

Урок-конференция
на тему:

«Теорема Пифагора»

*Пребудет вечной истина, как скоро
Ее познает слабый человек!
И ныне теорема Пифагора
Верна, как и в его далекий век.*

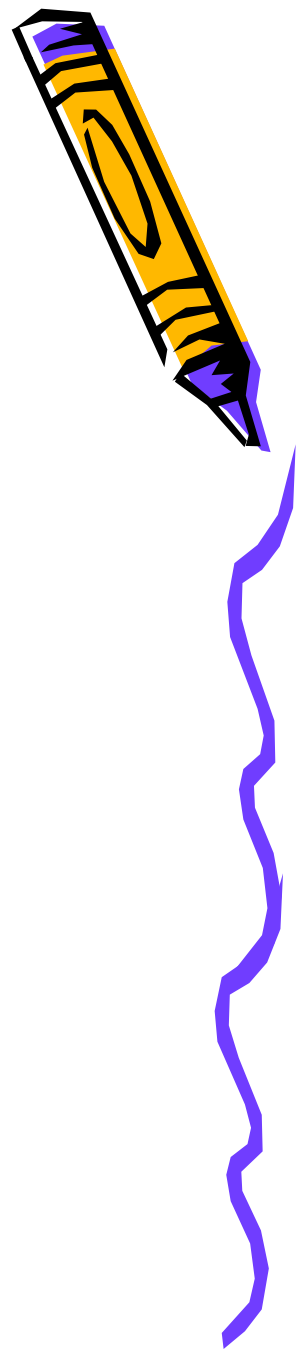
«Пифагор» значит “убеждающий речью”.



Выполнила учитель математики Севостьянова Т. В.
МБОУ СОШ №72 имени Ю. В. Лукьянчикова город Воронеж

Цели урока.

- Воспитание устойчивого интереса к изучению предмета геометрии, понимания роли геометрии в решении практических задач, возникающих в окружающем нас мире.
- Воспитание у учащихся общеучебных умений и навыков: работы с дополнительной литературой по математике; поиска, выбора и анализа нужной информации по заданной теме и составления исчерпывающего сообщения в краткой форме; оформления наглядности и защиты своего выступления.
- Расширение познания учащихся о жизни великого математика Пифагора, о знаменитой теореме Пифагора и её различных способах доказательства.
- Рассмотрение решения разных практических задач на применение теоремы Пифагора.

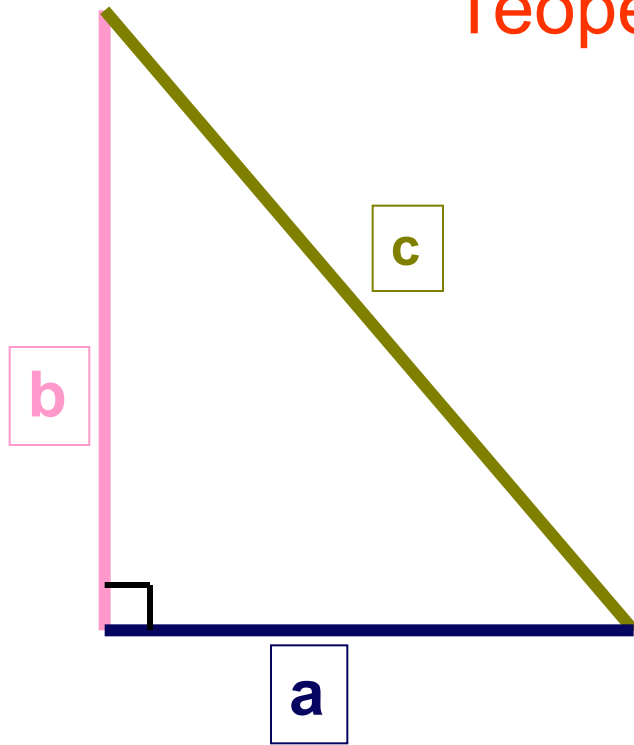


Содержание

- Биография Пифагора
- Легенды о Пифагоре
- ~ Формулировка теоремы
- ~ Доказательства теоремы
- ~ Значение теоремы Пифагора
 - Применение теоремы Пифагора
 - Вопросы гостям



Теорема Пифагора в стихах



Если дан нам треугольник
И притом с прямым углом,
То квадрат гипотенузы
Мы всегда легко найдём:
Катеты в квадрат возводим,
Сумму степеней находим
И таким простым путём
К результату мы придём.

$$c^2 = a^2 + b^2$$





Биография Пифагора

Пифагор Самосский (ок. 580 - ок. 500 до н. э.) древнегреческий математик и философ-идеалист. Родился на острове Самос. Получил хорошее образование. По преданию Пифагор, чтобы ознакомиться с мудростью восточных ученых, выехал в Египет и как будто прожил там 22 года. Хорошо овладев всеми науками египтян, в том числе и математикой, он переехал в Вавилон, где прожил 12 лет и ознакомился с научными знаниями вавилонских жрецов. Предания приписывают Пифагору посещение и Индии. Это очень вероятно, так как Иония и Индия тогда имели торговые связи. Возвратившись на родину (ок. 530 г. до н. э.), Пифагор попытался организовать свою философскую школу. Однако по неизвестным причинам он вскоре оставляет Самос и селится в Кротоне (греческая колония на севере Италии). Здесь Пифагору удалось организовать свою школу, которая действовала почти тридцать лет. Школа Пифагора, или, как ее еще называют, пифагорейский союз, была одновременно и философской школой, и политической партией, и религиозным братством.





