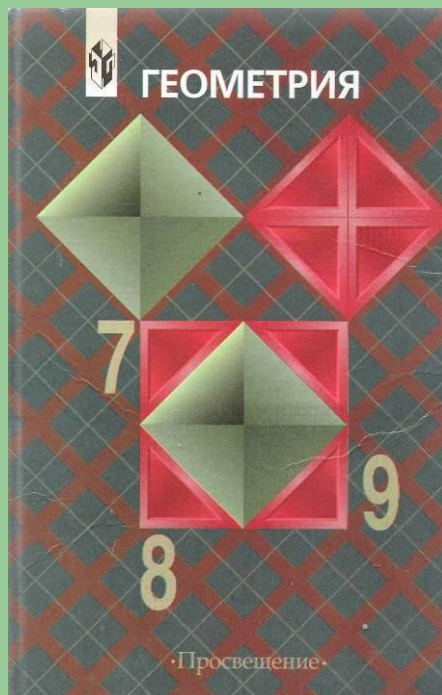


Решение треугольников



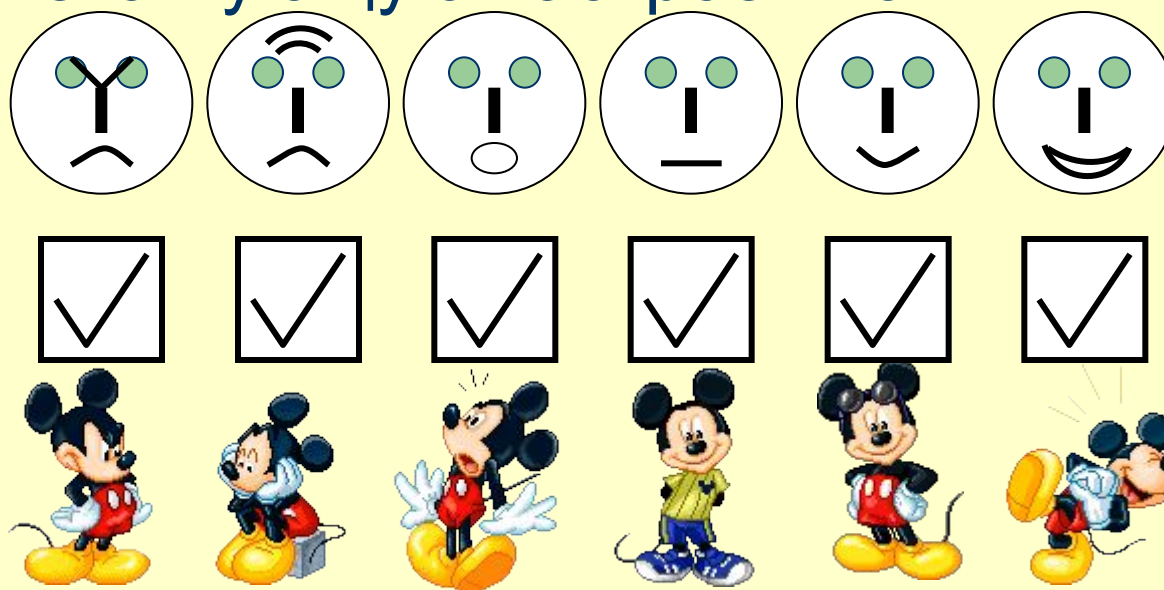
Геометрия 9 класс

Организационный момент

Часто знает и дошкольник,
Что такое треугольник,
А уж вам-то, как не знать...
Но совсем другое дело –
Очень быстро и умело
Треугольники считать!

