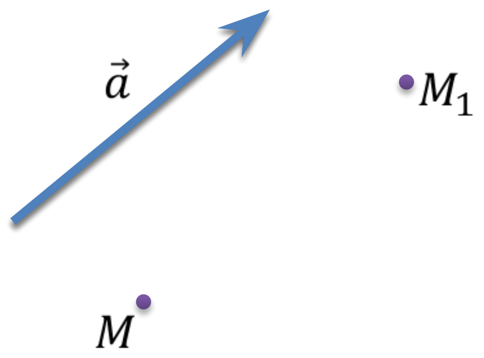
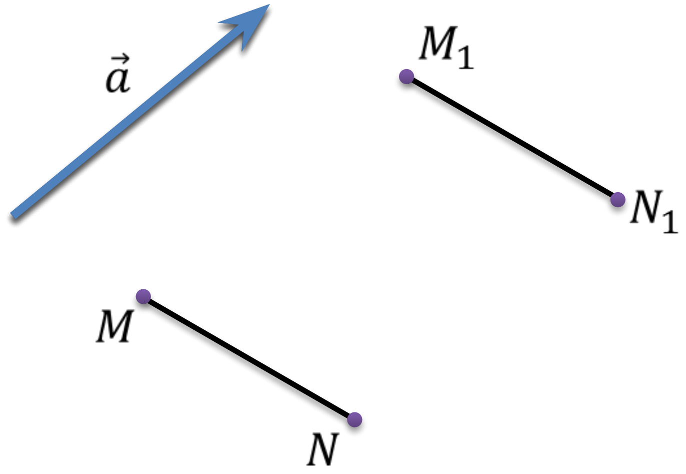
Параллельный перенос

Преобразование, при котором каждая точка фигуры перемещается в одном и том же направлении и на одно и то же расстояние, называется ***параллельным переносом***.



Параллельным переносом на вектор $\vec{a}$ называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка M отображается в такую точку M_1, что вектор $\overrightarrow{MM_1}$ равен вектору $\vec{a}$.



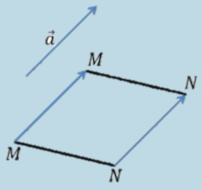
$$\left.\begin{aligned}\overrightarrow{MM_1} &= \vec{a}\\ \overrightarrow{NN_1} &= \vec{a}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{MM_1} = \overrightarrow{NN_1}$$

$$\left.\begin{aligned}MM_1 &\parallel NN_1\\ MM_1 &= NN_1\end{aligned}\right\} \Rightarrow MM_1N_1N - \text{параллелограмм}$$

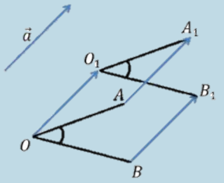
$$MN = M_1N_1$$

Параллельный перенос сохраняет расстояние между точками и поэтому представляет собой *движение*. Это движение можно представить себе как сдвиг всей плоскости в направлении данного вектора $\vec{a}$ на его длину.

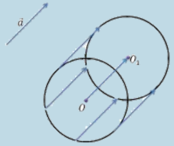
Свойства параллельного переноса:



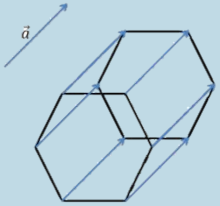
отрезок переходит в равный ему отрезок



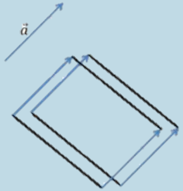
угол переходит в равный ему угол



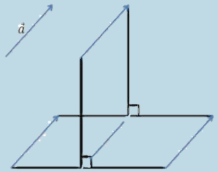
окружность переходит в равную ей окружность



многоугольник переходит в равный ему многоугольник

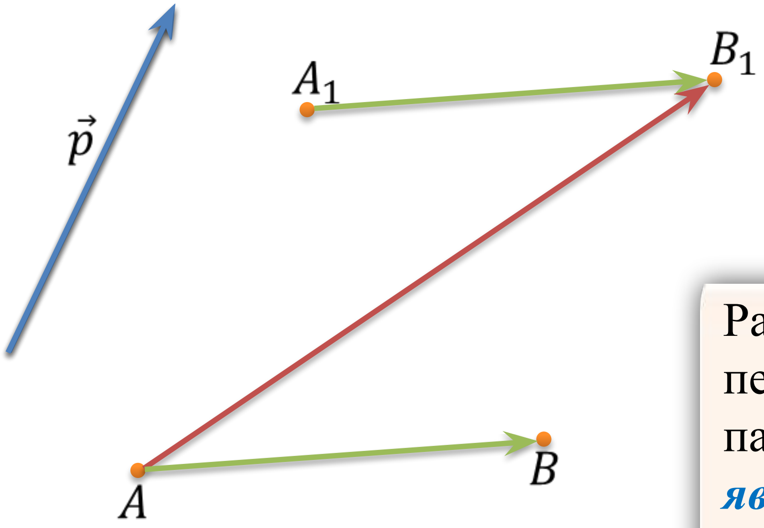


параллельные прямые переходят в параллельные прямые



перпендикуляр-ные прямые переходят в перпендикуляр-ные прямые

Параллельным переносом на вектор $\vec{p}$ называется такое отображение пространства на себя, при котором любая точка M переходит в такую точку M_1, что $\overrightarrow{MM_1} = \vec{p}$.



$$\overrightarrow{AA_1} = \vec{p}, \overrightarrow{BB_1} = \vec{p}$$

$$\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1B_1}, \quad \overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1}$$

$$\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1}$$

$$\vec{p} + \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{AB} + \vec{p}$$

$$\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow A_1B_1 = AB$$

Расстояние между точками при параллельном переносе в пространстве сохраняется, значит, параллельный перенос в пространстве также ***является движением***, но уже не плоскости, а ***пространства***.