Около сорока лет учёный посвятил созданной им школе и, по одной из версий, в возрасте восьмидесяти лет Пифагор был убит в уличной схватке во время народного восстания.

После его смерти ученики окружили имя своего учителя множеством легенд

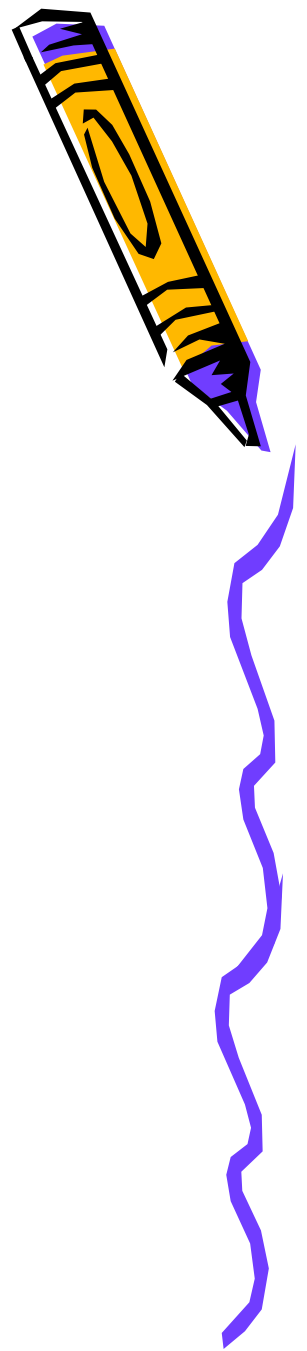
Легенда о том, что в честь своего открытия Пифагор принес в жертву быка или, как рассказывают другие, сто быков, послужила поводом для юмора в рассказах писателей и в стихах поэтов. Так, например, немецкий писатель-романист А. Шамиссо, который в начале XIX в. участвовал в кругосветном путешествии на русском корабле "Рюрик", написал следующие стихи:





О теореме Пифагора

Пребудет вечной истина, как скоро
Ее познает слабый человек!
И ныне теорема Пифагора
Верна, как и в его далекий век.
Обильно было жертвоприношение
Богам от Пифагора. Сто быков
Он отдал на закланье и сожженье
За света луч, пришедший с облаков.
Поэтому всегда с тех самых пор,
Чуть истина рождается на свет,
Быки ревут, ее почуя, вслед.
Они не в силах свету помешать.
А могут лишь, закрыв глаза, дрожать
От страха, что вселил в них Пифагор.



Формулировка теоремы

Во времена Пифагора теорема звучала так:

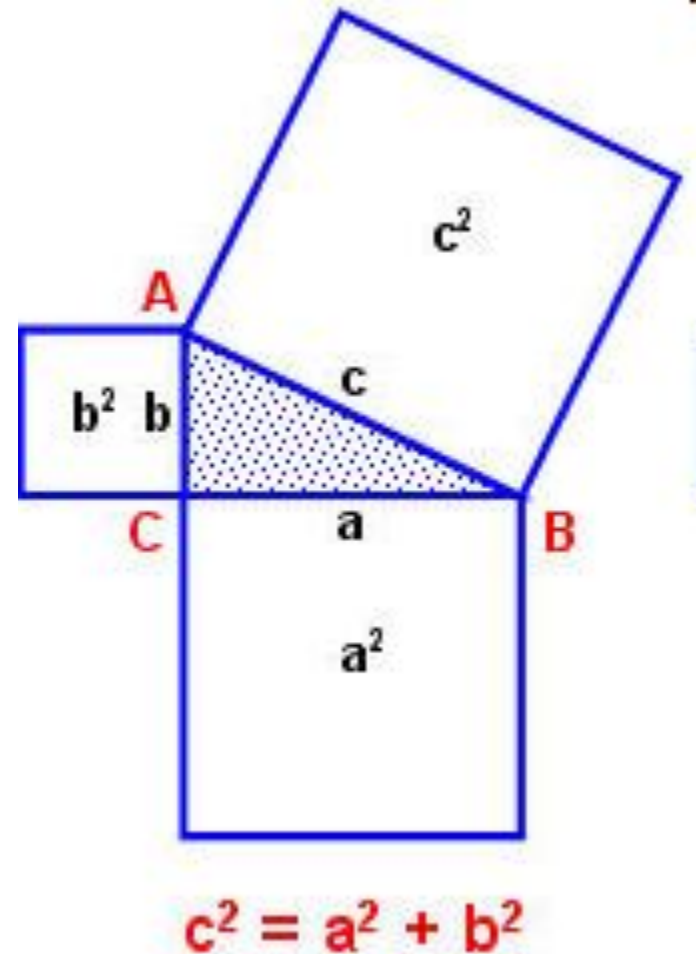
« Доказать, что квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равновелик сумме квадратов, построенных на катетах»

или

« Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах».



Во времена Пифагора теорема
звучала по-другому: "Площадь
квадрата, построенного на
гипотенузе прямоугольного
треугольника, равна сумме
площадей квадратов,
построенных на его катетах".
Действительно, c^2 – площадь
квадрата, построенного на
гипотенузе, a^2 и b^2 – площади
квадратов, построенных на
катетах.



Современная формулировка

« В прямоугольном треугольнике
квадрат гипотенузы равен
сумме квадратов катетов».



