

Математика

Тема урока:

«Перпендикулярные прямые в пространстве»

«Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости».

«Перпендикулярность прямой и плоскости»

Учитель МОУ СОШ №34
г. Комсомольска-на-Амуре
Есина Е.В.

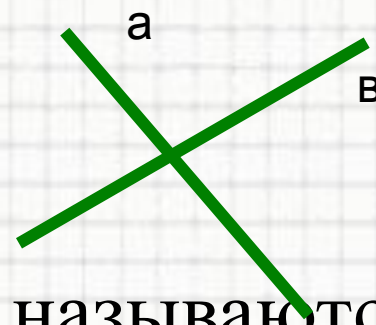
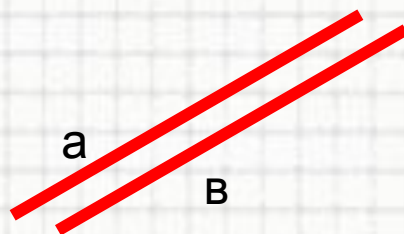
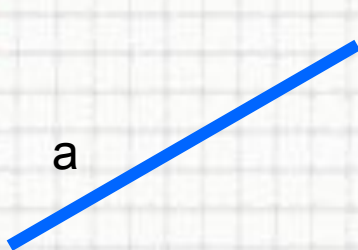
Математика

Цели урока:

- Ввести понятие перпендикулярных прямых в пространстве;
- Доказать лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой;
- Дать определение перпендикулярности прямой и плоскости;
- Доказать теоремы, в которых устанавливается связь между параллельностью прямых и их перпендикулярности к плоскости.

ВСПОМНИМ ПЛАНИМЕТРИЮ

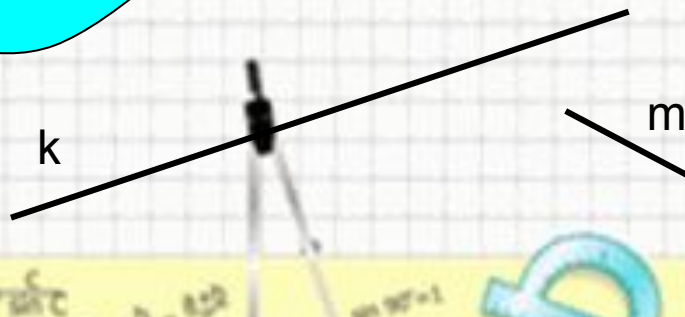
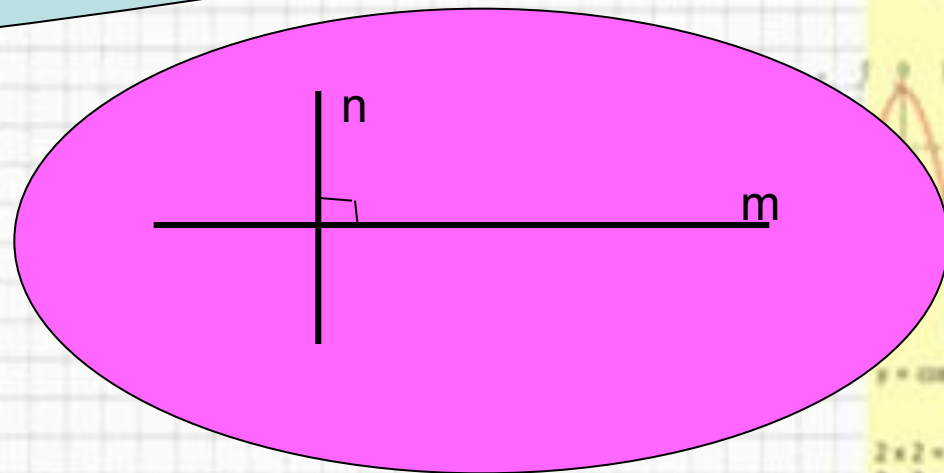
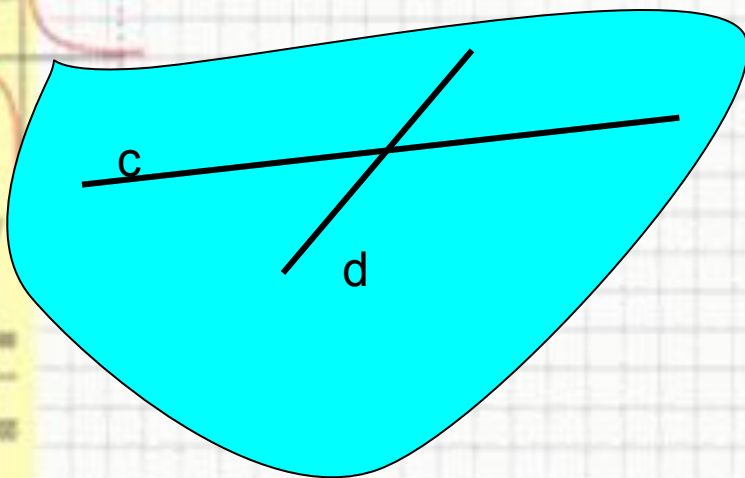
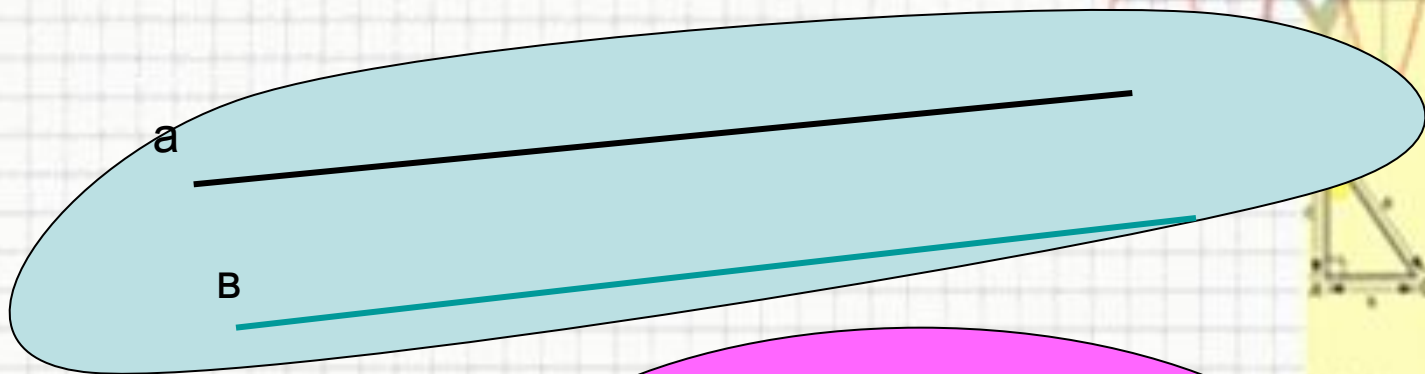
□ Каково может быть взаимное расположение двух прямых на плоскости?



