

Взаимное расположение прямых в пространстве

Выполнила учитель
математики Малютина В.М.

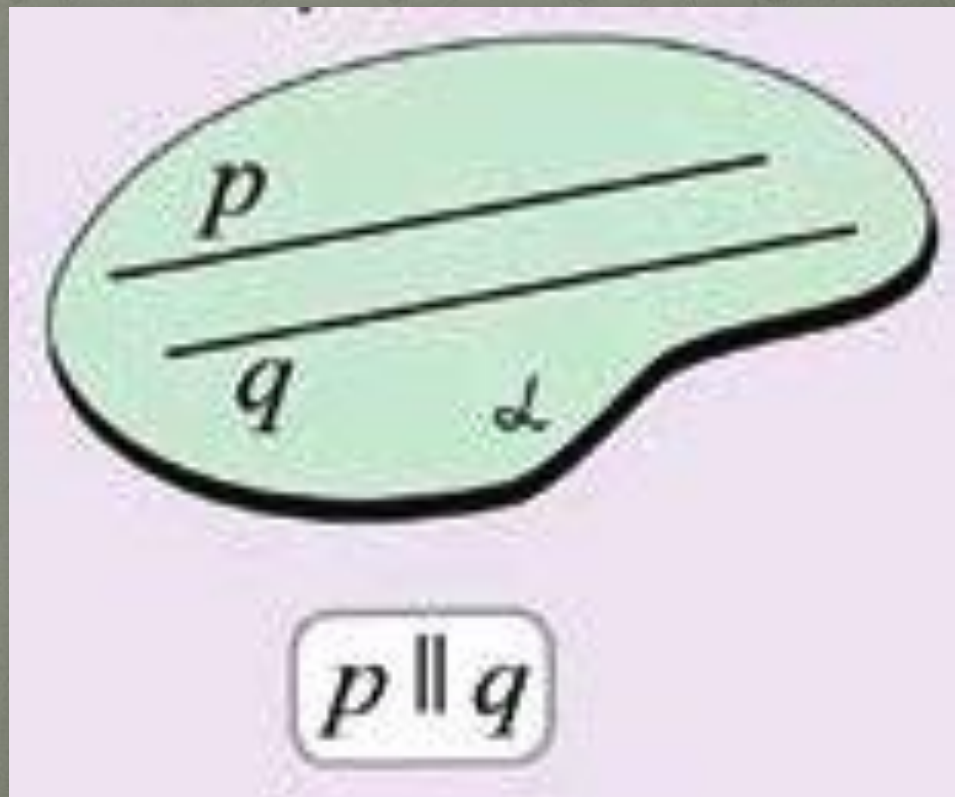


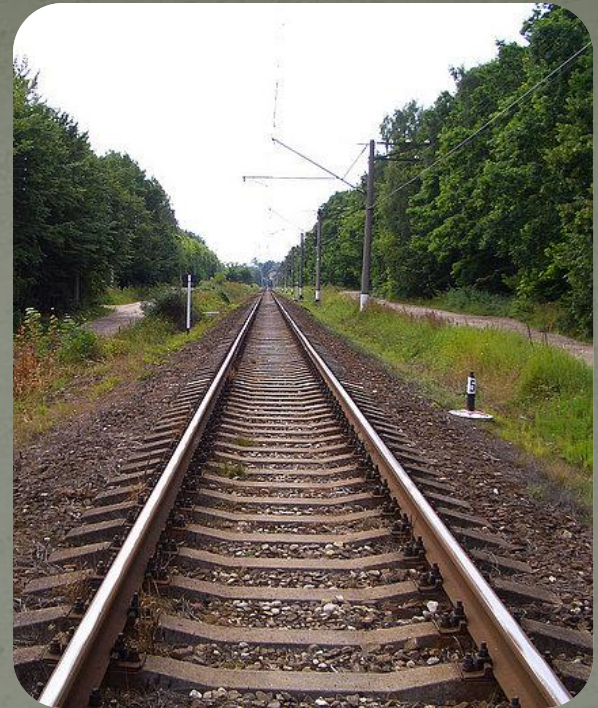
Возможны четыре различных случая расположения двух прямых в пространстве:

- прямые скрещивающиеся;
- прямые пересекаются;
- прямые параллельные;
- прямые совпадают.