Доказательства теоремы

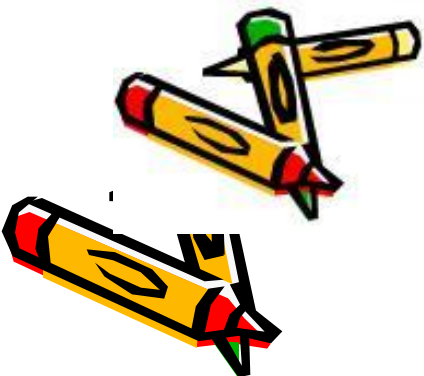
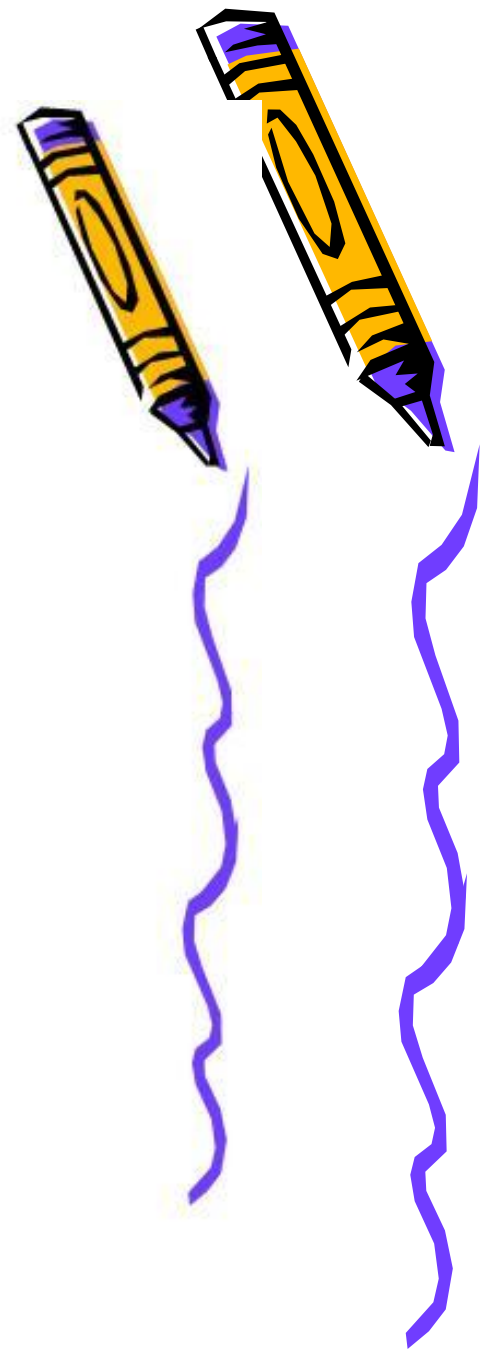
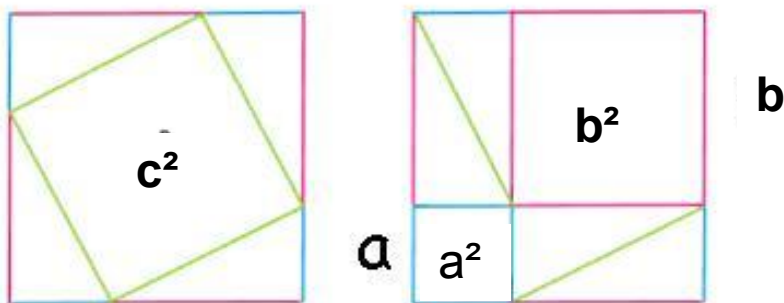
Существует около 500
различных доказательств этой
теоремы (геометрических,
алгебраических, механических и
т.д.).

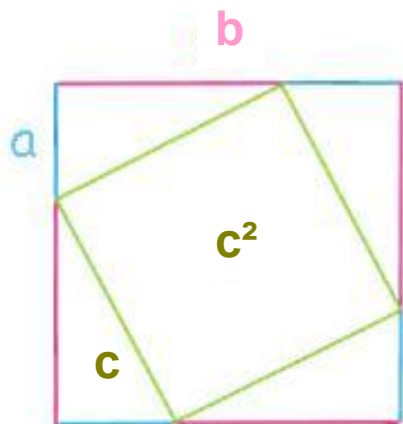


I. Самое простое доказательство

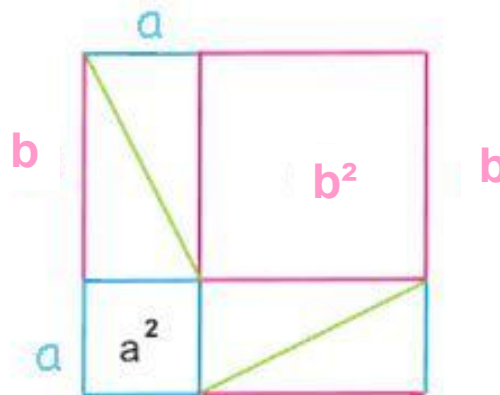
Среди пифагорейцев был распространён способ доказательства теоремы “без слов”.