Психологическая разминка

Определите своё эмоциональное состояние в начале. Поставьте галочку в клетку, соответствующую настроению



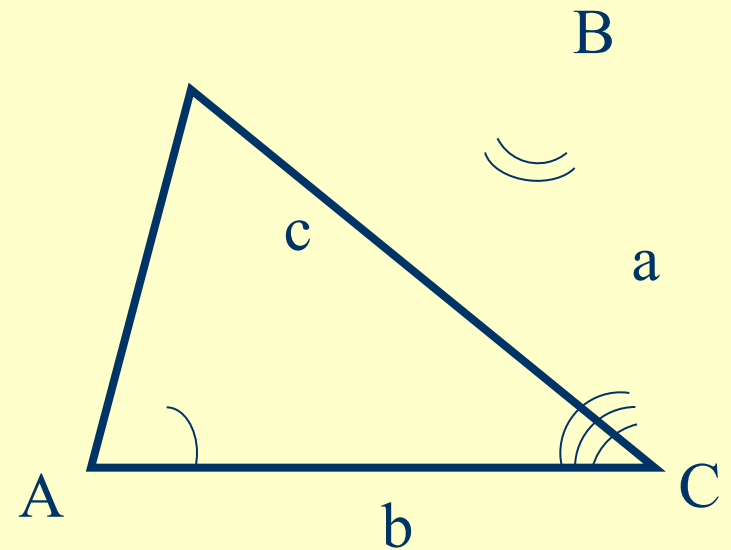
Тест на определение истинности (ложности) утверждения

1. **И** В треугольнике против угла в 150° лежит большая сторона.
2. **И** В равностороннем треугольнике внутренние углы равны между собой и каждый равен 60° .
3. **Л** Существует треугольник со сторонами 2 см, 7 см, 3 см.
4. **И** Прямоугольный равнобедренный треугольник имеет равные катеты.
5. **Л** Сумма длин двух других сторон любого треугольника меньше третьей стороны.
6. **И** Если острый угол прямоугольного треугольника равен 60° , то прилежащий к нему катет равен половине гипотенузы.
7. **Л** Существует треугольник с двумя тупыми углами.
8. **И** В прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90° .

Определение



Решением треугольника называется нахождение всех его шести элементов (то есть трёх сторон и трёх углов) по каким-нибудь трём данным элементам.



Для этого вспомним



Решение данных задач основано на использовании теорем синуса и косинуса, теоремы о сумме углов треугольника и следствии из теоремы синусов: в треугольнике против большего угла лежит большая сторона, против большей стороны лежит больший угол.

Причем, при вычислении углов треугольника предпочтительнее использовать теорему косинусов, а не теорему синусов.

Соотношения между сторонами и углами в треугольнике

1. Сумма углов треугольника.
2. Теорема синусов.
3. Теорема косинусов.

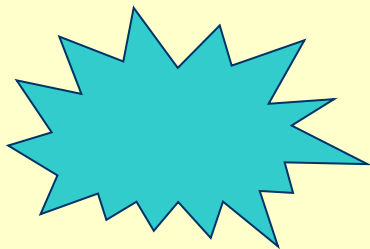
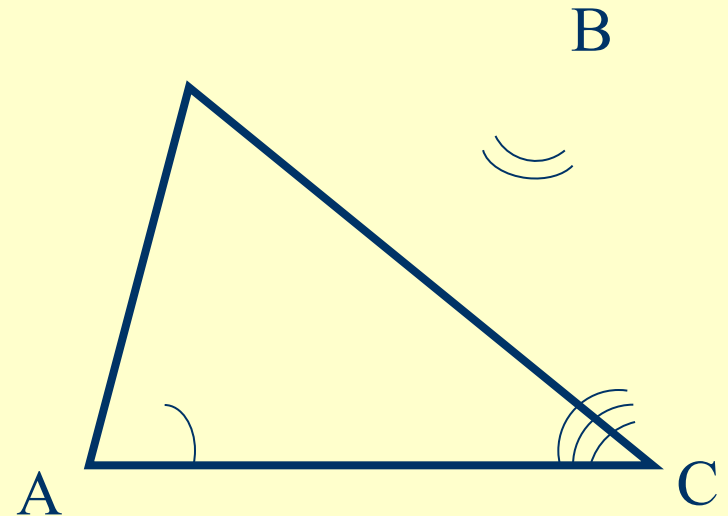




