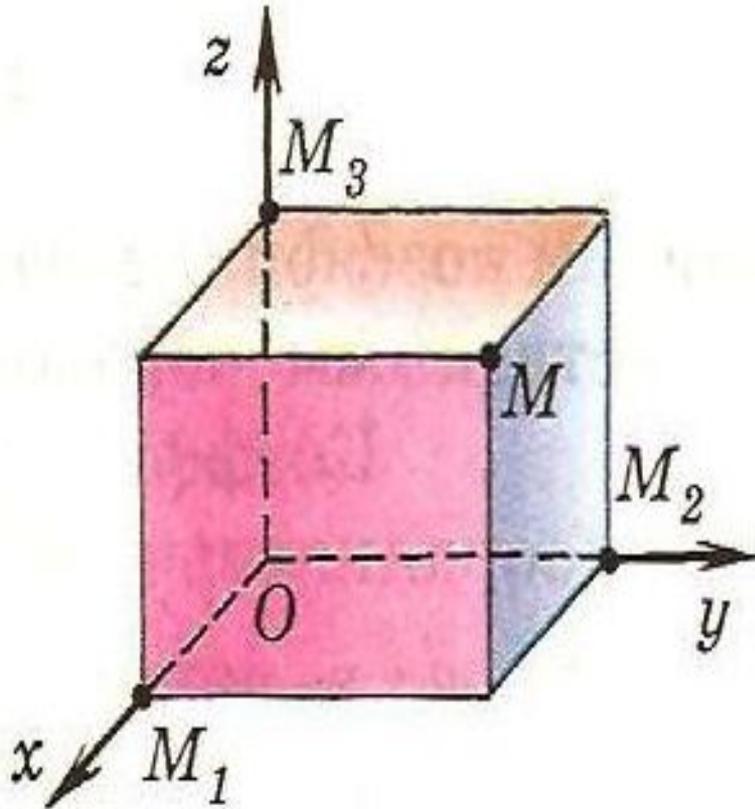
# Прямоугольная система координат



- Тройка взаимно перпендикулярных координатных прямых с общим началом координат.
- Впервые введена Р. Декартом (1596-1650)

[Назад](#)

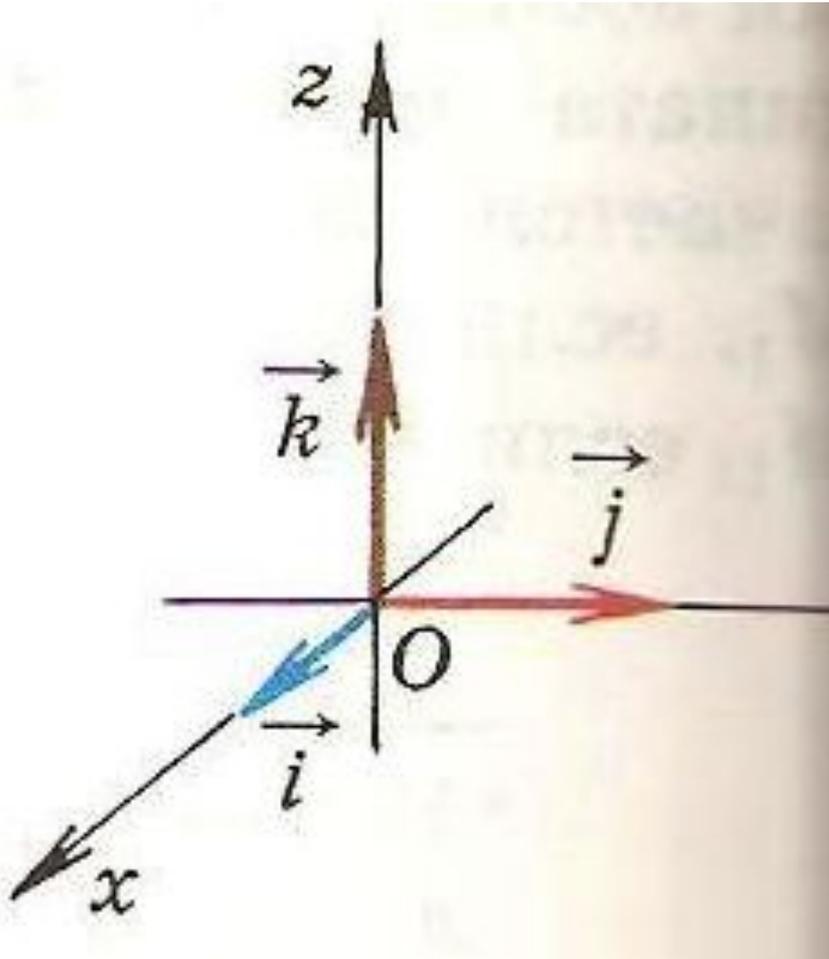
# Координаты точки



- Каждая точка в пространстве задаётся тройкой чисел  $(x, y, z)$  называемых координатами точки в пространстве