□ Какие прямые в планиметрии называются перпендикулярными?

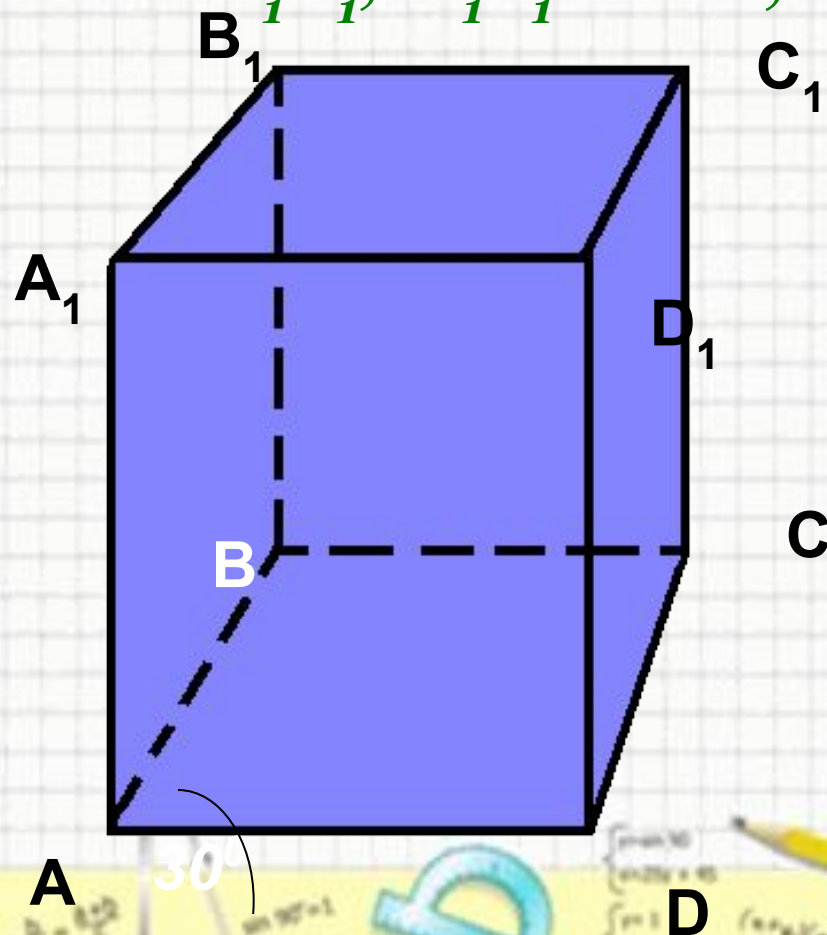
Математика

Взаимное расположение двух прямых в пространстве



Математика

- Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед, угол BAD равен 30° . Найдите углы между прямыми AB и $A_1 D_1$; $A_1 B_1$ и AD ; AB и $B_1 C_1$.



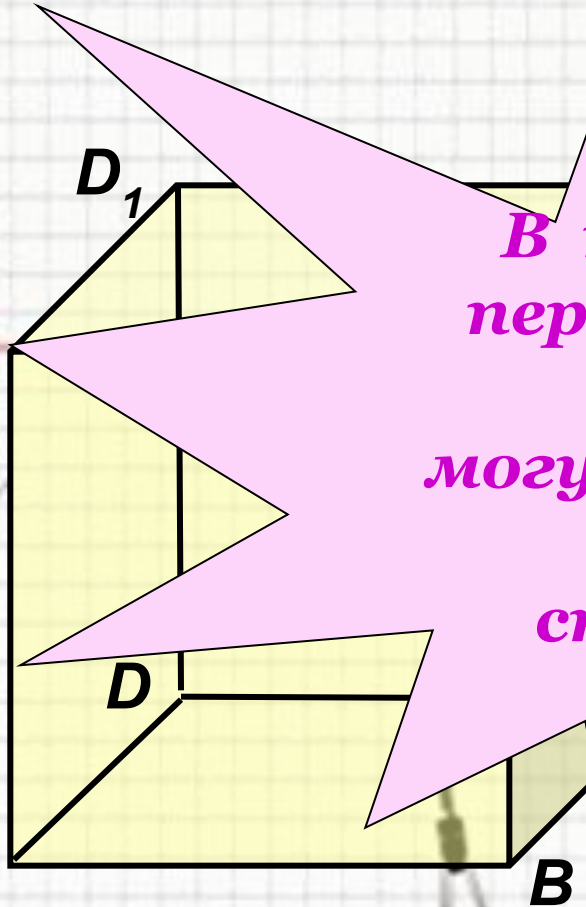
Математика

Модель куба.

1. Как называются
прямые AB и BC ?

Но какой угол между
и DC ;

В пространстве
перпендикулярные
прямые
могут пересекаться
и могут
скрещиваться.



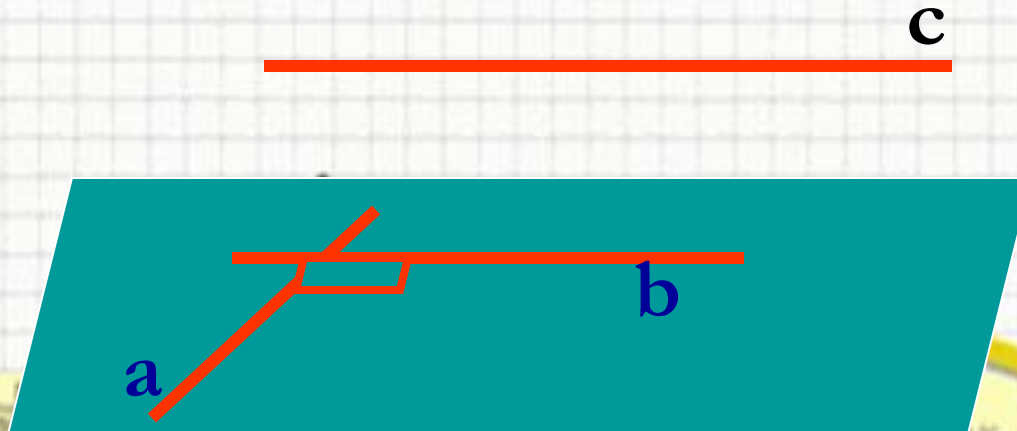
Математика

Перпендикулярные прямые в пространстве

*Две прямые в пространстве
называются перпендикулярными
(взаимно перпендикулярными),
если угол между ними равен 90° .*

Обозначается $a \perp b$

*Перпендикулярные прямые могут пересекаться и
могут быть скрещивающимися.*

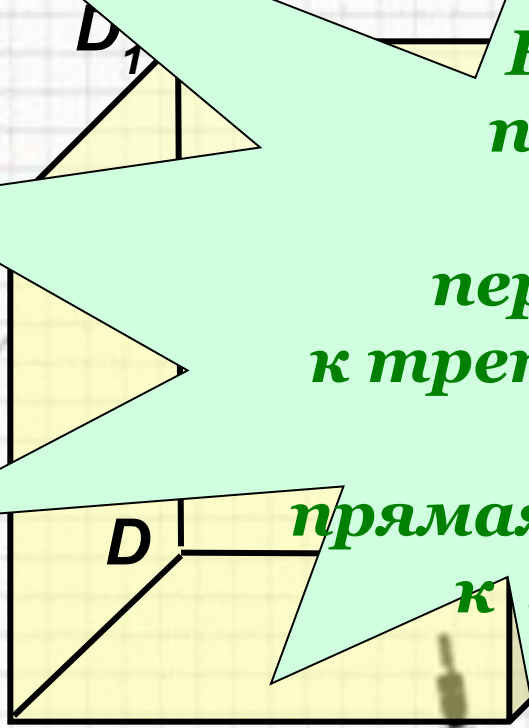


Математика

Рассмотрим прямые AA_1 , CC_1 и DC .

$$AA_1 \parallel CC_1; DC \perp CC_1$$

Если одна из
параллельных
прямых
перпендикулярна
к третьей прямой, то и
другая
прямая перпендикулярна
к этой прямой.

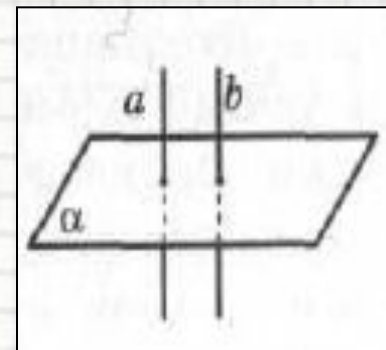


Математика

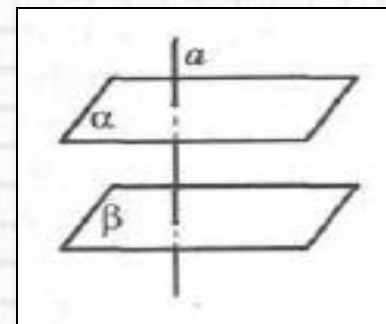
Свойства :

1. Если плоскость перпендикулярна одной

- из двух параллельных прямых,
- то она перпендикулярна другой
- прямой. ($a \perp \alpha$ и $a \parallel b \Rightarrow b \perp \alpha$)



- 2. Если две прямые перпендикулярны
- одной и той же плоскости,
- то они параллельны. ($a \perp \alpha$ и $b \perp \alpha \Rightarrow a \parallel b$)



- 3. Если прямая перпендикулярна
- одной из двух параллельных
- плоскостей, то она перпендикулярна
- и другой плоскости. ($\alpha \parallel \beta$ и $a \perp \alpha \Rightarrow a \perp \beta$)

$$\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$\sin 30^\circ = 1/2$$

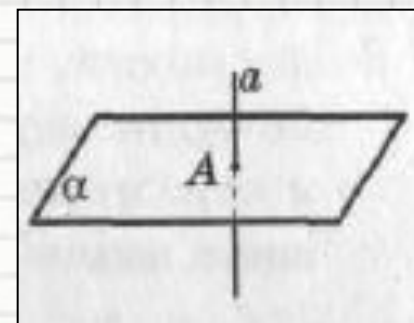
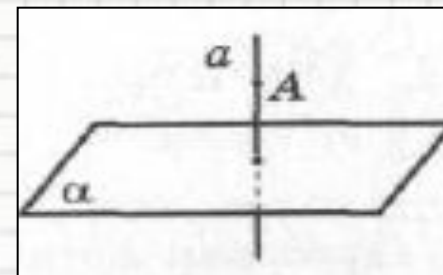
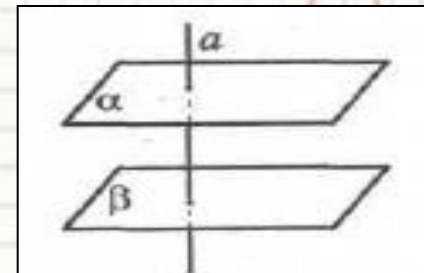
$$\begin{cases} \sin 30^\circ = 1/2 \\ \sin 45^\circ = \sqrt{2}/2 \\ \sin 60^\circ = \sqrt{3}/2 \end{cases}$$

$$(\sin x)^2 + (\sin y)^2 = \sin^2 z$$

Математика

Свойства :

- 4. Если две различные плоскости перпендикулярны одной и той же прямой, то эти плоскости параллельны.
($a \perp \alpha$ и $a \perp \beta \Rightarrow \alpha \parallel \beta$)
- 5. Через любую точку пространства можно провести прямую, перпендикулярную данной плоскости, и притом только одну.
- 6. Через любую точку прямой можно провести плоскость, перпендикулярную ей и притом только одну.



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$$

Математика

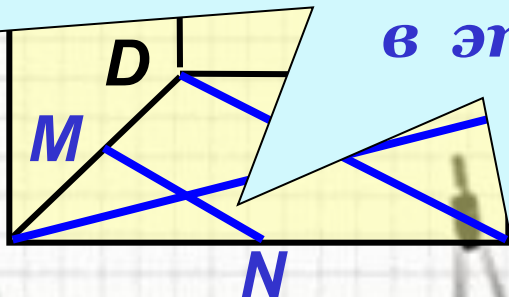
Найдите угол между прямой AA_1 и
прямыми плоскости (ABC) :

AB, AD, AC, BD, N .