Рассмотрим квадрат, показанный на рисунке. Сторона квадрата равна $a + b$





В одном случае (слева)
квадрат разбит на квадрат
со стороной c и четыре
прямоугольных
треугольника с катетами
 a и b



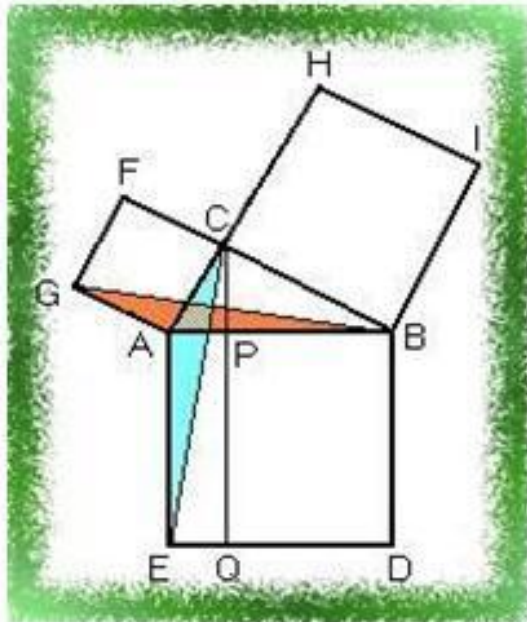
В другом случае (справа)
квадрат разбит на два квадрата
со сторонами a и b и четыре
прямоугольных треугольника с
катетами a и b

Таким образом, получаем, что площадь
квадрата со стороной c равна сумме
площадей квадратов со сторонами a и b

$$c^2 = a^2 + b^2$$



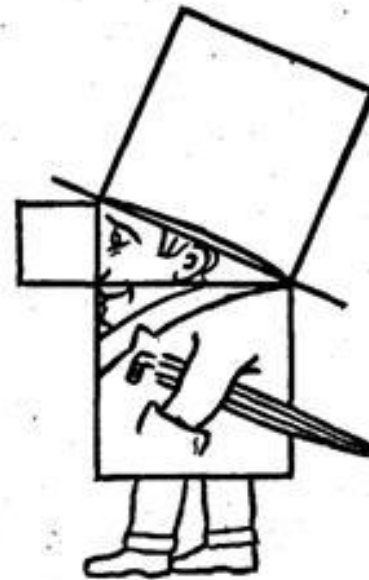
II. Доказательство Евклида



Дано:
 ABC -прямоугольный
треугольник

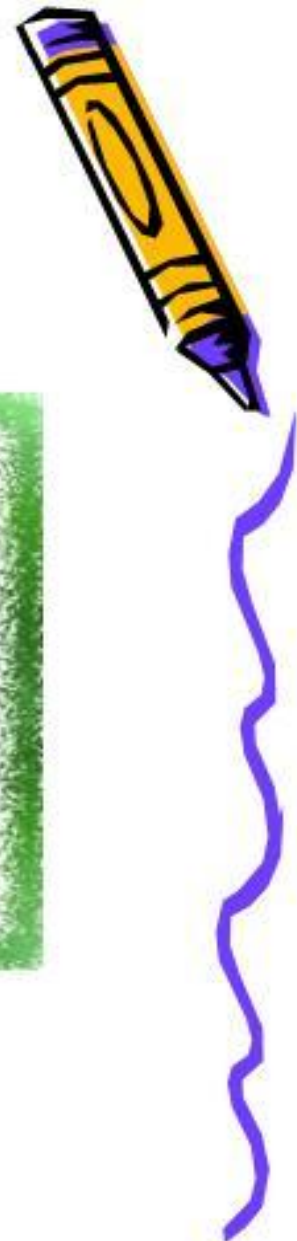
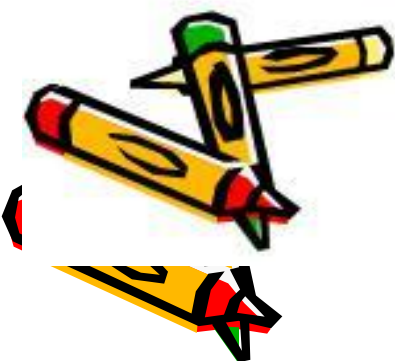
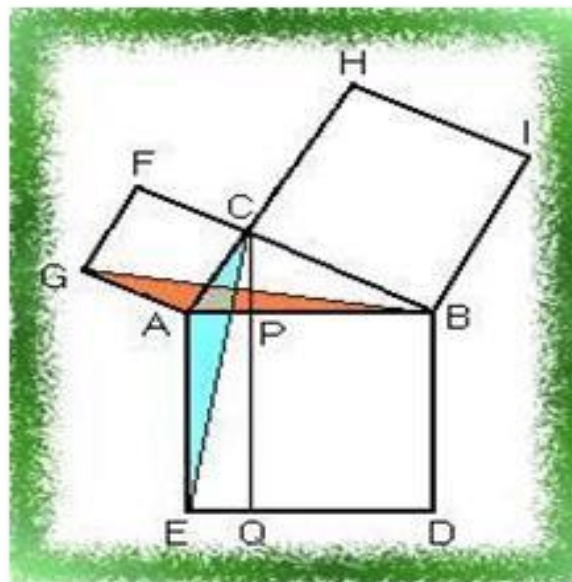
Доказать:

$$S_{ABDE} = S_{ACFG} + S_{ACHI}$$



Доказательство:

