

# Векторы в пространстве

Подготовила:  
преподаватель математики  
Котилевская Н.Н.

Величины, которые характеризуются не только числом, но еще и направлением, называются векторными величинами или просто векторами.

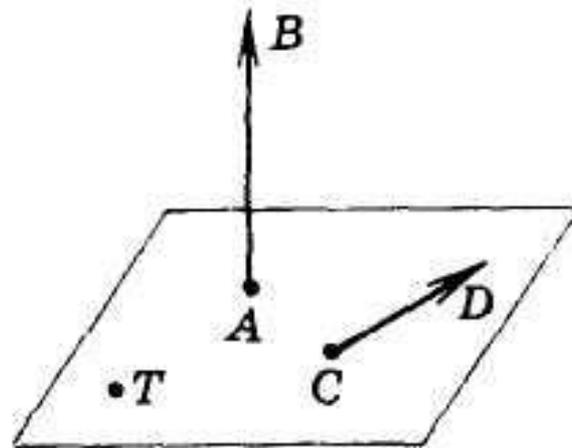
**Скорость**  
**Ускорение**  
**Сила**

# Определение вектора.

Геометрически векторы изображаются направленными отрезками. *Отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой – концом, называется вектором.*

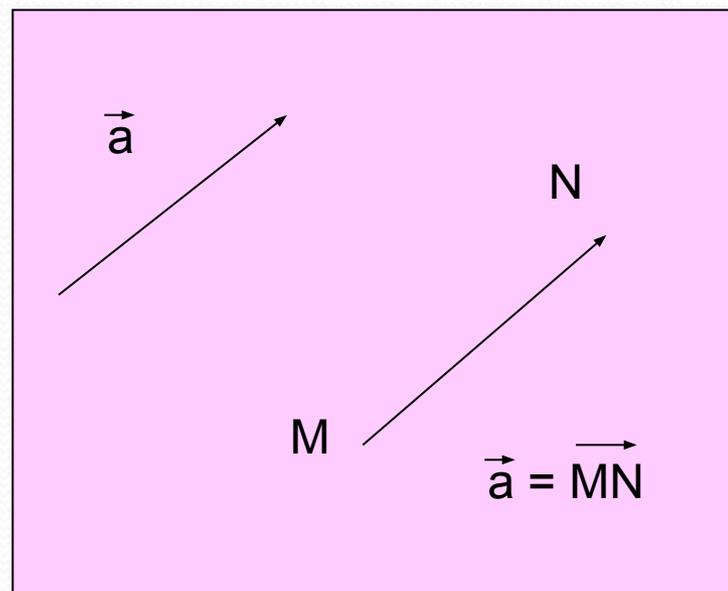
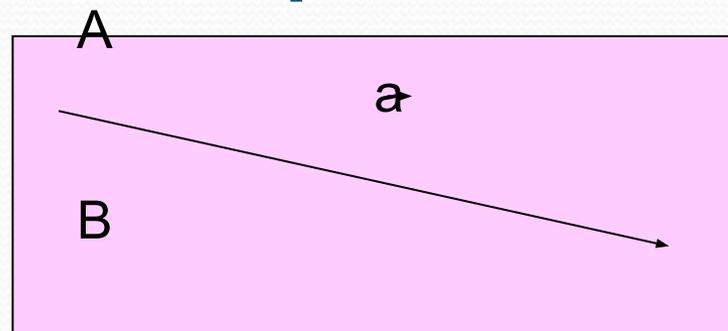
Вектор характеризуется следующими элементами:

1. начальной точкой (точкой приложения);
2. направлением;
3. длиной («модулем вектора»).