Параллельные прямые

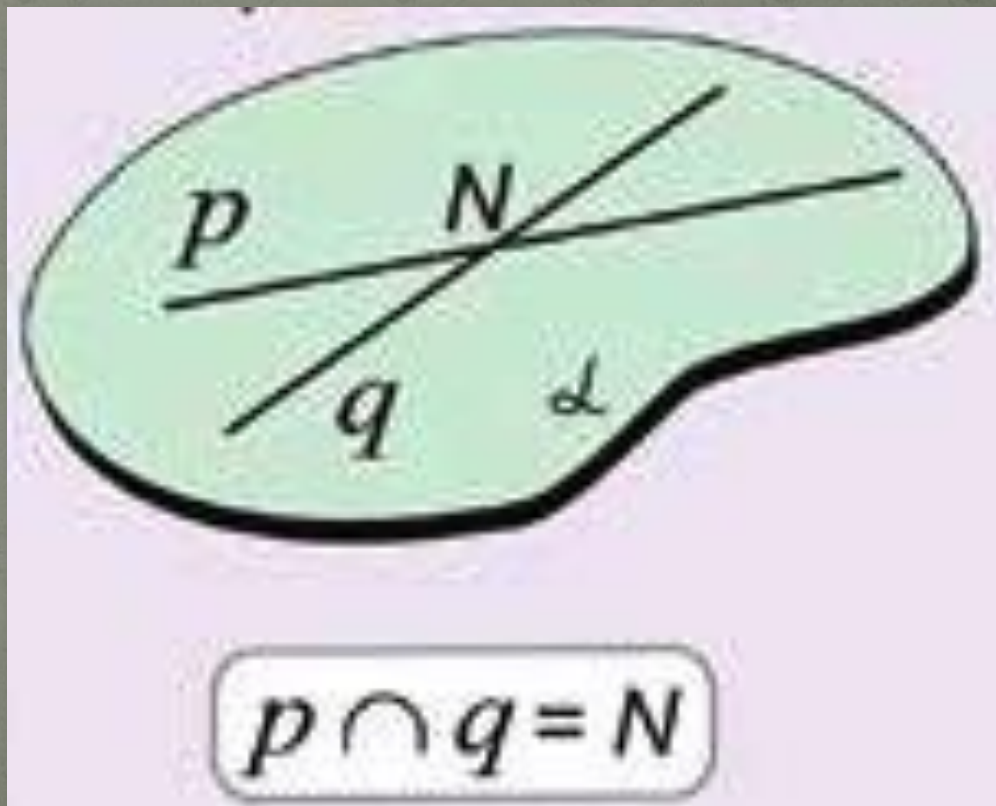
Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