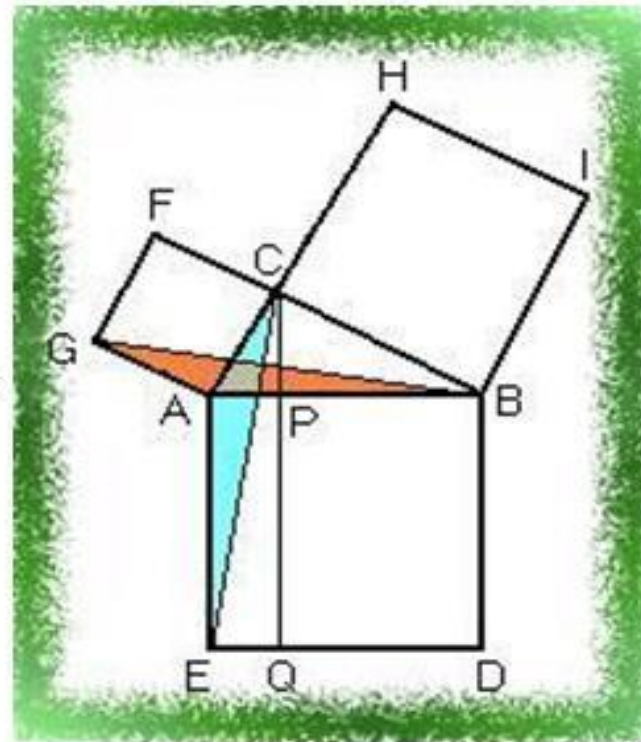
Пусть $ABDE$ — квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника ABC , а $ACFG$ и $BCHI$ — квадраты, построенные на его катетах. Опустим из вершины C прямого угла перпендикуляр CP на гипотенузу и продолжим его до пересечения со стороной DE квадрата $ABDE$ в точке Q , соединим точки C и E , B и G .



Очевидно, что углы $\angle CAE = \angle GAB (= A + 90^\circ)$; отсюда следует, что треугольники $\triangle ACE$ и $\triangle AGB$ (закрашенные на рисунке) равны между собой (по двум сторонам и углу, заключённому между ними). Сравним далее треугольник $\triangle ACE$ и прямоугольник $PQEA$; они имеют общее основание AE и высоту AP , опущенную на это основание, следовательно

$$S_{PQEA} = 2S_{ACE}$$

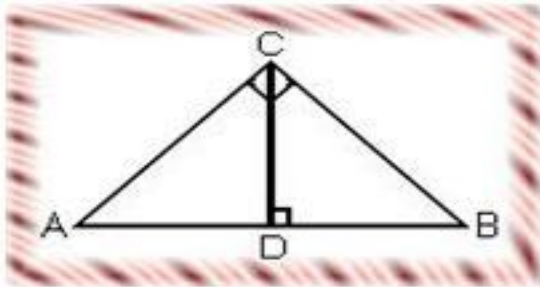
Точно так же квадрат $FCAG$ и треугольник $\triangle BAG$ имеют общее основание GA и высоту AC ; значит,

$$S_{FCAG} = 2S_{GAB}$$


Отсюда и из равенства треугольников $\triangle ACE$ и $\triangle GBA$ вытекает равновеликость прямоугольника $QPB D$ и квадрата $CFGA$; аналогично доказывается и равновеликость прямоугольника $QPAE$ и квадрата $CHIB$. А отсюда, следует, что квадрат $ABDE$ равновелик сумме квадратов $ACFG$ и $CHIB$, т.е. теорема Пифагора.



III. Алгебраическое доказательство



Дано: ABC -прямоугольный
треугольник

Доказать: $AB^2 = AC^2 + BC^2$

Доказательство:

1) Проведем высоту CD из вершины прямого угла C .

2) По определению косинуса угла

$\cos A = AD/AC = AC/AB$, отсюда следует
 $AB \cdot AD = AC^2$.

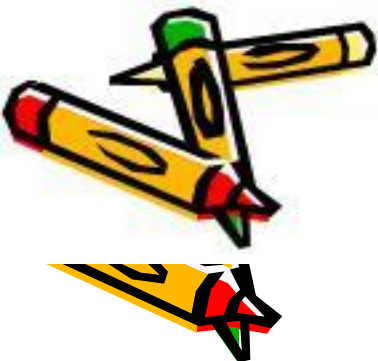
3) Аналогично $\cos B = BD/BC = BC/AB$, значит
 $AB \cdot BD = BC^2$.

4) Сложив полученные равенства почленно,
получим:

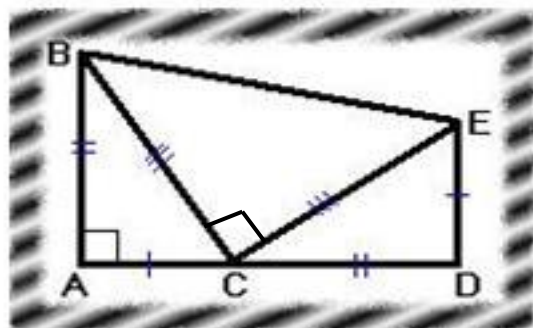
$$AC^2 + BC^2 = AB \cdot (AD + DB)$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2.$$

Что и требовалось доказать.



IV. Геометрическое доказательство



Дано: ABC -прямоугольный треугольник

Доказать: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Доказательство:

1) Построим отрезок CD равный отрезку AB на продолжении катета AC прямоугольного треугольника ABC . Затем опустим перпендикуляр ED к отрезку AD , равный отрезку AC , соединим точки B и E .

