

Доклад

На 2-ую школьную математическую конференцию
ученика 8-го класса МКОУ «Рогачёвская СОШ»
Налётова Ильи

2012 год

Геометрическая экономия,

или

нахождение формы геометрической плоской фигуры заданного периметра, при котором она имеет наибольшую площадь.

*Этот доклад, смысл названия
которого станет понятно вам в
дальнейшем, я хочу начать
отрывком из рассказа Л.Н.Толстого
«Много ли человеку земли нужно».*

-А цена какая будет?

-А цена какая будет? – говорит Пахом.

- А цена какая будет? – говорит Пахом.

- Цена у нас одна: 1000 рублей за день.

- А цена какая будет? – говорит Пахом.

- Цена у нас одна: 1000 рублей за день.

Не понял Пахом.

- А цена какая будет? – говорит Пахом.

- Цена у нас одна: 1000 рублей за день.

Не понял Пахом.

*- Какая это мера – день? Сколько в ней
десятин будет?*

- А цена какая будет? – говорит Пахом.

- Цена у нас одна: 1000 рублей за день.

Не понял Пахом.

*- Какая это мера – день? Сколько в ней
десятин будет?*

*- Мы этого – говорят – не умеем
считать. А мы за день продаём:
сколько в день обойдешь, то и твое. И
платишь ты за это 1000 рублей.*

Нас в этом рассказе интересует его математическая часть.

Нас в этом рассказе интересует его математическая часть.

Вопрос №1:

Нас в этом рассказе интересует его математическая часть.

Вопрос №1:

*Можно ли по данным,
представленным в рассказе
определить сколько квадратных
вёрст обезжал Пахом за день?*



*Внимательно прочитав рассказ,
извлекая из него все данные мы
сможем составить условия
геометрической задачи.*

Читаем:

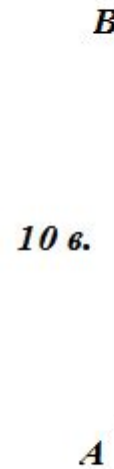
*Прежде всего в рассказе сказано, что
Пахом бежал по сторонам
четырехугольника: «...Одна упряжка
прошла, - думает Пахом. – А их
четыре во дню, надо поворачивать...»*

*Прежде всего в рассказе сказано, что
Пахом бежал по сторонам
четырехугольника: «...Одна упряжка
прошла, - думает Пахом. – А их
четыре во дню, надо поворачивать...»*

*О первой стороне мы читаем: «...
Верст пять прошёл. Пройду ещё
вёрст с пяток, тогда и влево буду
загибать...»*

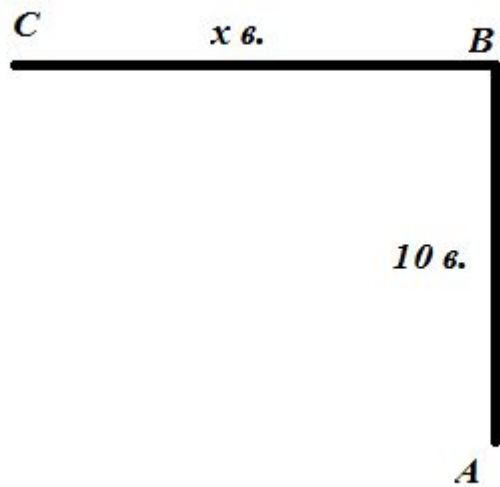
*Значит первая сторона
четырёхугольника имела в длину
около 10 верст.*

1 сторона – $5+5=10$ верст



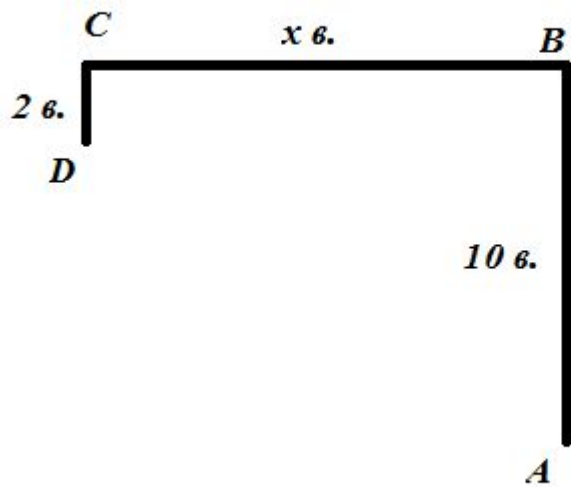
*О второй стороне численных данных
в рассказе нет.*

II сторона – ? верст



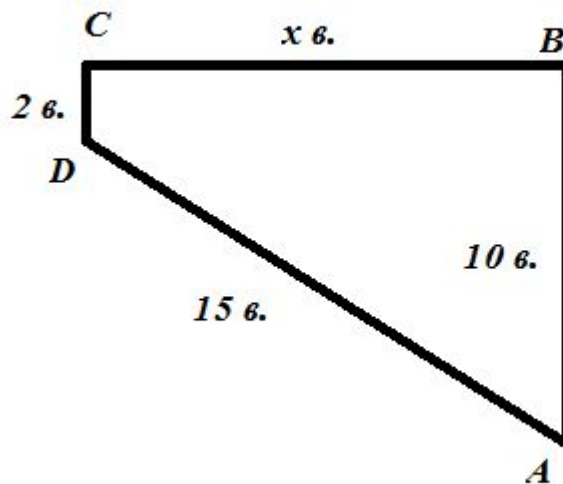
*Длина третьей стороны в рассказе
указана прямо – «...По третьей
стороне всего версты 2 прошёл».*

III сторона – 2 версты

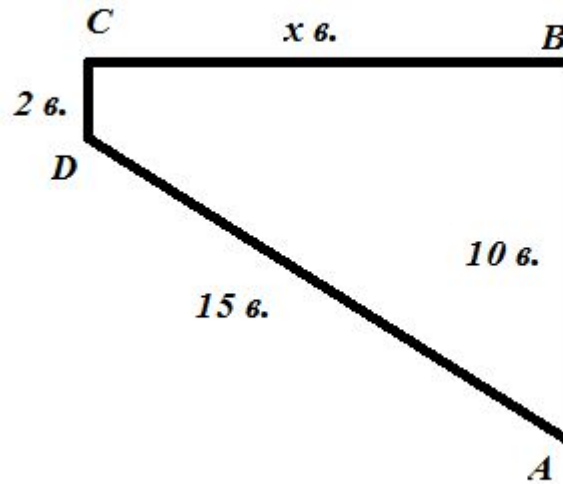


Также прямо дана длина и четвёртой стороны: «До места всё те же верст пятнадцать»

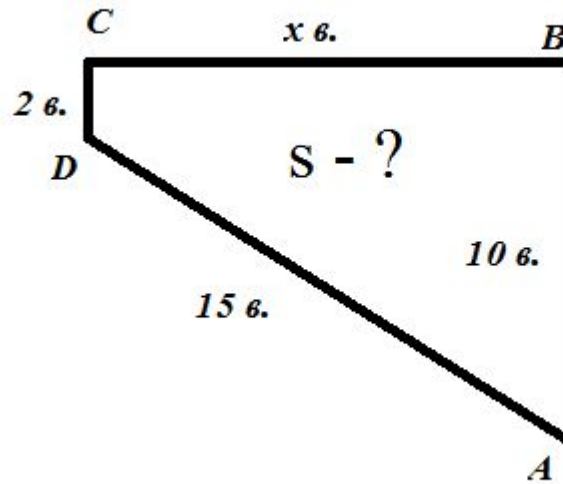
IV сторона – 15 верст.



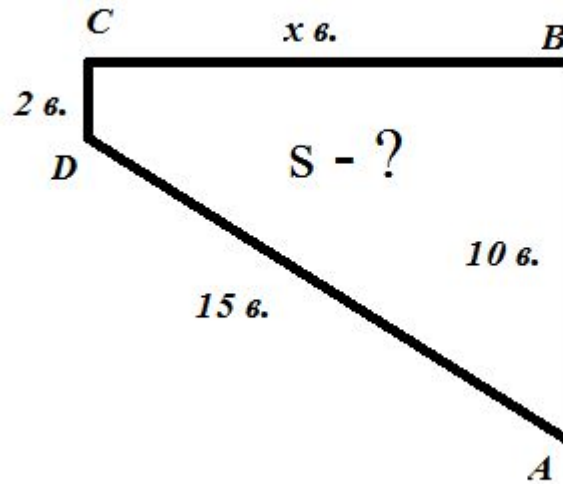
Теперь мы имеем четырехугольник $ABCD$ со сторонами 2, 15, 10 верст и неизвестной стороной CB .
Необходимо найти его площадь S



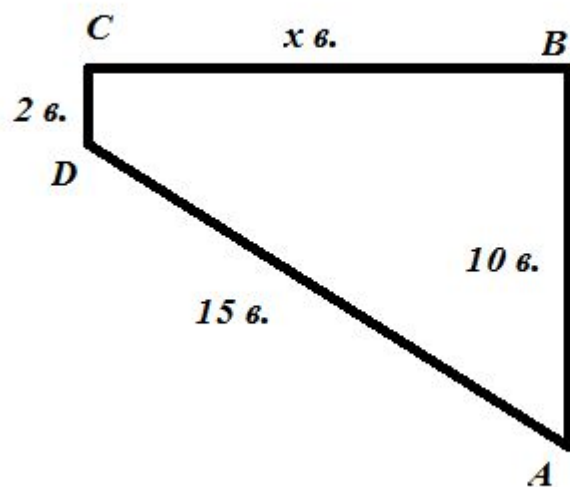
Теперь мы имеем четырехугольник $ABCD$ со сторонами 2, 15, 10 верст и неизвестной стороной CB .
Необходимо найти его площадь S



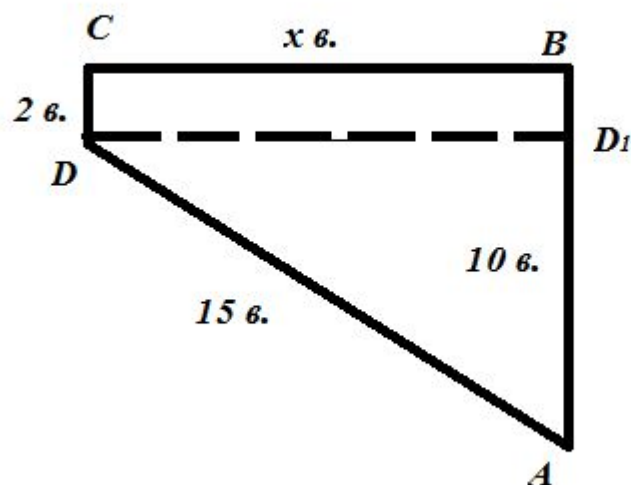
Решение можно произвести с помощью несложных геометрических рассуждений.



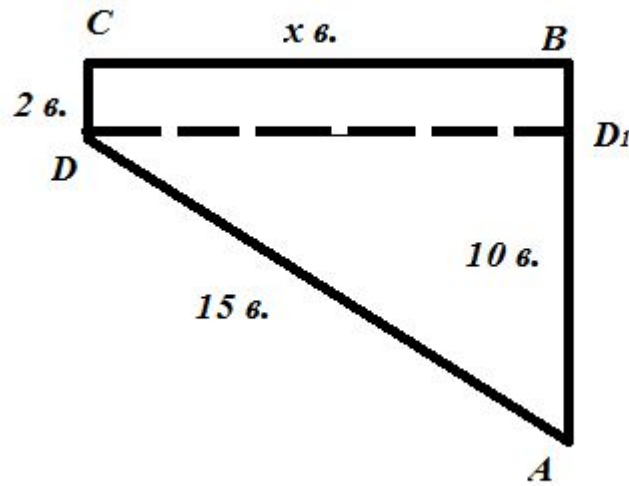
Проведём прямую DD_1 параллельную
прямой CB