# Обозначение вектора.

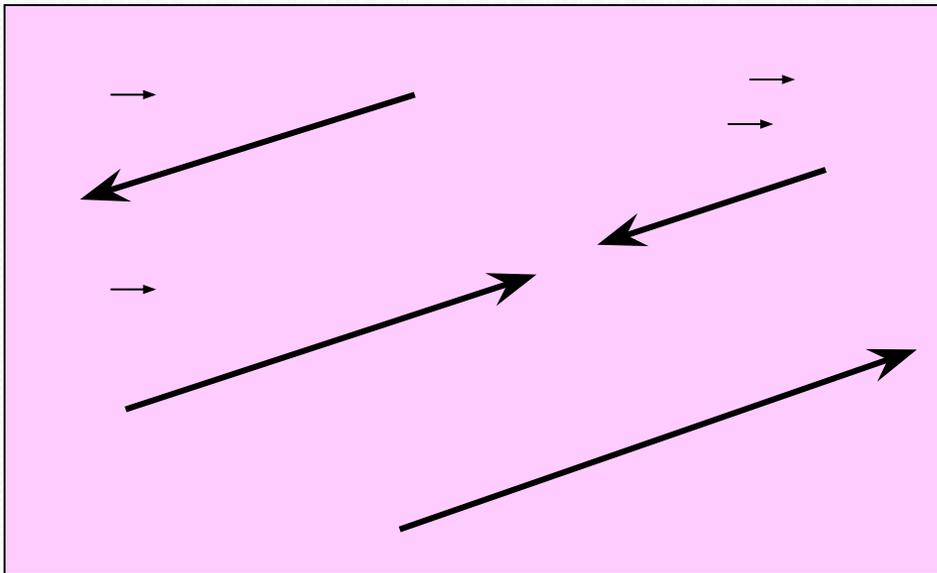
- Если начало вектора – точка  $A$ , а его конец – точка  $B$ , то вектор обозначается  $\overrightarrow{AB}$  или  $\vec{a}$ .
- От любой точки можно отложить вектор, равный данному, и притом только один, используя параллельный перенос.



**Нулевой вектор** – точка в пространстве. Начало и конец нулевого вектора совпадают, и он не имеет длины и направления. Обозначается:  $0$ .

**Абсолютной величиной** (длиной или модулем) вектора называется длина отрезка, изображающего вектор. Абсолютная величина вектора обозначается  $|a|$ .

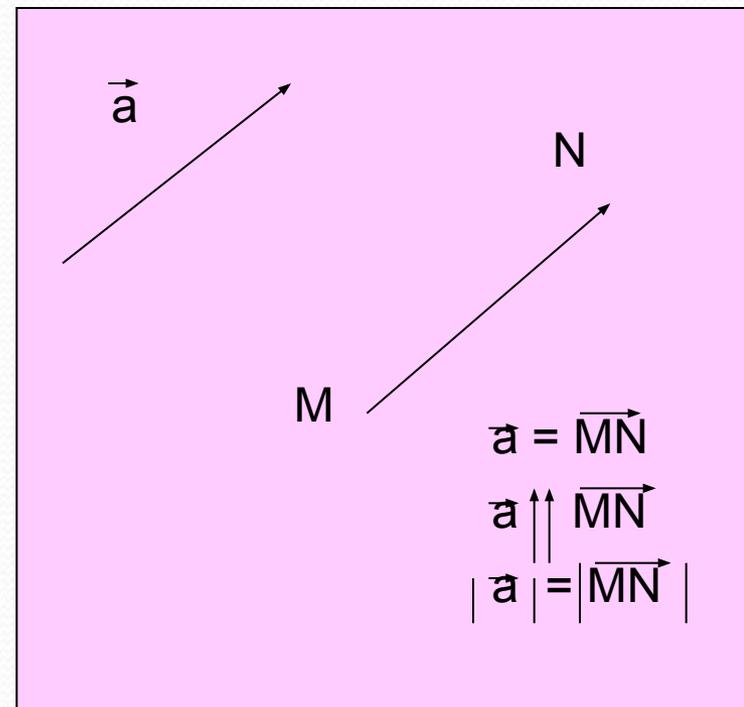
# Коллинеарные векторы.



Два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

- Если векторы коллинеарные и их лучи направлены в одну сторону, то векторы называются **сонаправленными**.
  - Обозначаются :  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$ .
- Если векторы коллинеарные и их лучи направлены в разные стороны, то векторы называются **противоположно направленными**.
  - Обозначаются :  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{d}$ .
- Нулевой вектор считают сонаправленным с любым.