2) Площадь фигуры $ABED$ можно найти, если рассматривать её как сумму площадей трёх треугольников:

$$S_{ABED} = 2 \cdot AB \cdot AC / 2 + BC^2 / 2$$

3) Фигура $ABED$ является трапецией, значит, её площадь равна:

$$S_{ABED} = (DE + AB) \cdot AD / 2.$$

4) Если приравнять левые части найденных выражений, то получим:

$$AB \cdot AC + BC^2 / 2 = (DE + AB)(CD + AC) / 2$$

$$AB \cdot AC + BC^2 / 2 = (AC + AB)^2 / 2$$

$$AB \cdot AC + BC^2 / 2 = AC^2 / 2 + AB^2 / 2 + AB \cdot AC$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

Это доказательство было опубликовано в 1882 году Гэрфилдом.

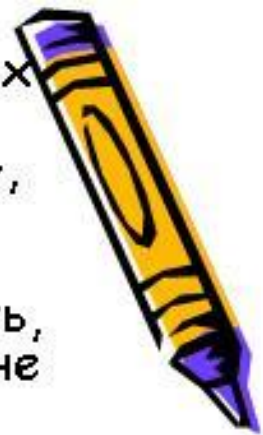
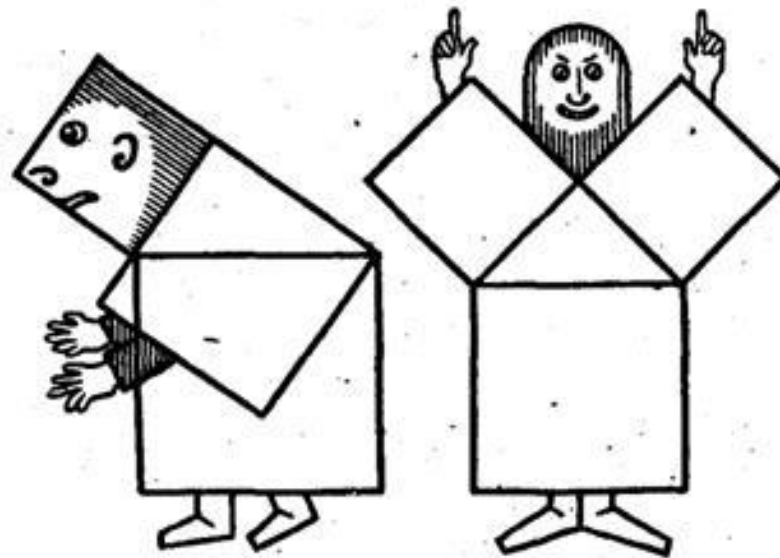


Значение теоремы Пифагора

Теорема Пифагора- это одна из самых важных теорем геометрии. Значение её состоит в том, что из неё или с её помощью можно вывести большинство теорем геометрии.

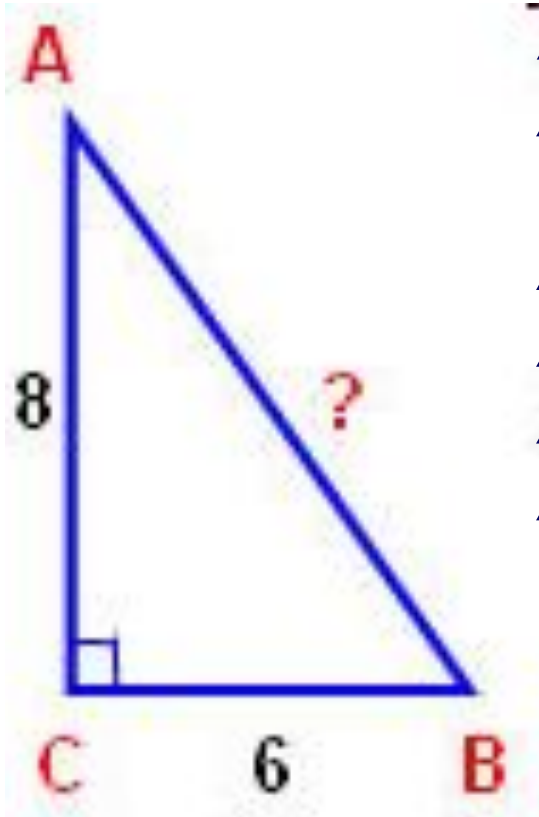


Доказательство теоремы Пифагора учащиеся средних веков считали очень трудным и называли его **Dons asinorum** - ослиный мост, или **elefuga** - бегство «убогих», так как некоторые «убогие» ученики, не имевшие серьезной математической подготовки, бежали от геометрии. Слабые ученики, заучившие теоремы наизусть, без понимания, и прозванные поэтому «ослами», были не в состоянии преодолеть теорему Пифагора, служившую для них вроде непреодолимого моста. Из-за чертежей, сопровождающих теорему Пифагора, учащиеся называли ее также «ветряной мельницей», составляли стихи, вроде «Пифагоровы штаны на все стороны равны», рисовали карикатуры.



Решим несколько задач по готовым чертежам.