Свойства параллельного переноса:

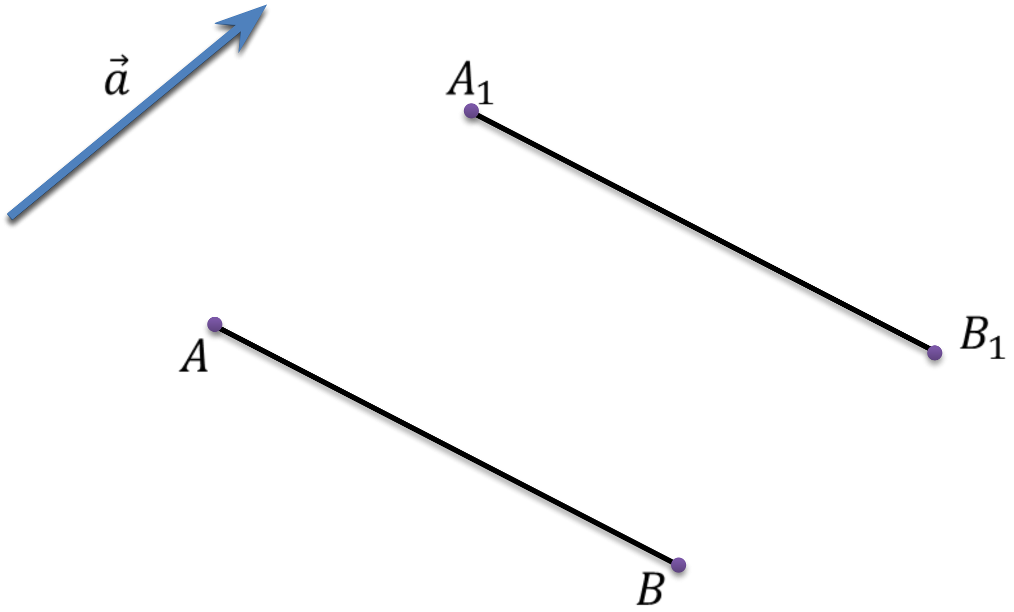
- ✓ Параллельный перенос – пример движения пространства.
- ✓ При параллельном переносе точки смещаются по параллельным или совпадающим прямым на одно и то же расстояние.
- ✓ При параллельном переносе прямая переходит в параллельную прямую (или сама в себя).
- ✓ Каковы бы не были две точки A и A_1, существует, и притом единственный, параллельный перенос, при котором точка A переходит в точку A_1.
- ✓ При параллельном переносе в пространстве каждая плоскость переходит либо в себя, либо в параллельную ей плоскость.

Свойства движения пространства:

- ✔ Движение сохраняет расстояние между точками.
- ✔ При любом движении пространства отрезок отображается на отрезок.
- ✔ При любом движении пространства прямая отображается на прямую.
- ✔ При любом движении пространства плоскость отображается на плоскость.

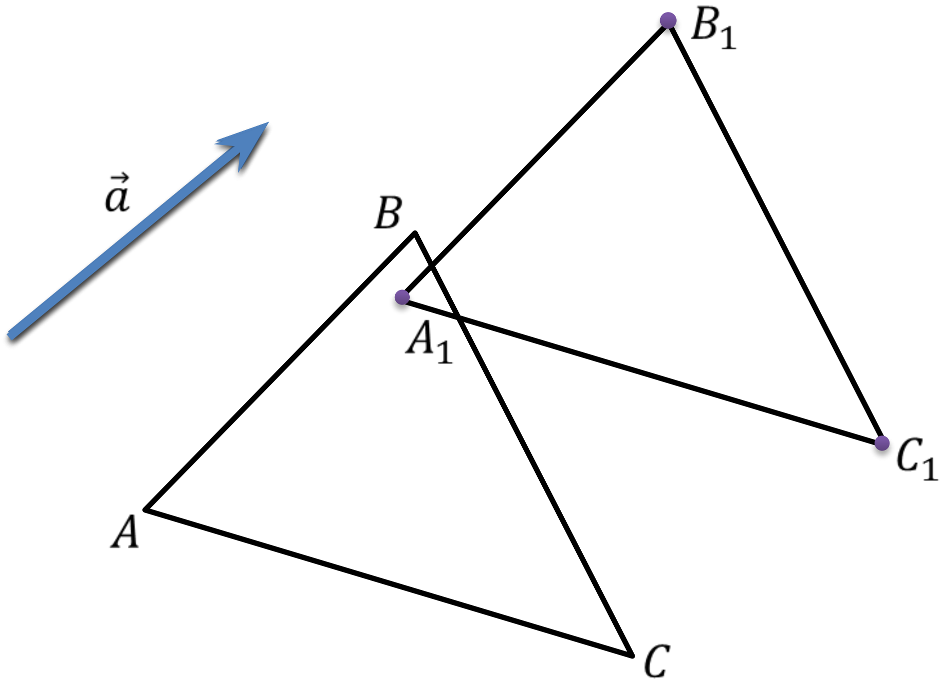
Задача. Начертить отрезок AB и вектор $\vec{a}$. Построить отрезок A_1B_1, который получится из отрезка AB параллельным переносом на вектор $\vec{a}$.

Решение:



Задача. Начертить треугольник ABC и вектор $\vec{a}$. Построить треугольник $A_1B_1C_1$, который получится из треугольника ABC параллельным переносом на вектор $\vec{a}$.

Решение:



Задача. Начертить пятиугольник $ABCDE$ и вектор $\vec{a}$. Построить пятиугольник $A_1B_1C_1D_1E_1$, который получится из пятиугольника $ABCDE$ параллельным переносом на вектор $\vec{a}$.

Решение: