

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ  
И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ НИЖЕГОРОДСКОЙ ОБЛАСТИ  
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
"Лукояновский педагогический колледж им. А.М.Горького"  
(ГБПОУ ЛПК)

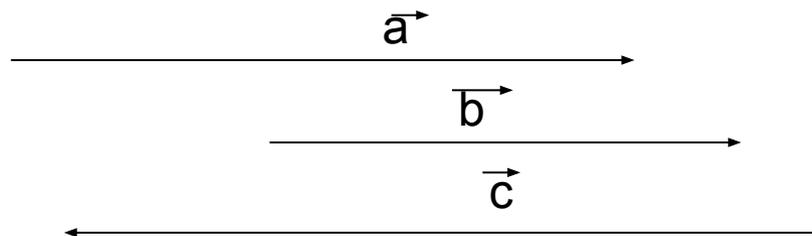
Понятие вектора. Действия с векторами. Координаты  
вектора. Свойства. Скалярное произведение  
векторов. Векторное произведение векторов.  
Смешанное произведение векторов.

Составитель: Серикова О.Ю.,  
преподаватель математических  
дисциплин

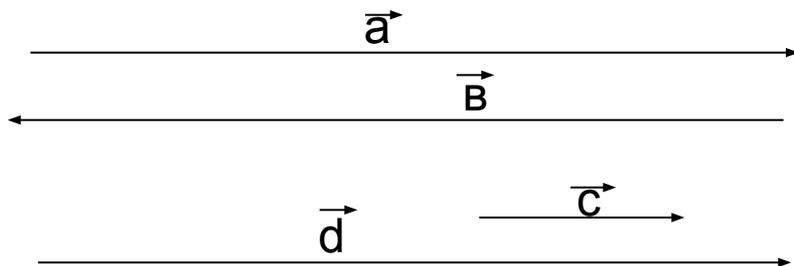
Определение 1. Геометрическим вектором называется направленный отрезок



Определение 2. Векторы называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых

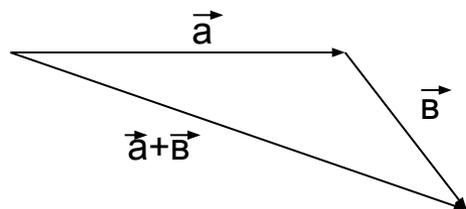


Определение 3. Два вектора называются равными, если они коллинеарные, имеют одинаковую длину, одинаковое направление.



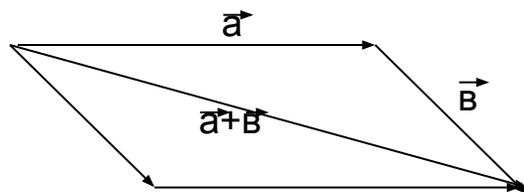
## Сложение векторов

Определение 4. Суммой двух векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  называется вектор, идущий из начала вектора  $\mathbf{a}$  в конец вектора  $\mathbf{b}$  при условии, что вектор  $\mathbf{b}$  приложен к концу вектора  $\mathbf{a}$ .

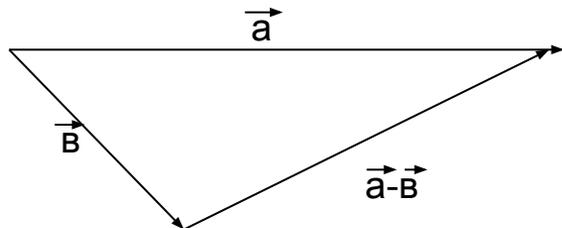


1. Правило треугольника

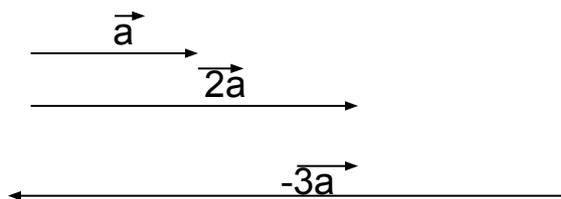
2. Правило параллелограмма



Определение 5. Разностью двух векторов  $a$  и  $b$  называется третий вектор  $c=a-b$ , сумма которого с вычитаемым вектором  $b$  дает вектор  $a$ .



Определение 6. Произведением вектора  $a$  на действительное число  $k$  называется вектор  $v$ , коллинеарный вектору  $a$ , имеющий длину, равную  $|k||a|$  и то же направление, что и вектор  $a$ , если  $k>0$ , и направление противоположное, если  $K<0$ .



Определение 7. Скалярным произведением двух векторов называется число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними.

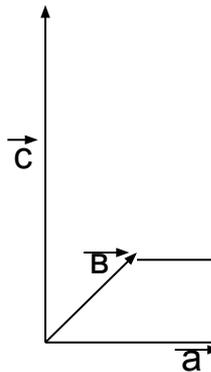
$$ab = |a||b|\cos \varphi$$

#### Свойства скалярного произведения

1.  $ab = ba$  (переместительное свойство)
2.  $(a+b) \cdot c = ac + bc$  (распределительное свойство)
3.  $(ka) \cdot b = k(ab)$  (сочетательное свойство относительно числового множителя)
4.  $a^2 = aa$

Определение 8. Скалярное произведение двух векторов равно сумме произведений соответствующих координат этих векторов.

Определение 9. Векторным произведением двух векторов  $a$  и  $b$  называется вектор  $c$ , модуль которого равен площади прямоугольника, построенного на векторах  $a$  и  $b$ , приведенных к общему началу, и который перпендикулярен к перемножаемым векторам (иначе говоря, перпендикулярен к плоскости построенного на них параллелограмма) и направлен в такую сторону, чтобы кратчайший поворот от  $a$  к  $b$  вокруг полученного вектора  $c$  представлялся проходящим против часовой стрелки, если смотреть из конца вектора  $c$ .



Свойства

1.  $\mathbf{a \times b = - ( b \times a )}$

2.  $\mathbf{(ka) \times b = k \times (ab) = a \times (ka)}$

3.  $\mathbf{(a+b) \times c = a \times c + b \times c}$

4. Если векторное произведение двух векторов равно нулевому вектору, то либо равен нулевому вектору один из перемноженных векторов, либо  $|c| = |a||b|\sin$  равен 0 синус угла между ними, т.е. векторы коллинеарны.

равно нулевому вектору, то либо равен нулевому вектору один из перемноженных векторов, либо  $|c| = |a||b|\sin$  равен 0 синус угла между ними, т.е. векторы коллинеарны.

Определение 10. Смешанное произведение  $abc$  есть число, абсолютная величина которого выражает объем параллелепипеда, построенного на векторах  $a, b, c$  как на ребрах.

$$abc = (a \times b) \cdot c$$

*Необходимым и достаточным условием компланарности векторов  $a, b, c$  является равенство нулю их смешанного произведения:  $abc=0$ .*