Задача №1



Решение

$\triangle ABC$ – прямоугольный с гипотенузой AB ,

по теореме Пифагора: $AB^2 = AC^2 + BC^2$,

$$AB^2 = 8^2 + 6^2,$$

$$AB^2 = 64 + 36,$$

$$AB^2 = 100,$$

$$AB = 10.$$

Ответ: $AB = 10$



Задача №2

Решение

Δ DCE – прямоугольный с гипотенузой DE
по теореме Пифагора: $DE^2 = DC^2 + CE^2$,

$$DC^2 = DE^2 - CE^2,$$

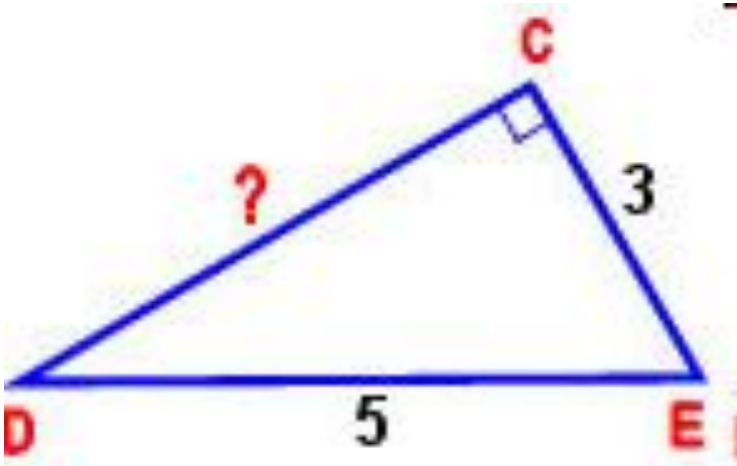
$$DC^2 = 5^2 - 3^2,$$

$$DC^2 = 25 - 9,$$

$$DC^2 = 16,$$

$$DC = 4.$$

О т в е т: $DC = 4$



Получили прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4 и 5 ед. Это единственный прямоугольный треугольник, стороны которого равны трём последовательным натуральным числам. Его часто называют египетским треугольником, так как он был известен ещё древним египтянам. Они использовали этот треугольник в "правиле верёвки" для построения прямых углов при закладке зданий, храмов, алтарей... Об этом вы прочитаете дома.



Задача №3

Высота, опущенная из вершины В $\triangle ABC$, делит сторону AC на отрезки, равные 16 см и 9 см.

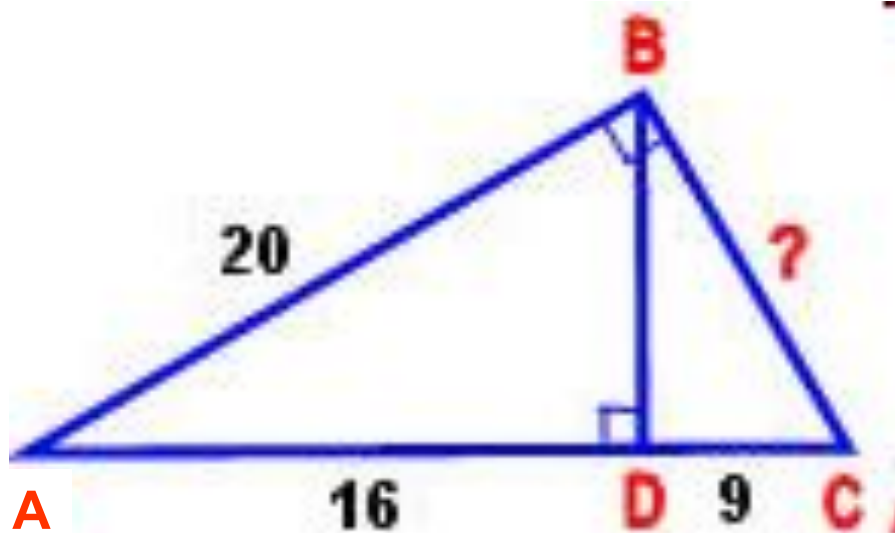
Найдите сторону BC , если сторона AB равна 20 см.

Дано:

$\triangle ABC$, BD – высота,

$AB = 20$ см, $AD = 16$ см, $DC = 9$ см.

Найти: BC .



Решение

1) По условию задачи BD – высота, значит, $\triangle ABD$ и $\triangle CBD$ – прямоугольные.

2) По теореме Пифагора для $\triangle ABD$: $AB^2 = AD^2 + BD^2$, отсюда

$$BD^2 = AB^2 - AD^2,$$

$$BD^2 = 20^2 - 16^2,$$

$$BD^2 = 400 - 256,$$

$$BD^2 = 144,$$

$$BD = 12.$$

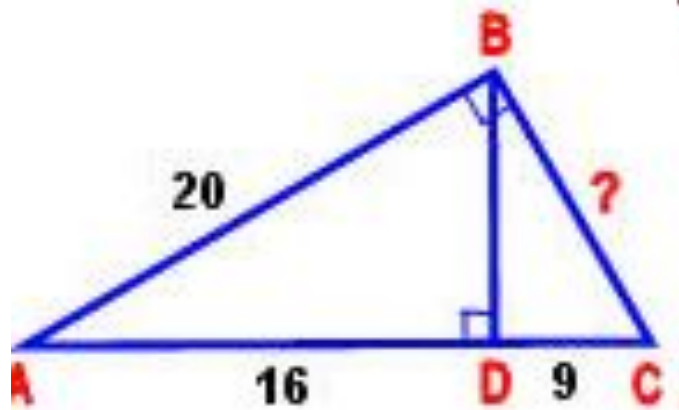
3) По теореме Пифагора для $\triangle CBD$: $BC^2 = BD^2 + DC^2$, отсюда

$$BC^2 = 12^2 + 9^2,$$

$$BC^2 = 144 + 81,$$

$$BC^2 = 225,$$

$$BC = 15.$$



О т в е т: сторона BC равна 15 см.