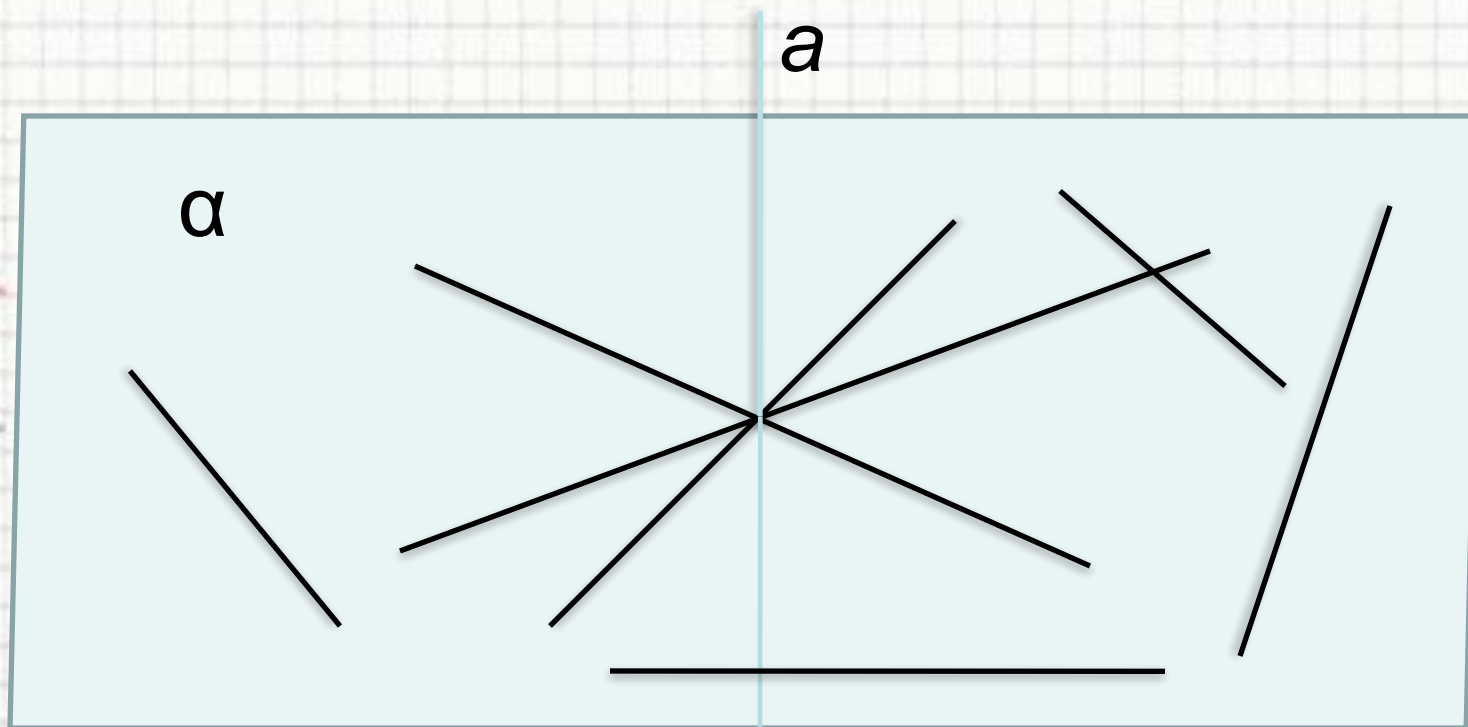
Прямая называется
перпендикулярной к
плоскости,
если она
перпендикулярна к
любой прямой, лежащей
в этой плоскости.

90°

90°



Математика



$$\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} \sin 30^\circ \\ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$(\sin \alpha)(\sin \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

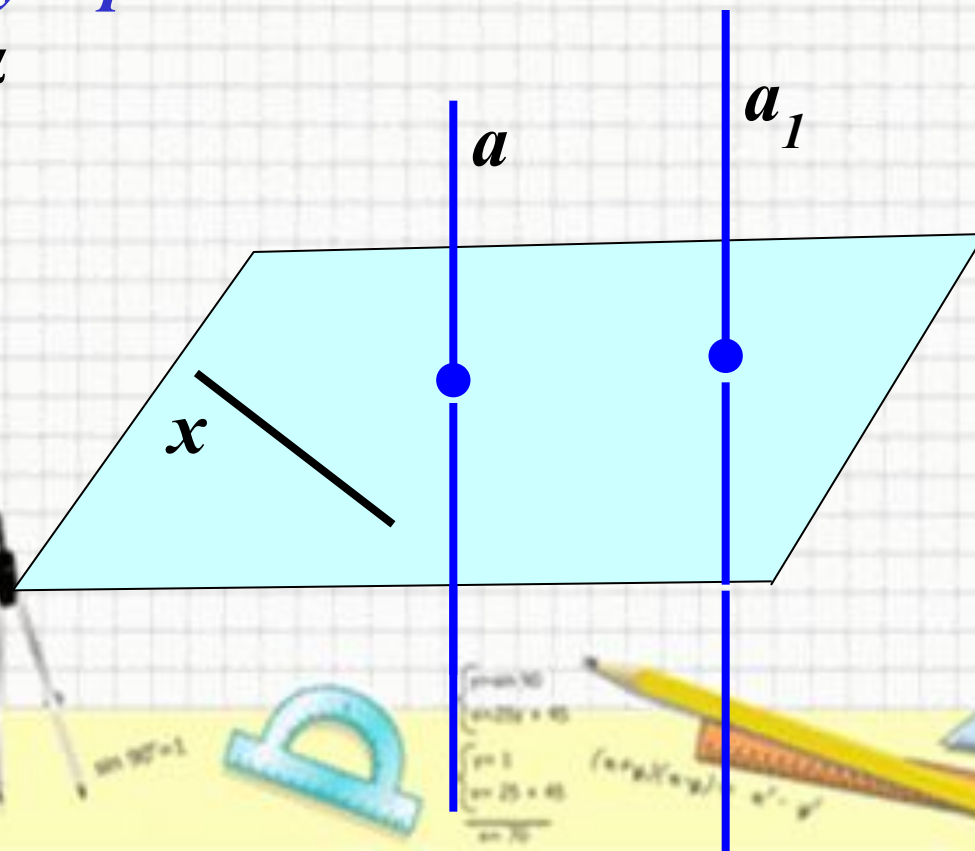
$$\begin{aligned} 2 \times 2 &= 4 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ 4 \times 4 &= 16 \\ 5 \times 5 &= 25 \\ 6 \times 6 &= 36 \\ 7 \times 7 &= 49 \\ 8 \times 8 &= 64 \end{aligned}$$

Математика

Теорема: Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.

Дано: прямая a параллельна прямой a_1 и перпендикулярна плоскости α .