Сумма углов треугольника

Сумма углов
треугольника равна 180°

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

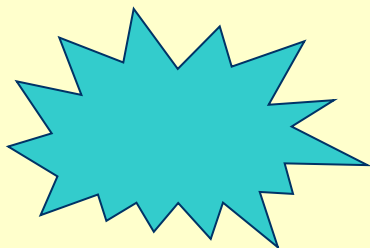
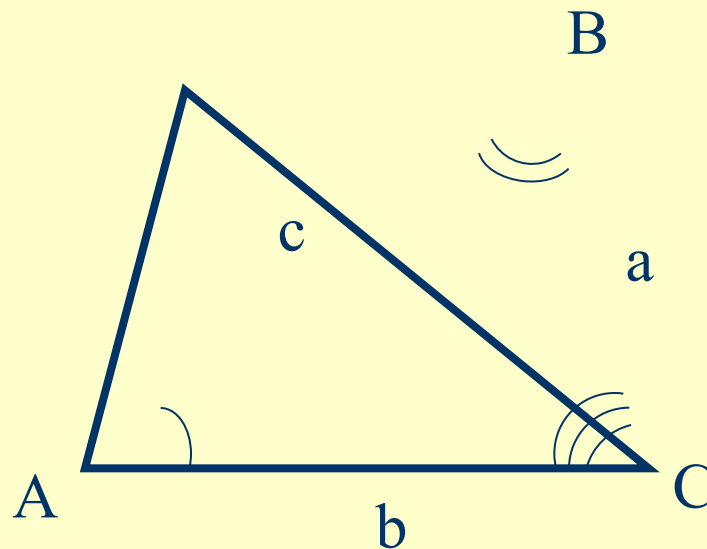


Теорема синусов



Стороны треугольника
пропорциональны синусам
противоположащих углов

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

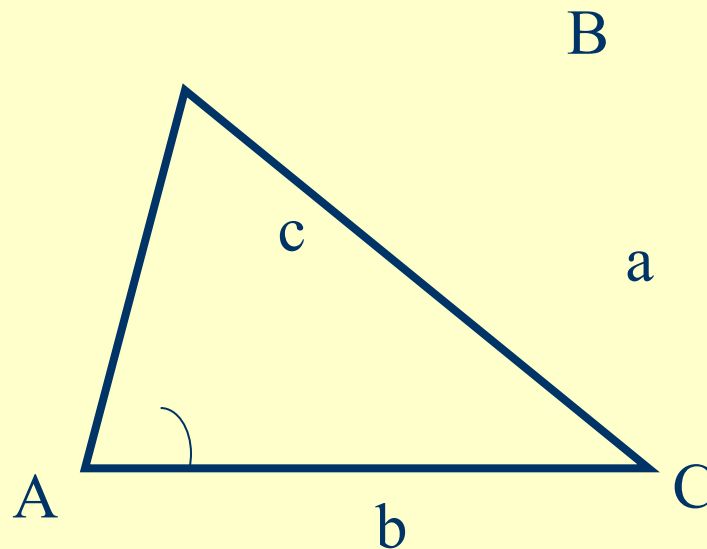
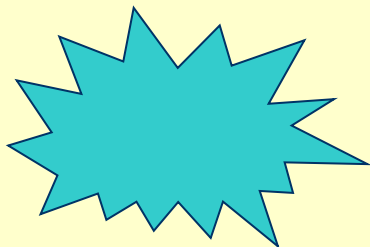