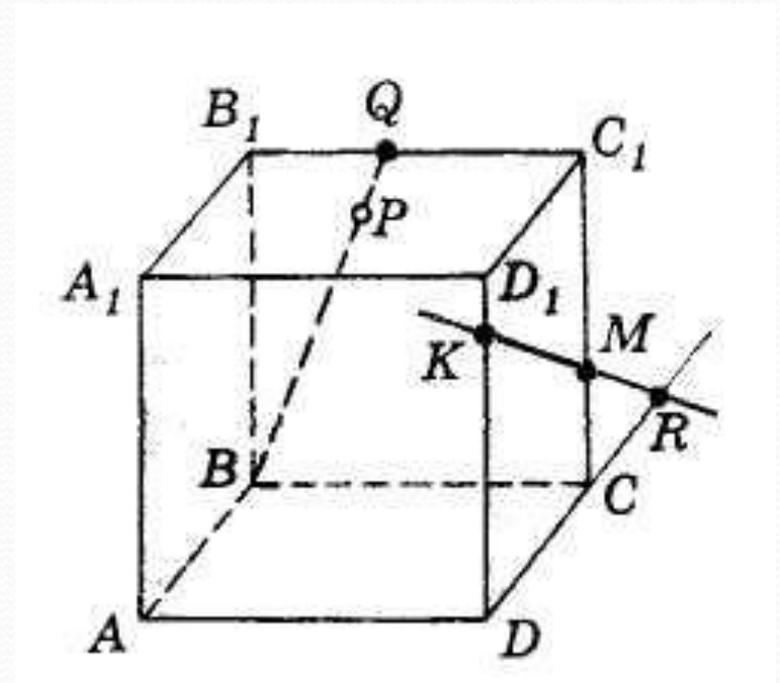
- Два вектора называются **равными**, если они сонаправлены и их длины равны.



# Задание

Привести примеры по чертежу куба с ребром 3 см:

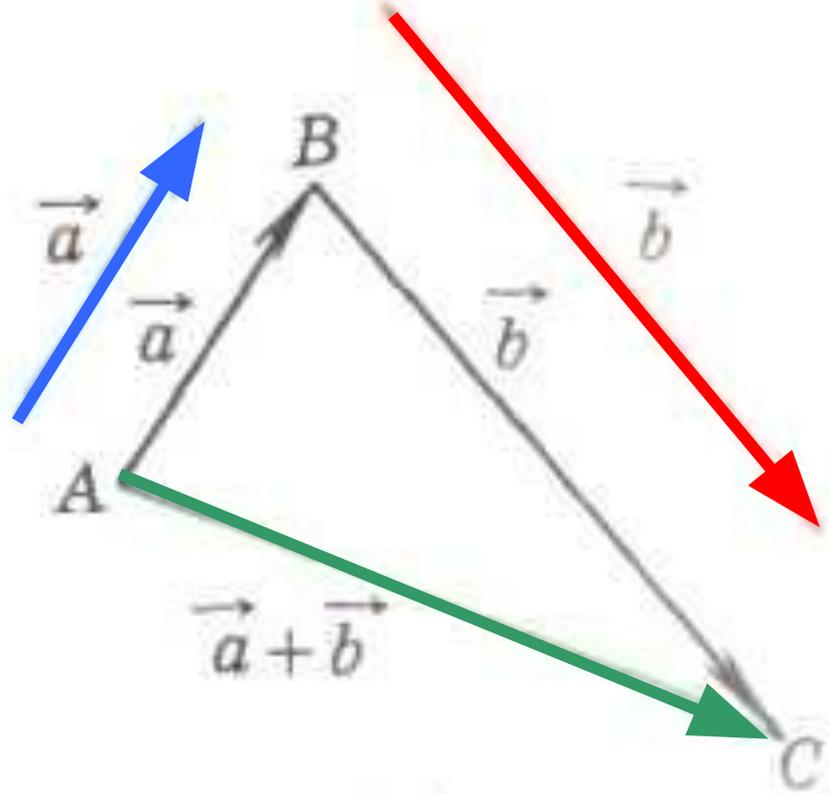
- коллинеарные векторы;
- сонаправленные векторы;
- равные векторы;
- найдите длину векторов  $\overrightarrow{AB}$ ;  $\overrightarrow{AA_1}$ ;  $\overrightarrow{AC}$ ;  $\overrightarrow{DB_1}$ .



# ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ.

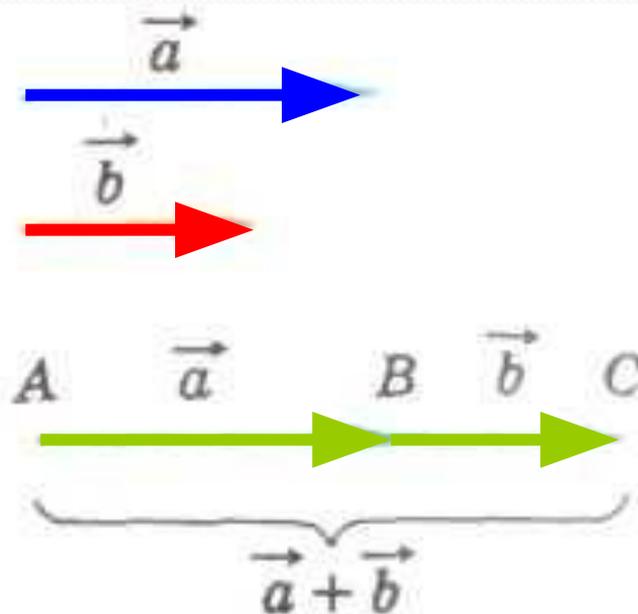
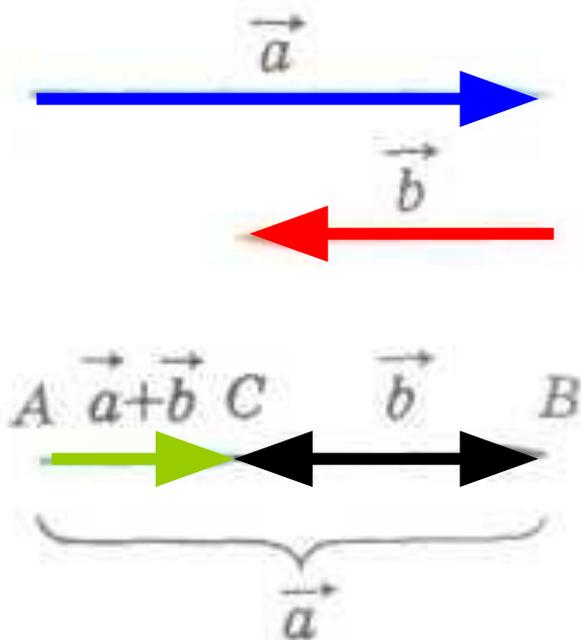
# Сложение векторов.

- **Правило треугольника.**  
(правило сложения двух произвольных векторов  $a$  и  $b$ ). Отложим от какой-нибудь точки  $A$  вектор  $\vec{AB}$ , равный  $a$ . Затем от точки  $B$  отложим вектор  $\vec{BC}$ , равный  $b$ . Вектор  $\vec{AC}$  называется суммой векторов  $a$  и  $b$ :  $\vec{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ .



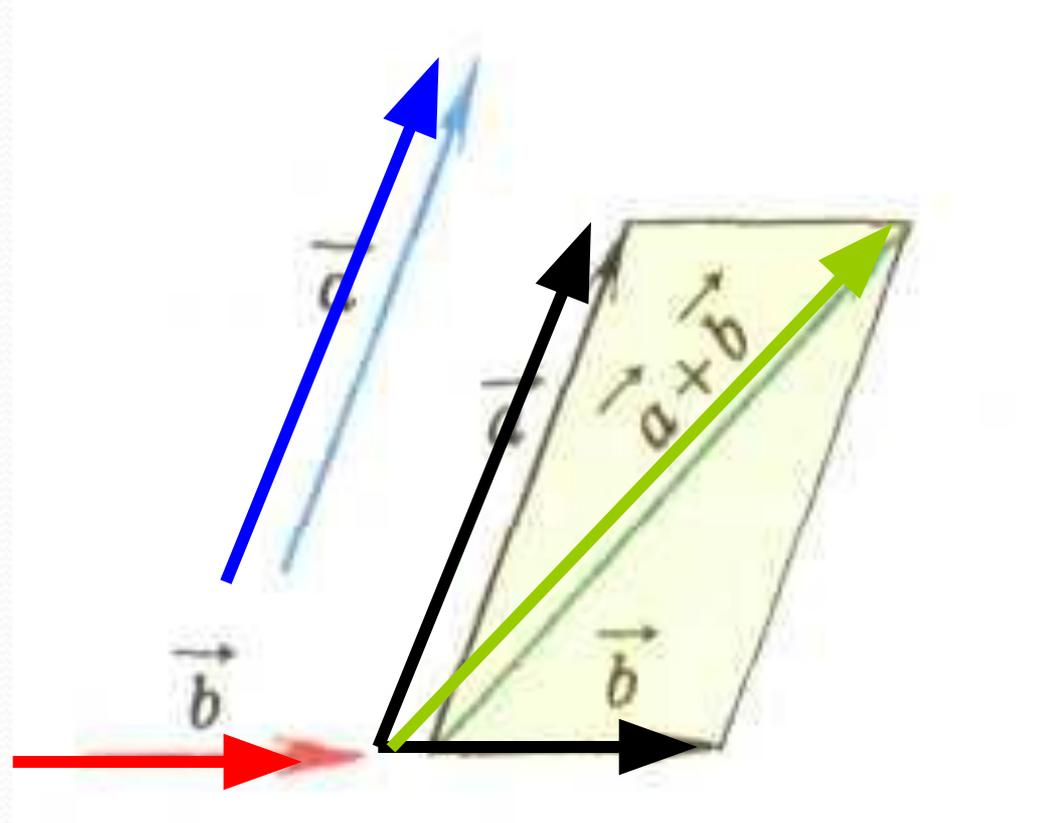
# Сложение коллинеарных векторов.