Доказать: $a_1 \perp \alpha$

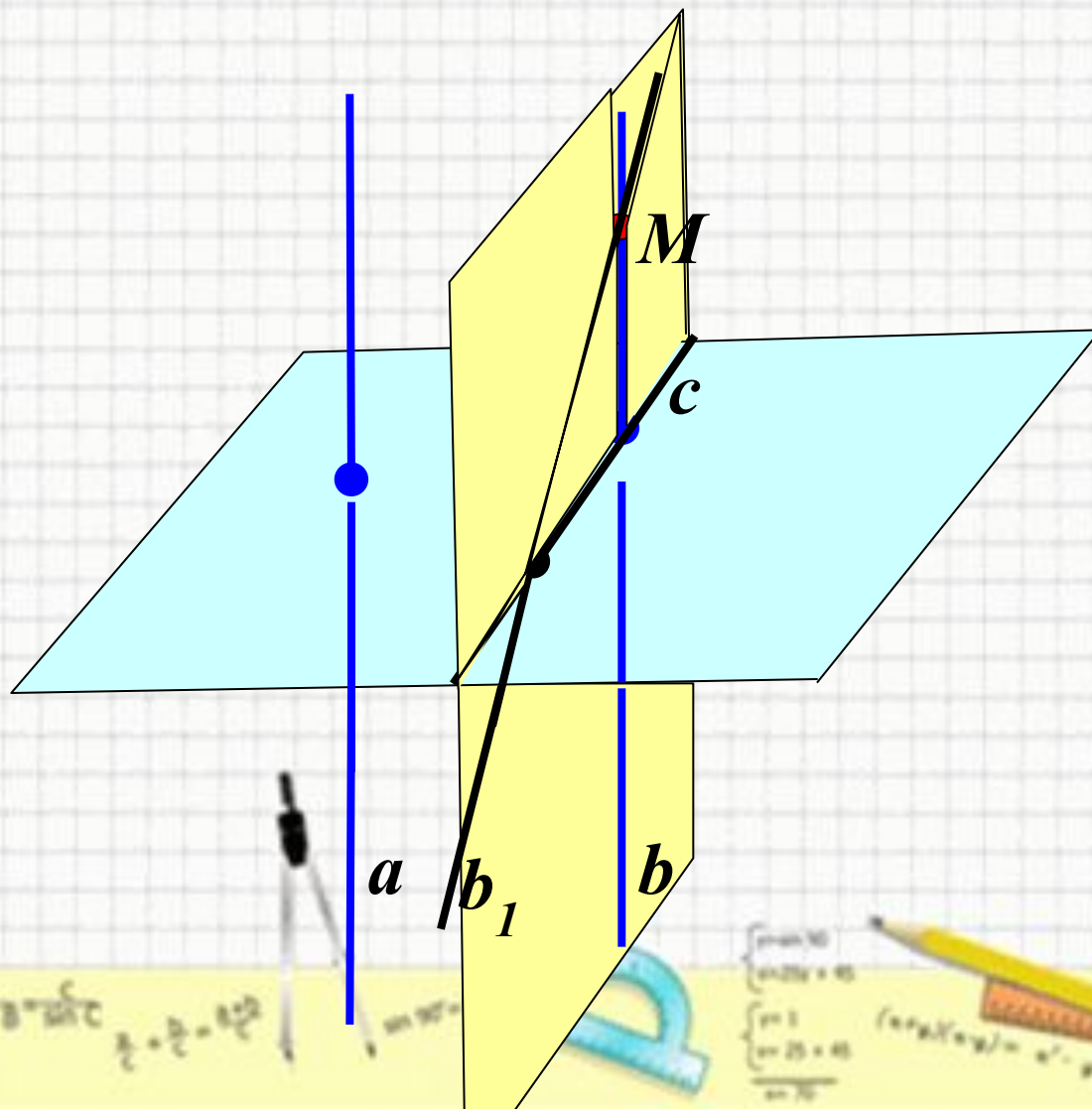


Математика

- Проведем прямую x в плоскости α . Так как $a \perp \alpha$, то $a \perp x$. По лемме о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей $a \perp x$. Т.о., прямая a перпендикулярна к любой прямой, лежащей в плоскости α , т.е. $a \perp \alpha$.