[Назад](#)

# Координаты вектора



- Векторы (i. j. k) единичные векторы
- Любой вектор можно разложить по координатным векторам

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

Назад

## Длина вектора

$$A_1(x_1, y_1, z_1), A_2(x_2, y_2, z_2)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

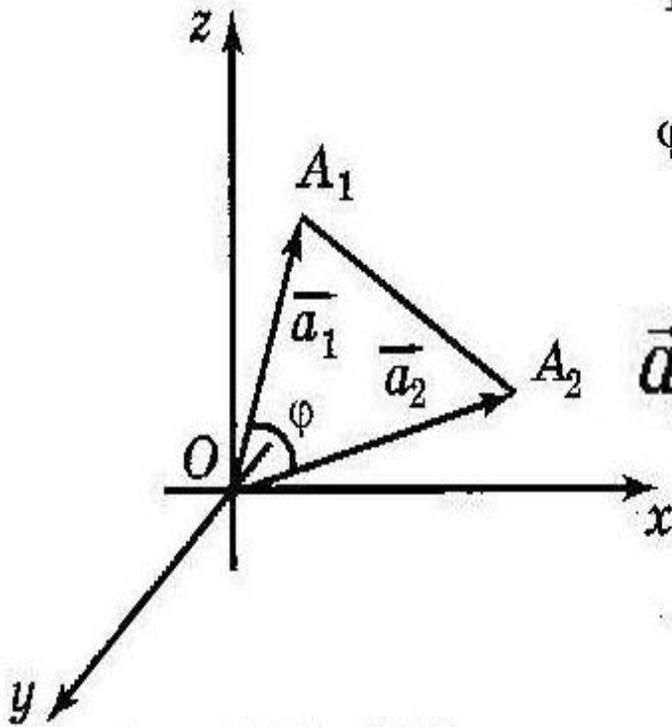
$$|\overline{A_1A_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

[Назад](#)

# Скалярное произведение векторов

$$\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = |\vec{a}_1| \cdot |\vec{a}_2| \cos \varphi,$$

$\varphi$  — угол между векторами  $\vec{a}_1$  и  $\vec{a}_2$ .



$$\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

[Назад](#)

# Свойства скалярного произведения.

## Угол между векторами.

$$1. \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} .$$

$$2. (t\vec{a}) \cdot \vec{b} = t(\vec{a} \cdot \vec{b}) .$$

$$3. (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} .$$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2}{|\vec{a}_1| \cdot |\vec{a}_2|}$$

[Назад](#)

# Самостоятельная работа

1. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  разложите вектор  $\overrightarrow{BD_1}$  по векторам  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{BB_1}$
2. Дан тетраэдр  $ABCD$ . Найдите сумму векторов: а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}$  б)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$
3. Дан куб  $A \dots D_1$ , ребро которого 1. Начало координат находится в точке  $B$ . Положительные лучи осей координат, соответственно  $BA, BC, BB_1$ . Назовите координаты всех остальных вершин куба.
4. Даны точки  $M(1, -2, -3)$ ,  $N(-2, 3, 1)$  и  $K(3, 1, -2)$ . Найдите периметр треугольника  $MNK$ .
5. Найдите координаты вектора  $a = 2\vec{i} + 6\vec{j} + \vec{k}$   $c = -3\vec{j} + 2\vec{k}$
6. Найдите скалярное произведение векторов  $a(-1, 2, 3)$  и  $c(2, -1, 0)$  и угол между ними.

[Назад](#)

# Рене Декарт

- французский философ, математик, физик и физиолог. Заложил основы аналитической геометрии, дал понятия переменной величины и функции, ввел многие алгебраические обозначения.
- Декарту принадлежит заслуга создания современных систем обозначений: он ввел знаки переменных величин ( $x, y, z, \dots$ ), коэффициентов ( $a, b, c, \dots$ ), обозначение степеней ( $a^2, x^{-1}, \dots$ ).
- Декарт является одним из авторов теории уравнений: им сформулировано правило знаков для определения числа положительных и отрицательных корней, поставил вопрос о границах действительных корней и выдвинул проблему приводимости, т. е. представления целой рациональной функции с рациональными коэффициентами в виде произведения двух функций этого рода и многое другое..