- По этому же правилу складываются и коллинеарные векторы, хотя при их сложении и не получается треугольника.



# Сложение векторов.

- Для сложения двух неколлинеарных векторов можно пользоваться также **правилом параллелограмма**, известным из курса планиметрии.



# Свойства сложения векторов.



Для любых векторов  $a$ ,  $b$  и  $c$  справедливы равенства:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

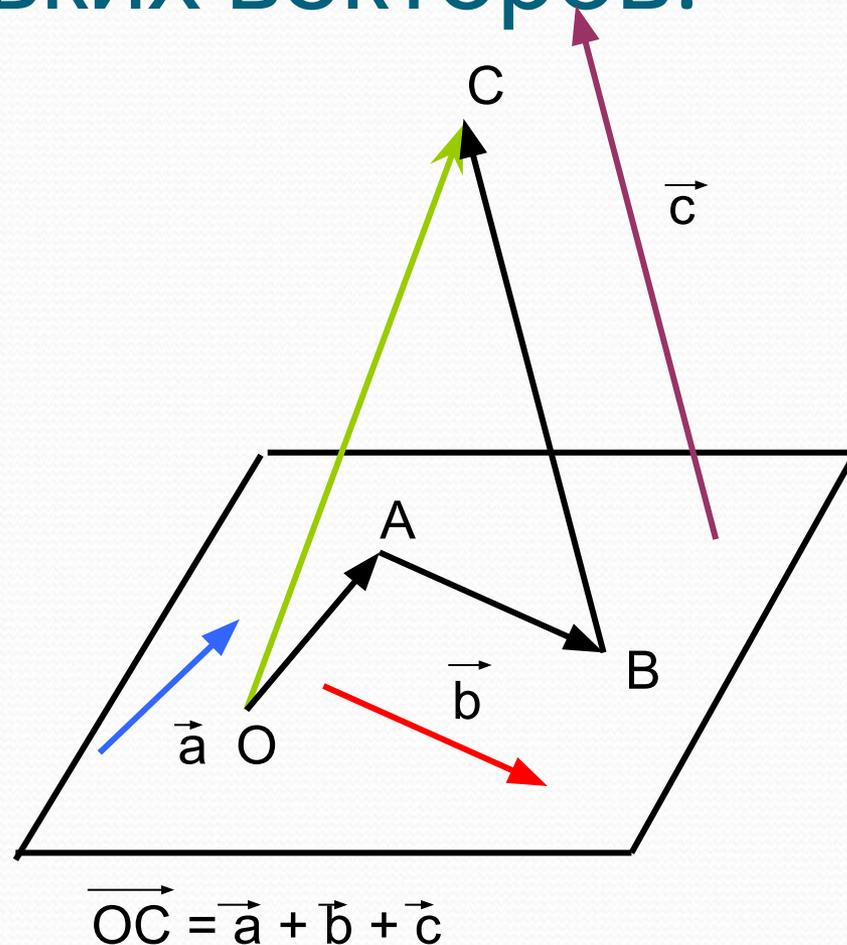
(переместительный закон);

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

(сочетательный закон).