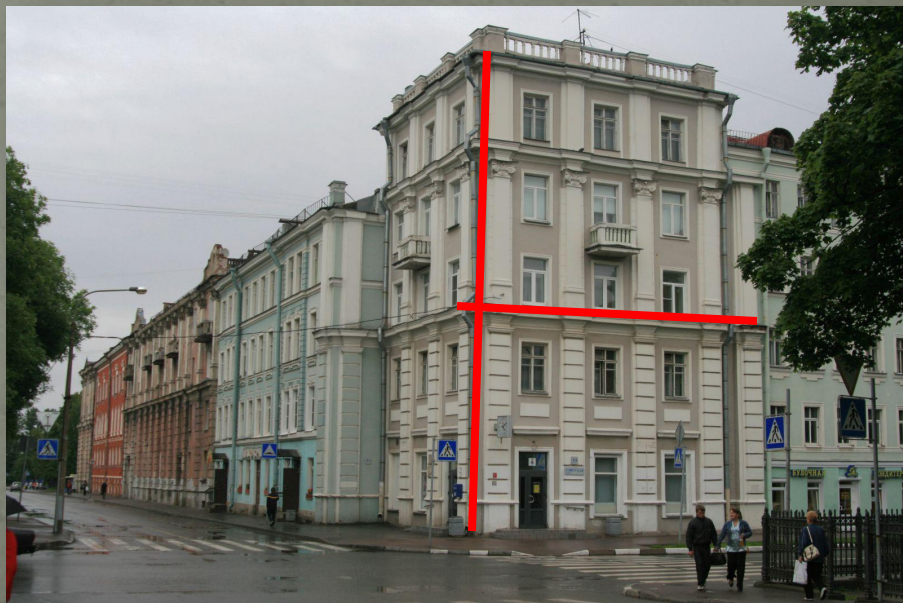




Пересекающиеся прямые

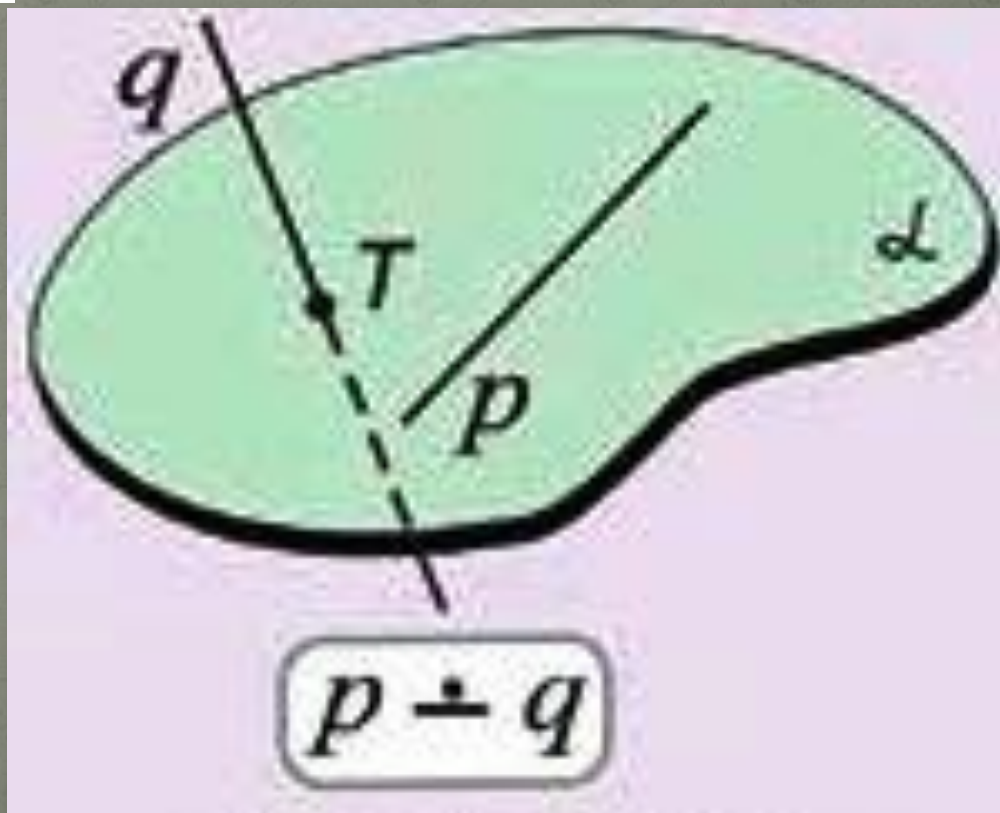
Прямые, которые имеют общую точку и лежат в одной плоскости, называются пересекающимися.





Скрещивающиеся прямые

Прямые, которые не пересекаются и не лежат в одной плоскости, называются скрещивающимися.

















ТЕОРЕМА :

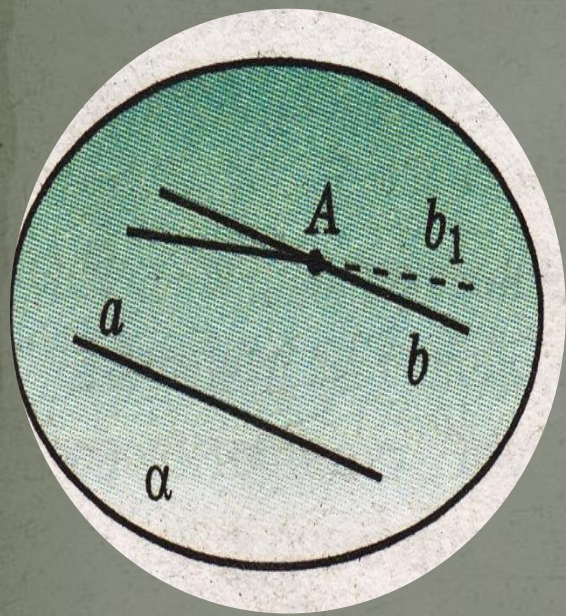
Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой, притом только одну.

Дано: a , $A \notin a$.

Доказать: $b \parallel a$, b - единственная
Доказательство.

1. Через прямую a и точку A проведём плоскость α .
2. Через точку A проведём $b \parallel a$.
3. Докажем, что b - единственная.