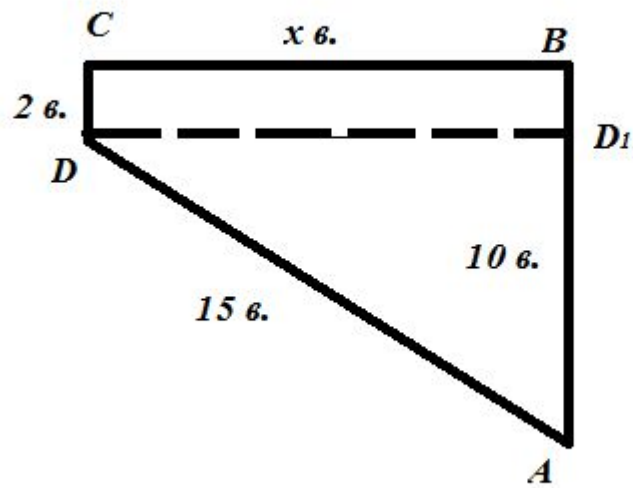
Проведём прямую DD_1 параллельную
прямой CB



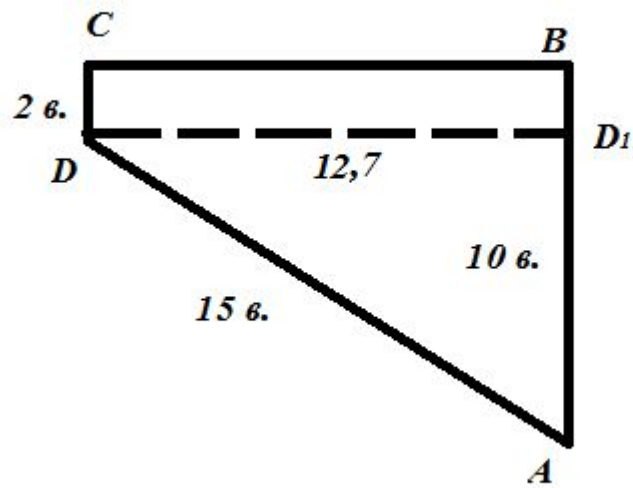
Теперь мы имеем прямоугольный
треугольник ADD и прямоугольник
 CBD_1D . Из теоремы Пифагора
находим третью сторону по двум
другим.



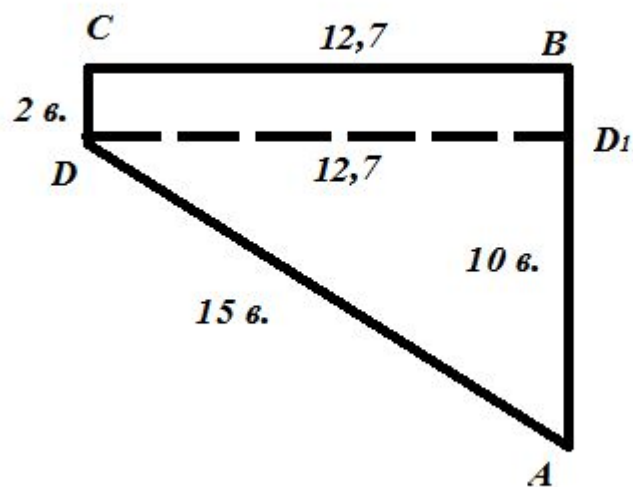
$$DD_1 = 12,7 \text{ верст}$$



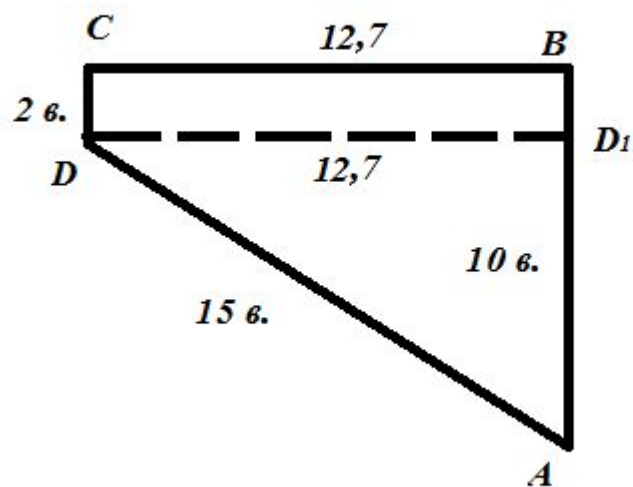
$$DD_1 = 12,7 \text{ верст}$$



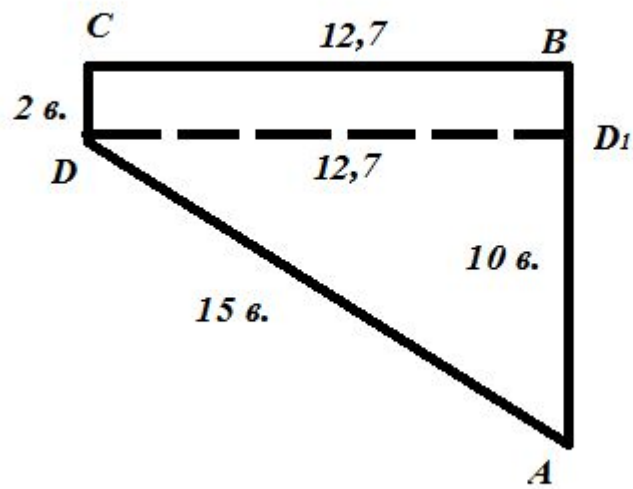
Так как $CBDD_1$ -прямоугольник, то
 $CB=DD_1 = 12,7$ верстам



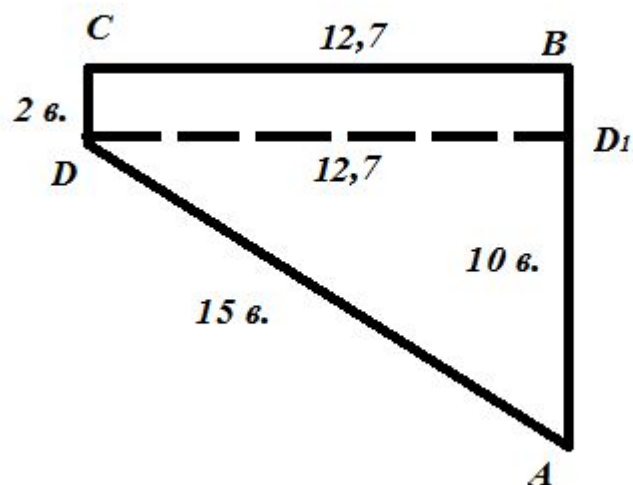
Вычисляем площадь прямоугольной трапеции $ABCD$.



*Площадь трапеции $ABCD$ равна 78
квадратным верстам*



*78 квадратные версты примерно
равны 94 квадратным километрам*



Получается, что идя по сторонам трапеции, Пахом обежал 78 кв. верст. При этом он пробежал $13+10+2+15=40$ верст (48 км).

Получается, что идя по сторонам трапеции, Пахом обежал 78 кв. верст. При этом он пробежал $13+10+2+15=40$ верст (48 км).

Вопрос №2.

Получается, что идя по сторонам трапеции, Пахом обежал 78 кв. верст. При этом он пробежал $13+10+2+15=40$ верст (48 км).

Вопрос №2.

Мог ли Пахом обежать большую площадь пройдя те же 40 верст?



*Его первоначальным намерением
было бежать по сторонам
прямоугольника, а трапеция
получилась в результате плохого
расчёта. Интересно узнать, выгадал
он, или прогадал?*



*Прямоугольников с периметром 40
вёрст может быть много, и каждый
из них имеет различную площадь.*

Вот ряд примеров:

*Прямоугольников с периметром 40
вёрст может быть много, и каждый
из них имеет различную площадь.*

Вот ряд примеров:

$$14 \times 6 = 84$$

*Прямоугольников с периметром 40
вёрст может быть много, и каждый
из них имеет различную площадь.*

Вот ряд примеров:

$$14 \times 6 = 84$$

$$13 \times 7 = 91$$

Прямоугольников с периметром 40 вёрст может быть много, и каждый из них имеет различную площадь.

Вот ряд примеров:

$$14 \times 6 = 84$$

$$13 \times 7 = 91$$

$$12 \times 8 = 96$$

Прямоугольников с периметром 40 вёрст может быть много, и каждый из них имеет различную площадь.