# Сложение нескольких векторов.

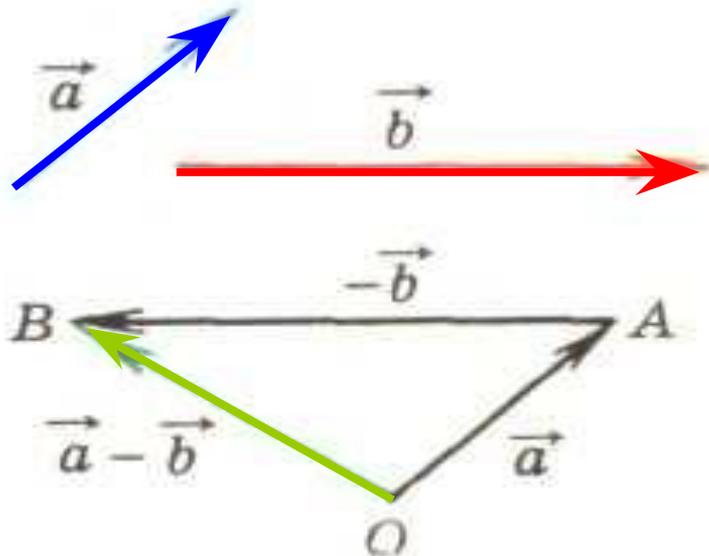
- Сложение нескольких векторов в пространстве выполняется так же, как и на плоскости: первый вектор складывается со вторым, затем их сумма — с третьим вектором и т. д. Из законов сложения векторов следует, что **сумма нескольких векторов не зависит от того, в каком порядке они складываются.**



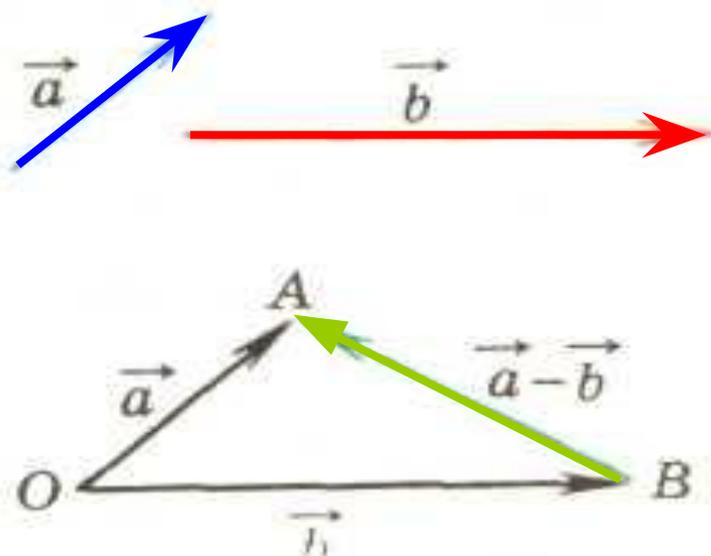
# Разность векторов.

- Разностью векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется такой вектор, сумма которого с вектором  $\vec{b}$  равна вектору  $\vec{a}$ . Разность  $\vec{a} - \vec{b}$  векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  можно найти по формуле:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) \rightarrow \rightarrow$$



$$\begin{aligned} \vec{OA} &= \vec{a}, \quad \vec{AB} = -\vec{b} \\ \vec{OB} &= \vec{a} + (-\vec{b}) = \vec{a} - \vec{b} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \vec{OA} &= \vec{a}, \quad \vec{OB} = \vec{b} \\ \vec{BA} &= \vec{a} - \vec{b} \end{aligned}$$

# Умножение вектора на число.

- Произведением ненулевого вектора  $\vec{a}$  на число  $k$  называется такой вектор  $\vec{b}$ , длина которого равна  $|k| \cdot |\vec{a}|$ , причем векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  сонаправлены при  $k \geq 0$  и противоположно направлены при  $k < 0$ .
- Произведением нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор.
- Произведение вектора  $\vec{a}$  на число  $k$  обозначается так:  $k\vec{a}$ .
- Для любого числа  $k$  и любого вектора  $\vec{a}$  векторы  $\vec{a}$  и  $k\vec{a}$  коллинеарны.
- Произведение любого вектора на число ноль есть нулевой вектор.

# Свойства умножения вектора на число.

- Отметим, что  $(-1)\vec{a}$  является вектором, противоположным вектору  $\vec{a}$ , т.е.

$$(-1)\vec{a} = -\vec{a}.$$

- если вектор  $\vec{a}$  ненулевой, то векторы  $(-1)\vec{a}$  и  $\vec{a}$  противоположно направлены.
- если векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарны и  $\vec{a} \neq \vec{0}$ , то существует число  $k$  такое, что  $\vec{b} = k\vec{a}$ .

# Правила умножения вектора на число.

Для любых векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и любых чисел  $k$ ,  $f$  справедливы равенства:

$$(kf)\vec{a} = k(f\vec{a}) \text{ (сочетательный закон);}$$

$$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b} \text{ (первый распределительный закон);}$$

$$(k + f)\vec{a} = k\vec{a} + f\vec{a} \text{ (второй распределительный закон).}$$



**Спасибо за внимание!**