Допустим, что существует $b_1 \parallel a$. Через a и b_1 можно провести α_1 . α_1 должна проходить через A и a . Но такая плоскость единственная, значит, α совпадает с α_1 , b совпадает с b_1 .



Теорема:

ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМЫХ

Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны.

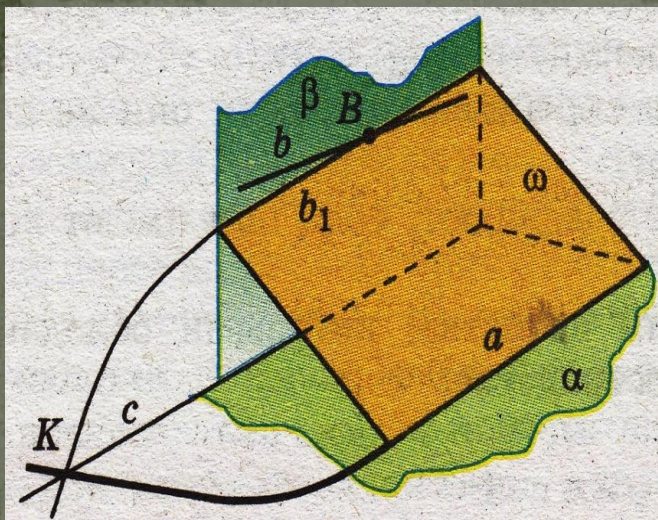


a, b, c – лежат в одной плоскости.

Пусть b и c не параллельны.

Тогда они пересекаются в точке, через которую будут проходить две прямые параллельные a , что противоречит аксиоме 1.

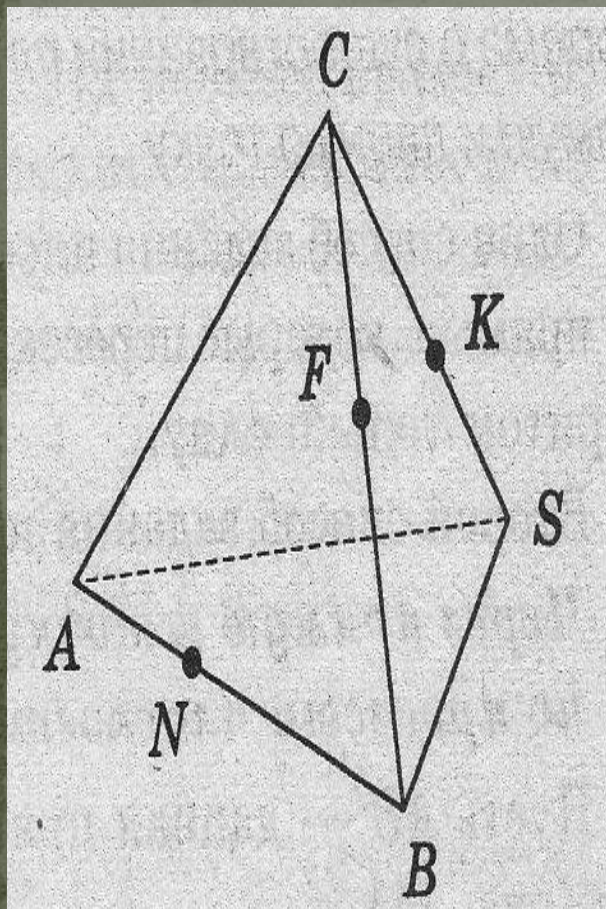
Значит, $b \parallel c$.



a, b, c – не лежат в одной плоскости.
Тогда через a и c проведем плоскость α , а через c и b – плоскость β (по определению параллельных прямых).
 α и β - различны.

Поставим на прямой b точку V . Через V и c проведем плоскость ω . Она пересечет β по прямой b_1 .
Так как в β через V уже проходит $b \parallel c$, то b_1 не $\parallel c$.
То есть $b_1 \cap c = K$, $K \in \beta$, $K \in \alpha$. Однако $K \in b_1$ значит $K \in \omega$.
Точка K принадлежит одновременно всем трем плоскостям.
Но точки общие для α и ω лежат на прямой a . Поэтому a проходит через K , что противоречит условию $a \parallel c$.
Итак, b_1 не $\parallel c$, $b_1 \parallel c$. Но в β $b \parallel c$.
Значит, b_1 и b совпадают. $a \parallel b$.