Вот ряд примеров:

$$14 \times 6 = 84$$

$$13 \times 7 = 91$$

$$12 \times 8 = 96$$

$$11 \times 9 = 99$$



*Мы видим, что у всех приведённых
прямоугольников, площадь больше
нашей трапеции. Но есть и такие
прямоугольники, меньшие чем она.*

Мы видим, что у всех приведённых прямоугольников, площадь больше нашей трапеции. Но есть и такие прямоугольники, меньшие чем она.

$$18 \times 2 = 36$$

Мы видим, что у всех приведённых прямоугольников, площадь больше нашей трапеции. Но есть и такие прямоугольники, меньшие чем она.

$$18 \times 2 = 36$$

$$19 \times 1 = 19$$

Мы видим, что у всех приведённых прямоугольников, площадь больше нашей трапеции. Но есть и такие прямоугольники, меньшие чем она.

$$18 \times 2 = 36$$

$$19 \times 1 = 19$$

$$19,5 \times 0,5 = 9,25$$

Мы видим, что у всех приведённых прямоугольников, площадь больше нашей трапеции. Но есть и такие прямоугольники, меньшие чем она.

$$18 \times 2 = 36$$

$$19 \times 1 = 19$$

$$19,5 \times 0,5 = 9,25$$

$$17 \times 3 = 51$$

Следовательно, на вопрос нельзя
дать однозначный ответ. Есть
прямоугольники и с большей
площадью, чем наша трапеция, и с
меньшей, при одинаковом периметре.
Но можно дать ответ на другой
вопрос:

Следовательно, на вопрос нельзя
дать однозначный ответ. Есть
прямоугольники и с большей
площадью, чем наша трапеция, и с
меньшей, при одинаковом периметре.
Но можно дать ответ на другой
вопрос:

*какая из прямоугольных фигур с
заданным периметром имеет
наибольшую площадь?*

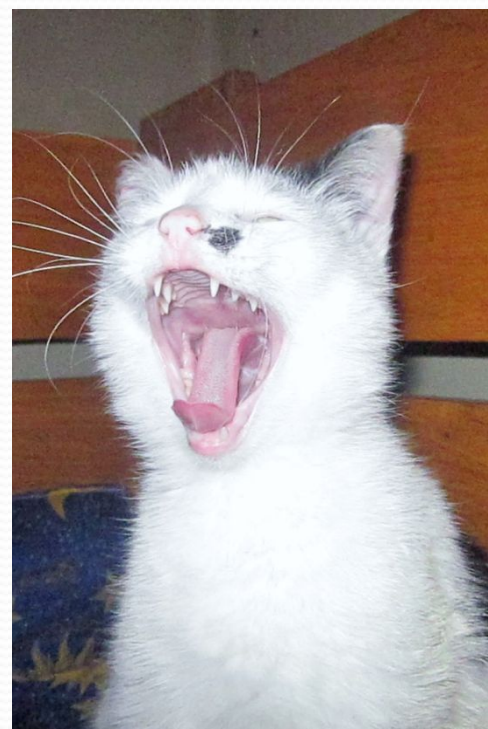
Сравняя нашу прямоугольную фигуру с квадратом, мы замечаем, что чем меньше разность сторон прямоугольника, тем больше его площадь. Следовательно когда разности не будет вообще, то есть, когда фигура станет квадратом, тогда площадь фигуры станет равна $10 \times 10 = 100$ кв. верст.

Легко видно, что квадрат превосходит любой прямоугольник одинакового с ним периметра.



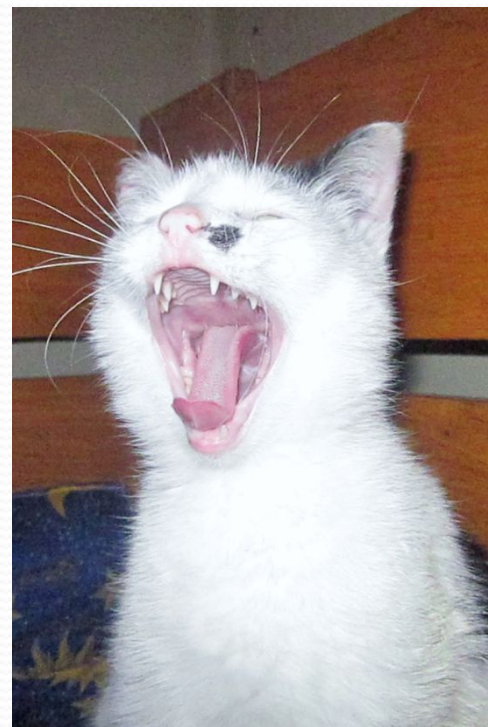
*Если бы Пахом бежал по сторонам
квадрата, а не трапеции, то
пробежав 40 верст он бы обежал 100 кв.
верст, то есть на 22 кв. версты
больше.*







Надеюсь вы ещё не спите?



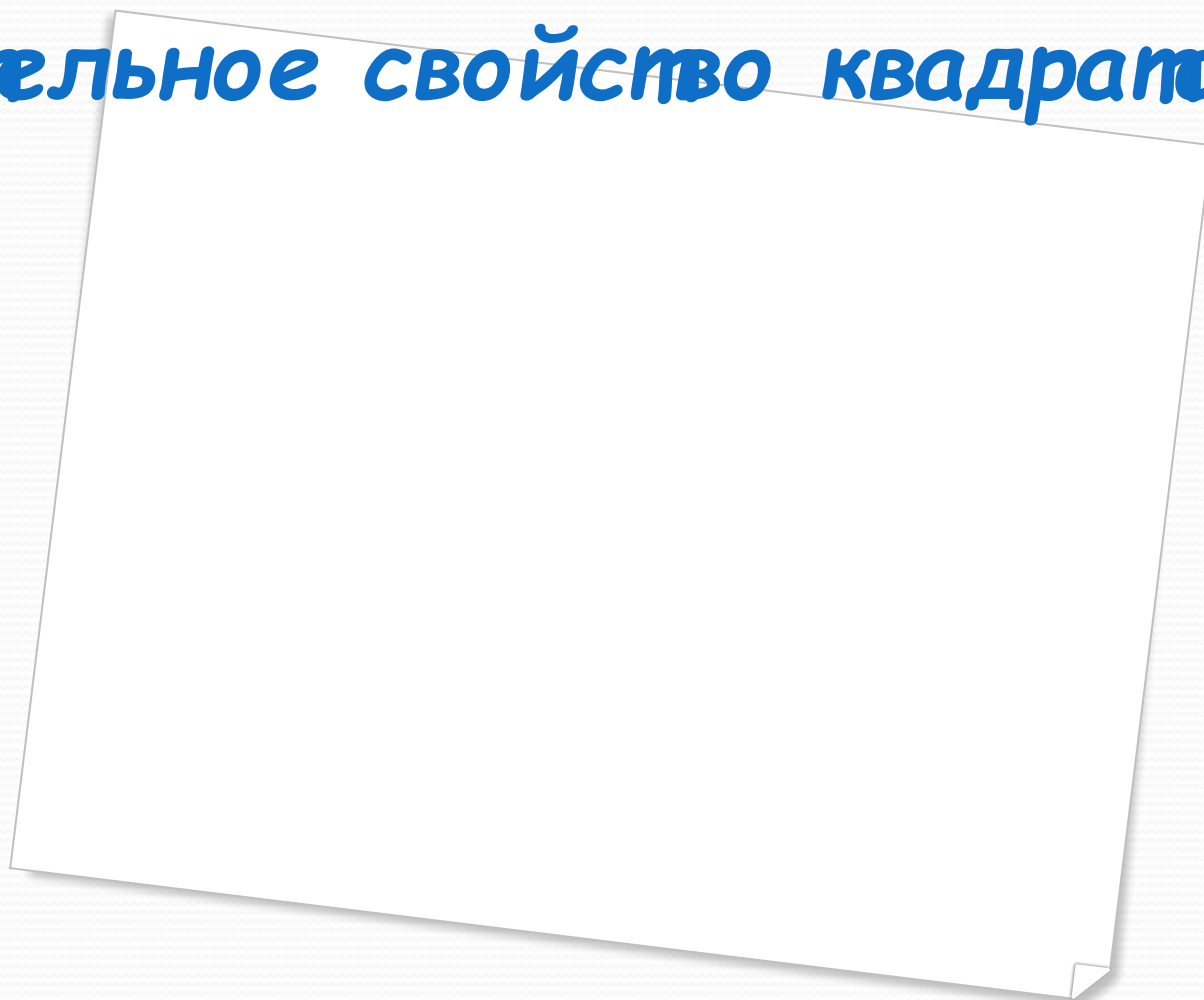


Надеюсь вы ещё не спите?