Теорема косинусов



Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$



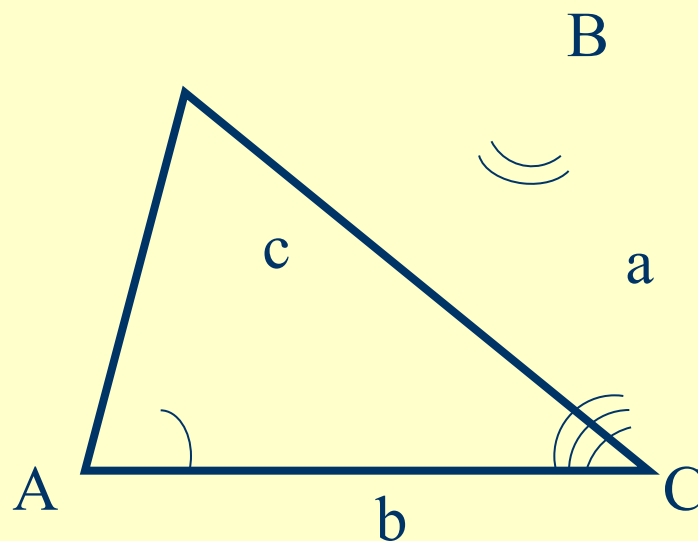
Три задачи на решение треугольника

Рассмотрим 3 задачи на решение треугольника:

- решение треугольника по двум сторонам и углу между ними;
- решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам;
- решение треугольника по трем сторонам.

Договоримся

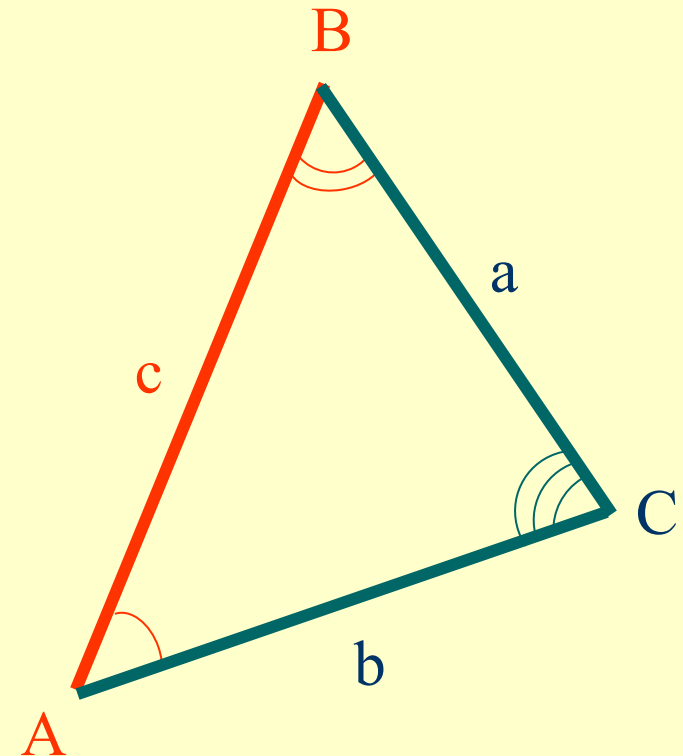
При решении
треугольников будем
пользоваться
следующими
обозначениями для
сторон треугольника
 ABC :
 $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$.



Задача 1. Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними

Дано: $\triangle ABC$, a , b , $\angle C$

Найти: c , $\angle A$, $\angle B$.