Задание: Пользуясь изображением, запишите:



- 1) точки, которые принадлежат плоскости грани ABC;
- 2) точки, которые не лежат в плоскости грани ABC;
- 3) общие точки плоскостей граней ABC и ABS;
- 4) прямую пересечения плоскостей граней ABC и SBC;
- 5) плоскость, которая проходит через прямые AB и BC;
- 6) плоскость, которая не содержит прямых AB и BC.

Задача № 1

Известно, что точки A, B, C, D лежат в одной плоскости.

Определите, могут ли прямые AB и CD :

- а) быть параллельными;
- б) пересекаться;
- в) быть скрещивающимися.

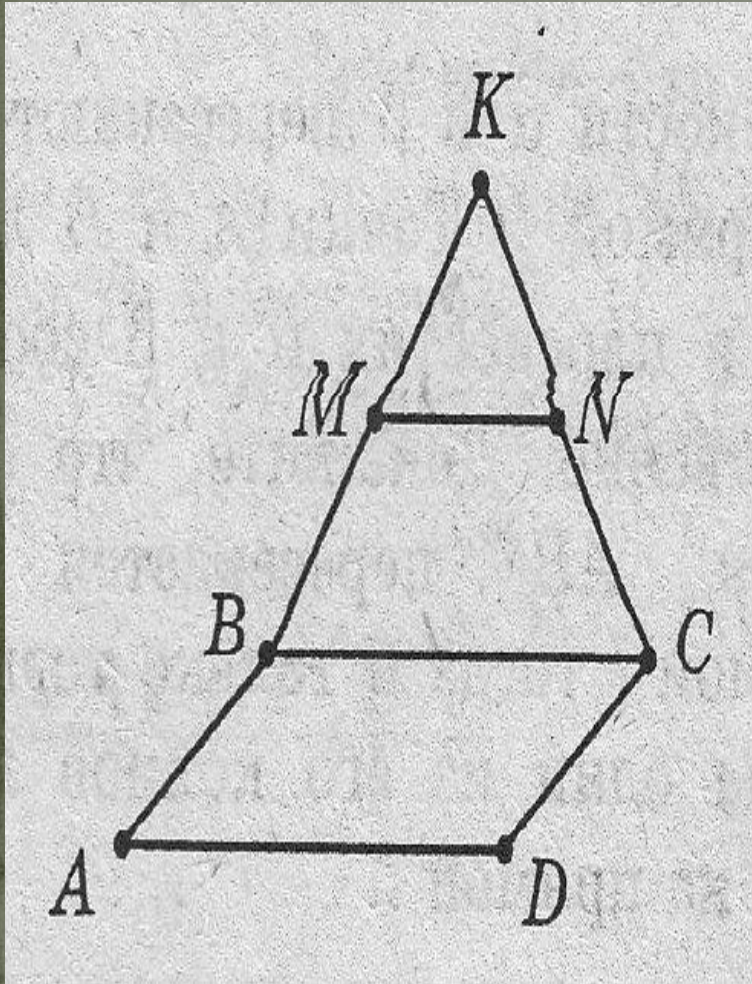
Задача № 2

Известно, что точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости.

Определите, могут ли прямые AB и CD :

- а) быть параллельными;
- б) пересекаться;
- в) быть скрещивающимися.