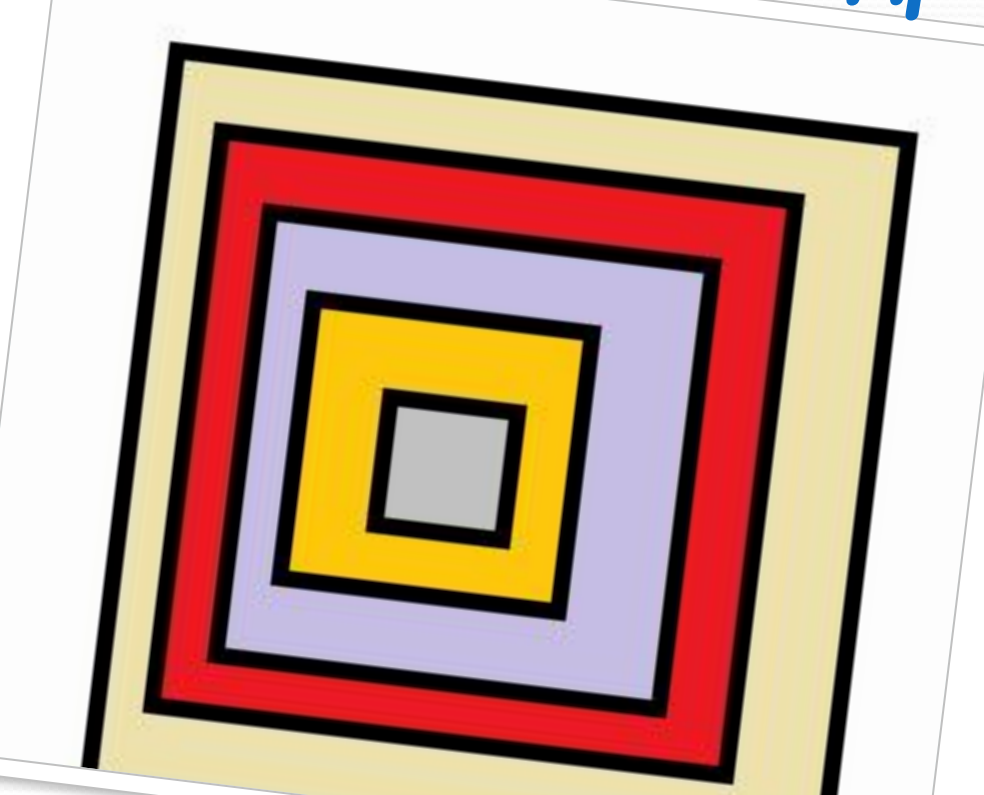
*Просыпайтесь,
сейчас будет
самое интересное!*



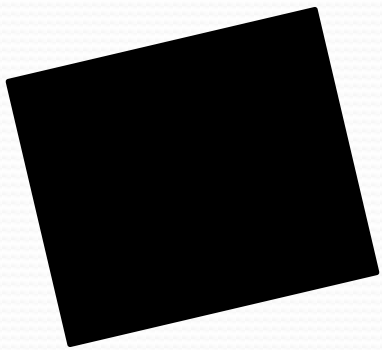
Замечательное свойство квадрата



Важное свойство квадрата



Замечательное свойство квадрата





**Замечательное свойство
квадрата:
он всегда имеет большую
площадь, чем любой
прямоугольник, равного с ним
периметра.**



**Замечательное свойство
квадрата:
он всегда имеет большую
площадь, чем любой
прямоугольник, равного с ним
периметра.**



Доказательство:



*Спасибо за внимание и
терпение!*

До новых встреч!