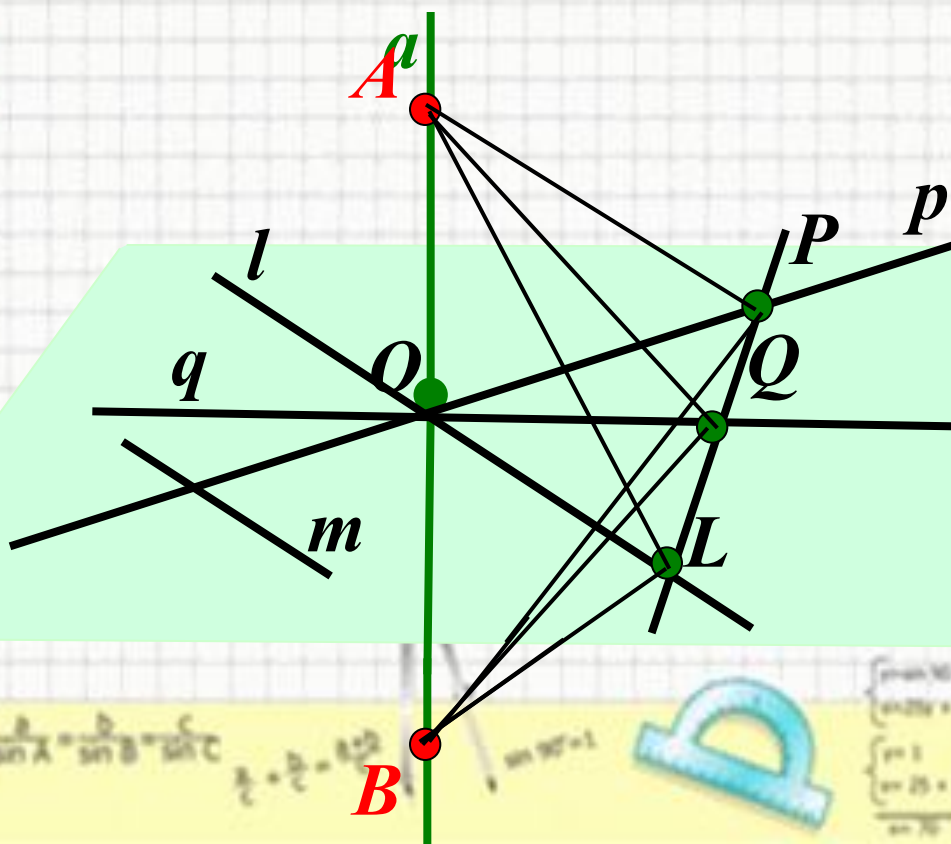
Обратная теорема:

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

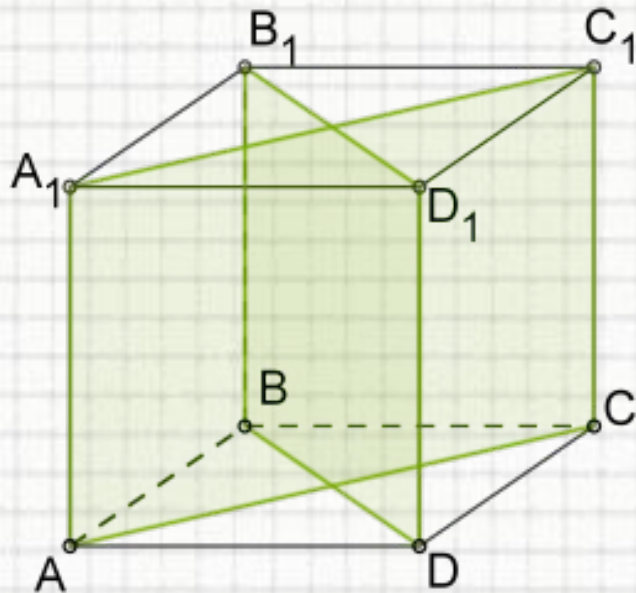
- Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.



Математика

Применение признака перпендикулярности прямой и плоскости.

Дан куб. Определи, какая из перечисленных в ответе прямых перпендикулярна названной плоскости?

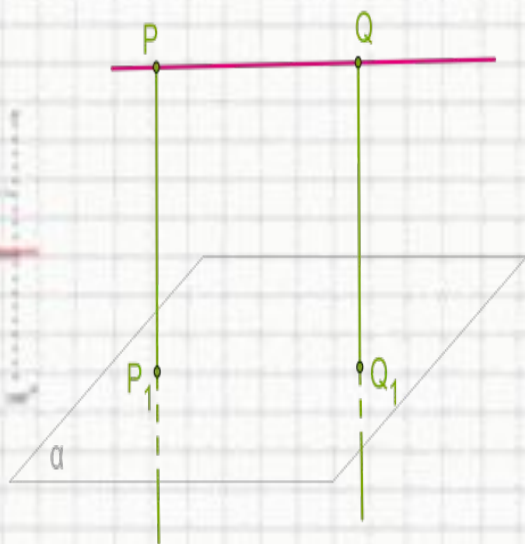


а) плоскости (ABC) перпендикулярна B_1C_1 , AC_1 , BD_1 , AC , AA_1 , BD , AB

б) плоскости (BDD1) перпендикулярна AC , AA_1 , B_1C_1 , AC_1 , AB , BD_1 , BD

Математика

Две прямые, перпендикулярные одной плоскости.



Прямая PQ параллельна плоскости α .

От точек P и Q к плоскости проведены

прямые $PP_1 \perp \alpha$ и $QQ_1 \perp \alpha$.

Известно, что $PQ = PP_1 = 19,8$ см.

Определи вид четырехугольника PP_1Q_1Q и найди его периметр.