Задача 1. Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними

1. Применим теорему косинусов

$$\tilde{n} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C}$$

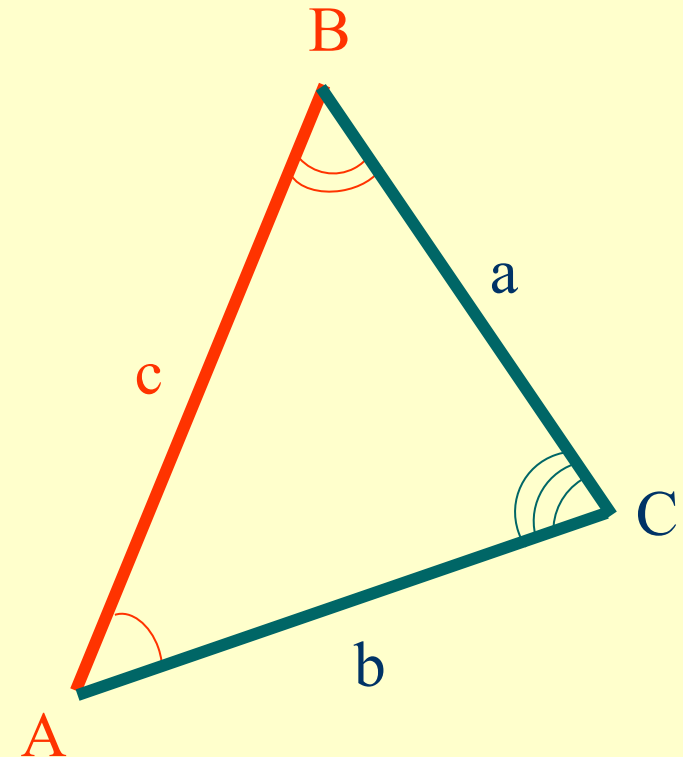
2. По теореме косинусов находим

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

3. Угол A находим с помощью таблицы Брадиса

$$\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$$

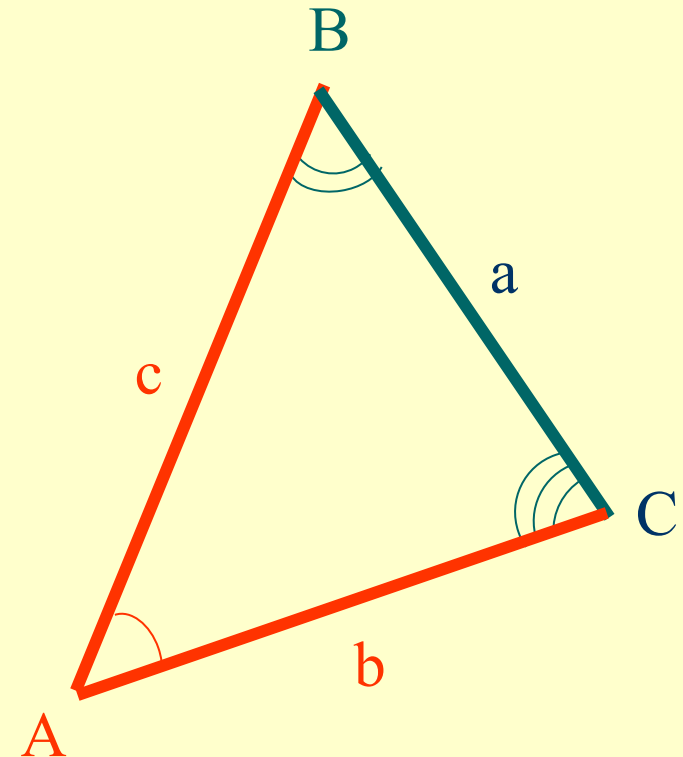
4. Запишем ответ



Задача 2. Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам

Дано: $\triangle ABC$, a , $\angle B$,
 $\angle C$

Найти: b , c , $\angle A$



Задача 2. Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам

1. Найдём неизвестный угол

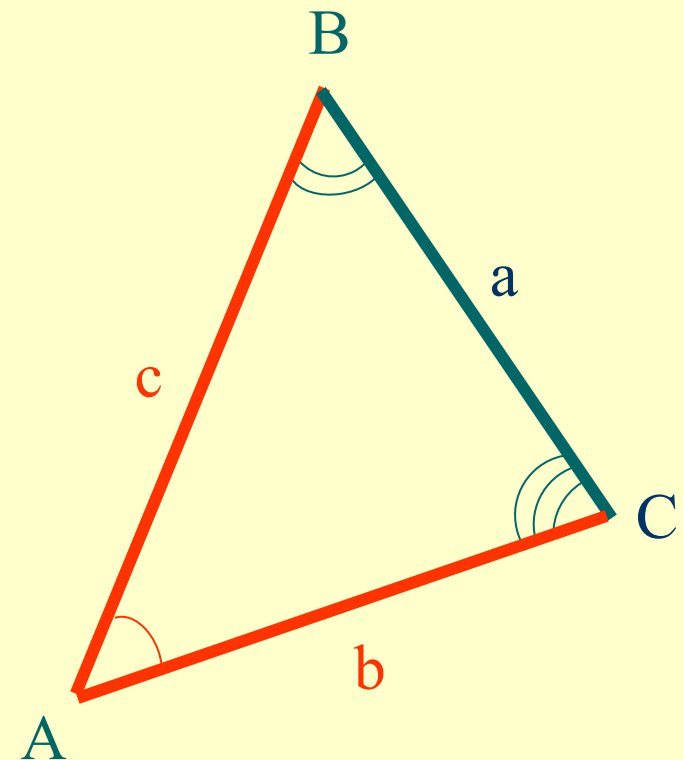
$$\angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C)$$