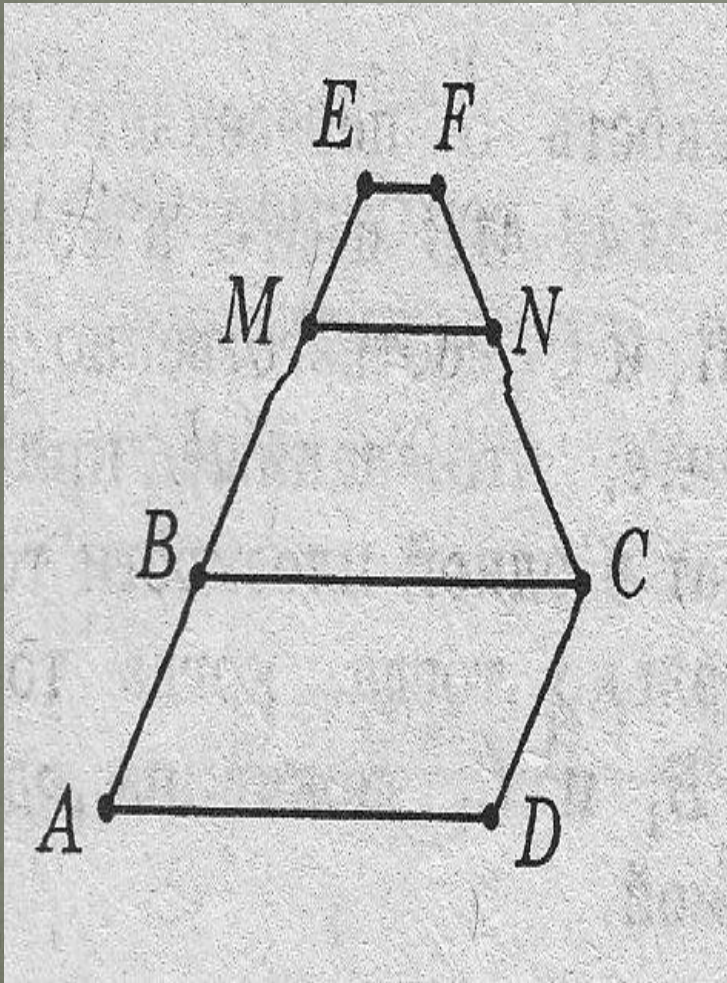
Задача № 3



Треугольник KBC и прямоугольник $ABCD$ не лежат в одной плоскости. Точки M и N – середины отрезков KB и KC соответственно. Докажите, что $AD \parallel MN$.

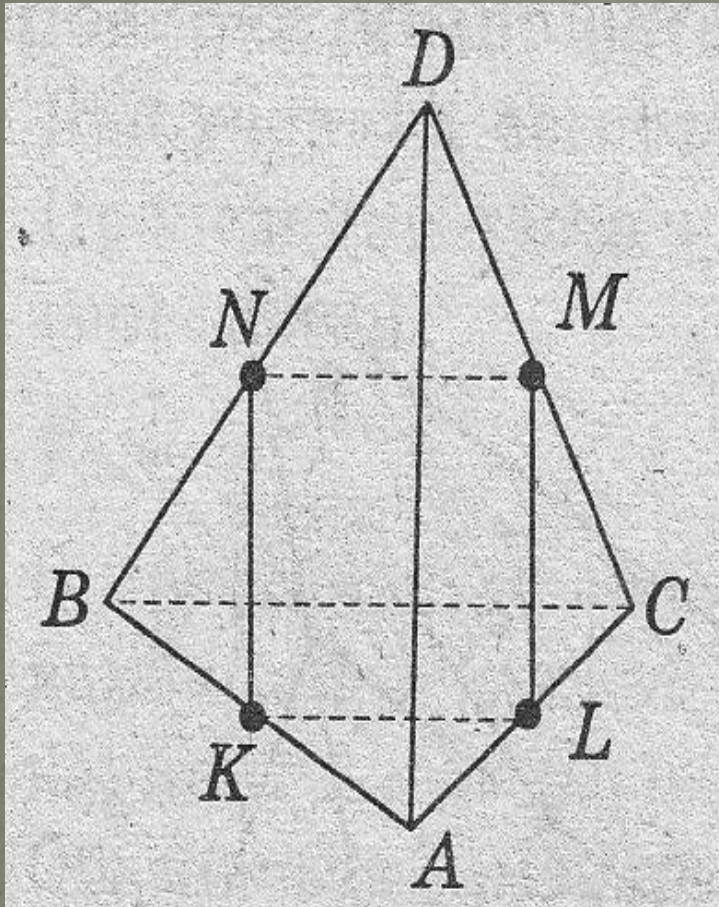
Найдите AD , если $MN = 4$ см.

Задача № 4



Квадрат $ABCD$ и трапеция $BEFC$ (BC и EF – основания) не лежат в одной плоскости. Точки M и N – середины отрезков BE и FC соответственно. Докажите, что $MN \parallel AD$. Найдите MN , если $AB = 8$ см, $EF = 4$ см.

Задача № 5



Точки K, L, M, N – середины ребер AB, AC, CD, DB тетраэдра, все ребра которого равны.

Найдите длину ребра тетраэдра, если периметр, образованного четырехугольника $KLMN$ равен $4a$.

Вопросы:

- Назовите случаи взаимного расположения прямых в пространстве.
- О каком взаимном расположении прямых в пространстве Вы сегодня узнали впервые? Дать определение.
- Назовите случаи взаимного расположения прямых в пространстве на примере классной комнаты.

Домашнее задание:

- Параграф 2,
- п. 7,
- № 34.