О теореме Пифагора

*Суть истины вся в том, что нам она – навечно,
Когда хоть раз в прозрении её увидим свет,
И теорема Пифагора через столько лет
Для нас. Как для него, бесспорна, безупречна ...*

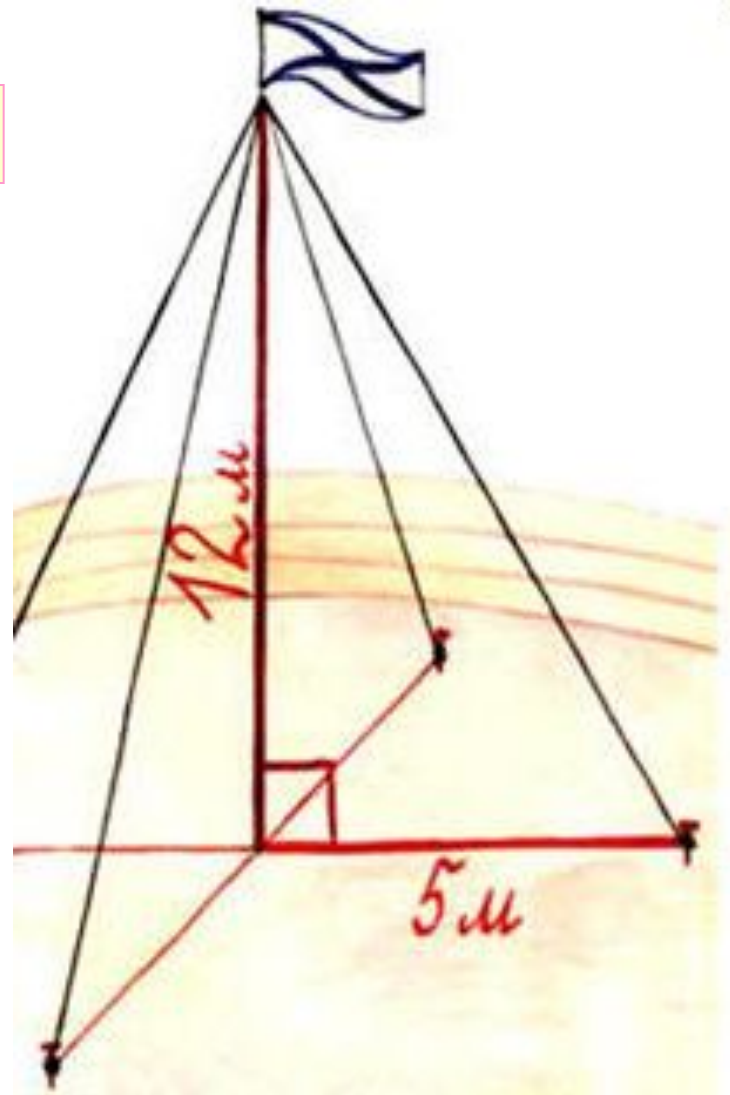
(Отрывок из стихотворения А. Шамиссо)



Применение теоремы Пифагора

Задача №4

Для крепления мачты нужно установить 4 троса. Один конец каждого троса должен крепиться на высоте 12 м, другой на земле на расстоянии 5 м от мачты. Хватит ли 50 м троса для крепления мачты?



Ответ: 43,6 м

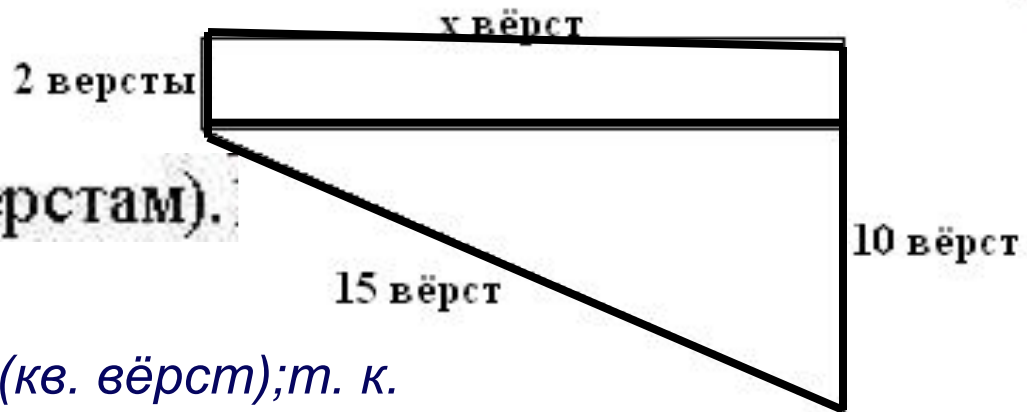


Решите задачу из рассказа Л.Толстого “Много ли человеку земли нужно” .



1. Неизвестный катет можно найти по теореме Пифагора:

$$X = \sqrt{15^2 - 8^2} = \sqrt{161} \approx 13 \text{ (верстам).}$$



2. $S \text{ участка} = S (2 + 10) \times 13 = 78 \text{ (кв. вёрст)}$; т. к. получившейся четырёхугольник- трапеция

1 верста = (русская мера длины) = 1,0668 км,

78 кв. вёрст $\approx$ 78 кв. км $\approx$ 7800 га.



Вопросы гостям



Спасибо за внимание
До новых встреч