2. С помощью теоремы синусов:

$$b = \frac{a \sin B}{\sin A}$$

$$\tilde{n} = \frac{a \sin \tilde{N}}{\sin A}$$

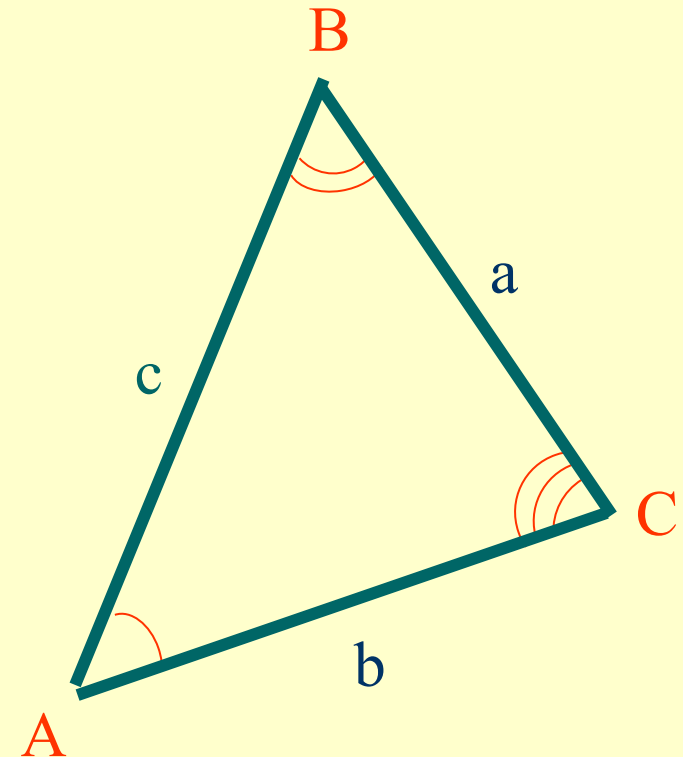
3. Запишем ответ



Задача 3. Решение треугольника по трём сторонам

Дано: $\triangle ABC$, a , b , c

Найти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.



Задача 3. Решение треугольника по трём сторонам

1. По теореме косинусов найдём

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab}$$

2. Значения углов A и B находим с помощью таблицы Брадиса.

3. Находим оставшийся угол

$$\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$$

4. Запишем ответ

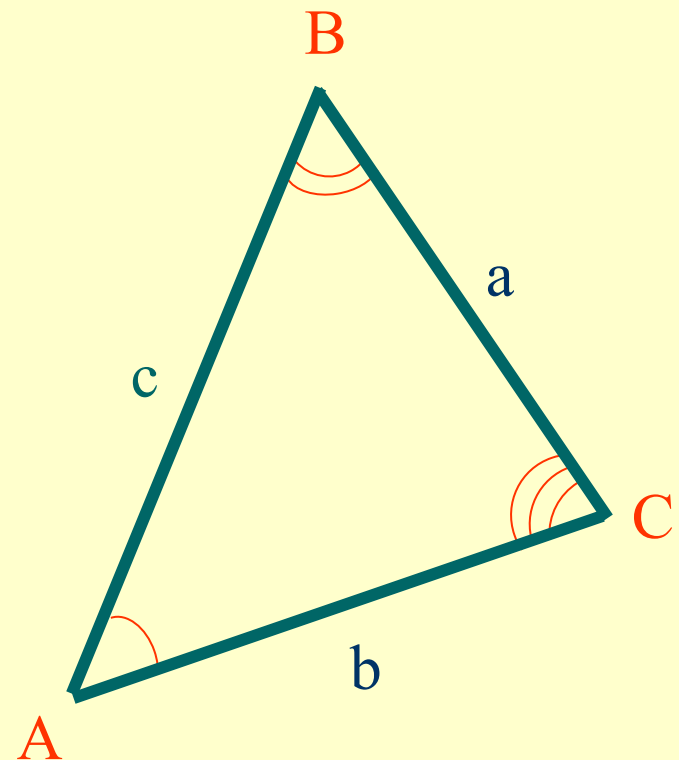


Таблица – памятка



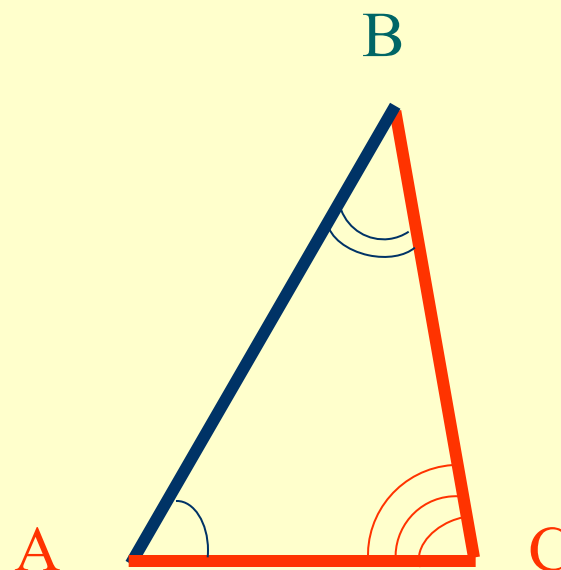
Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними	Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам	Решение треугольника по трем сторонам
$\tilde{n} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C}$ $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ $\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$	$\angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C)$ $b = \frac{a \sin B}{\sin A}$ $\tilde{n} = \frac{a \sin \tilde{N}}{\sin A}$	$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ $\cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab}$ $\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$

Решаем задачу 1

Решить треугольник ABC, если
 $\angle A = 60^\circ$ $\angle B = 40^\circ$, $c = 14$ см.

Дано: $\triangle ABC$, $\angle A = 60^\circ$,
 $\angle B = 40^\circ$, $c = 14$ см.
Найти: a , b , $\angle C$.

Ответ

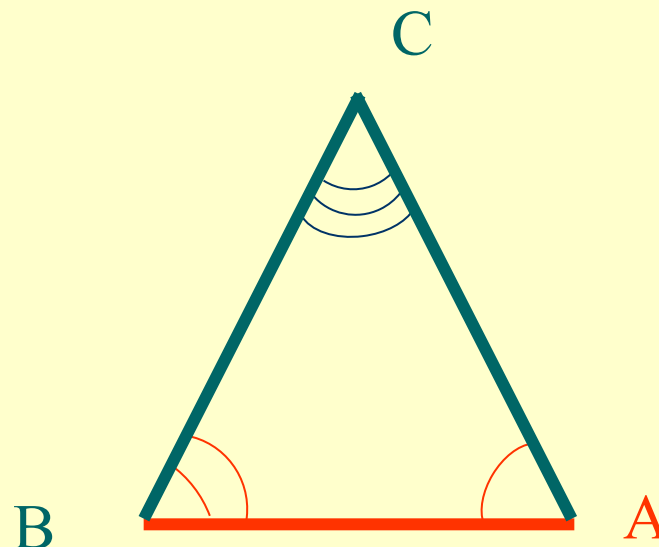


Решаем задачу 2

Решить треугольник ABC, если
 $a=6,3$ см, $b=6,3$ см, $\angle C=54^\circ$.

Дано: $\triangle ABC$, $a=6,3$ см,
 $b=6,3$ см, $\angle C=54^\circ$.

Найти: $\angle A$, $\angle B$, c .



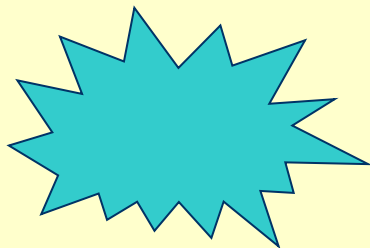
Ответ

Ответ к примеру 1

$$\angle C = 80^\circ$$

$$a \approx 12,3 \text{ см}$$

$$b \approx 9,1 \text{ см}$$

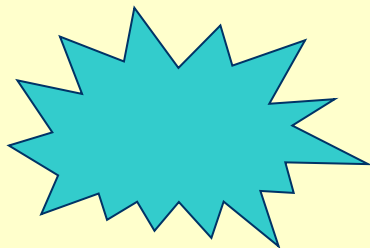


Ответ к примеру 2

$$\angle A = 63^\circ$$

$$\angle B = 63^\circ$$

$$c \approx 5,7 \text{ см}$$



Найди ошибку

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

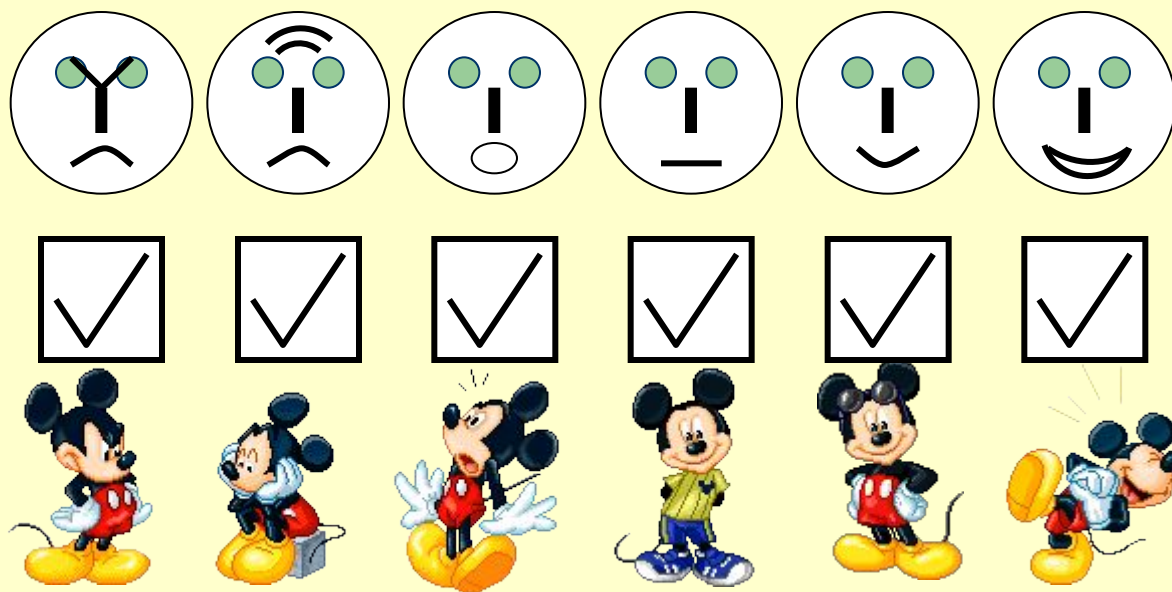
$$2R = \frac{\sin A}{a}$$

$$a^2 = a^2 + c^2 - 2ac \sin \alpha$$

$$\frac{b}{\sin B} = 2r$$

Психологическая заминка

Урок заканчивается, пожалуйста определите своё эмоциональное состояние в конце урока. Поставьте на этой же карточке галочку в клетку, соответствующую настроению



Спасибо за урок! Успехов!

До новых встреч!