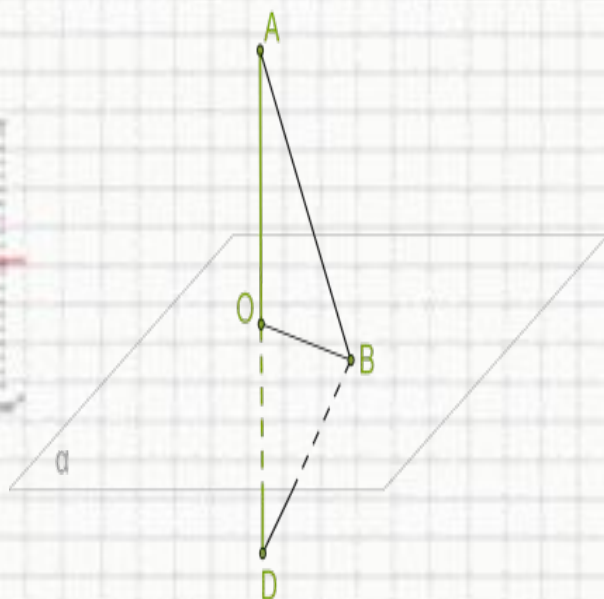
Ответ:

1. PP_1Q_1Q —

2. $PP_1Q_1Q =$ см

Математика

Перпендикулярность прямой к плоскости.



Проведенная к плоскости перпендикулярная прямая пересекает плоскость в точке O . На прямой отложен отрезок AD , точка O является серединой этого отрезка.

Определи вид и периметр треугольника ABD , если $AD = 24$ см, а $OB = 5$ см (ответ округли до одной десятой).

Ответ:

1. $\triangle ABD$ —
2. $P_{ABD} =$ см

Математика

Прямые, перпендикулярные к плоскости.



Две прямые образуют прямой угол с плоскостью α .

Длина отрезка $KN = 96,5$ см, длина отрезка $LM = 56,5$ см.

Рассчитай расстояние NM , если $KL = 41$ см.

$NM = \dots$ см

$$\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

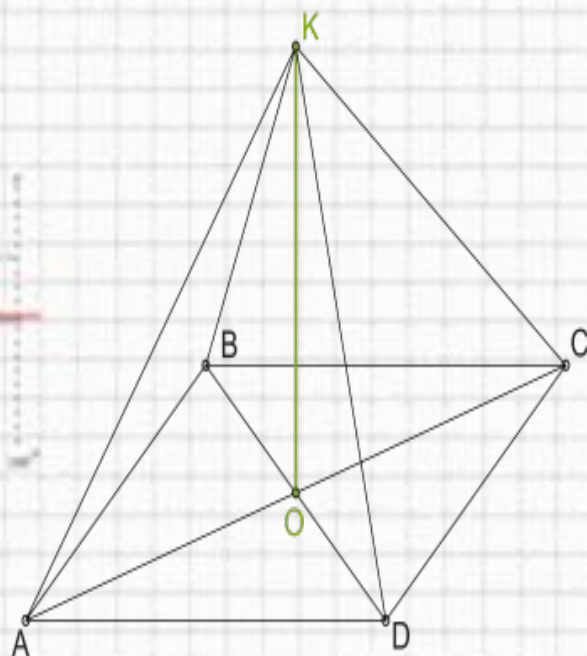
$$\begin{cases} \sin 30^\circ = 0,5 \\ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$(\sin \alpha / \sin \beta) = a' / b'$$

$$\begin{aligned} 2 \times 2 &= 4 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ 4 \times 4 &= 16 \\ 5 \times 5 &= 25 \\ 6 \times 6 &= 36 \\ 7 \times 7 &= 49 \\ 8 \times 8 &= 64 \end{aligned}$$

Математика

Перпендикуляр к плоскости квадрата.



К плоскости квадрата ABCD со стороной 7 см через точку пересечения диагоналей O проведена прямая, перпендикулярная плоскости квадрата. На прямой отложен отрезок OK длиной 5 см. Рассчитай расстояние от точки K к вершинам квадрата (результат округли до одной десятой).

KA= см

KB= см

KC= см

KD= см

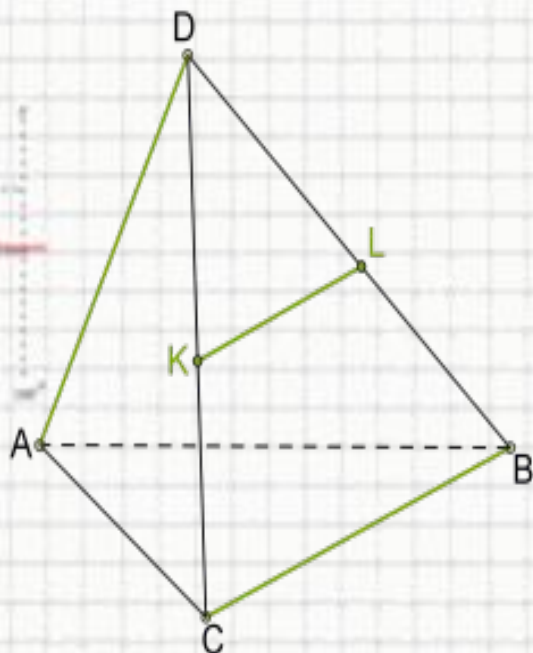
$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$$

$$\begin{cases} \sin 30^\circ = 0.5 \\ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$$

$$\begin{aligned} 2 \times 2 &= 4 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ 4 \times 4 &= 16 \\ 5 \times 5 &= 25 \\ 6 \times 6 &= 36 \\ 7 \times 7 &= 49 \\ 8 \times 8 &= 64 \end{aligned}$$

Доказательство перпендикулярности скрещивающихся прямых.



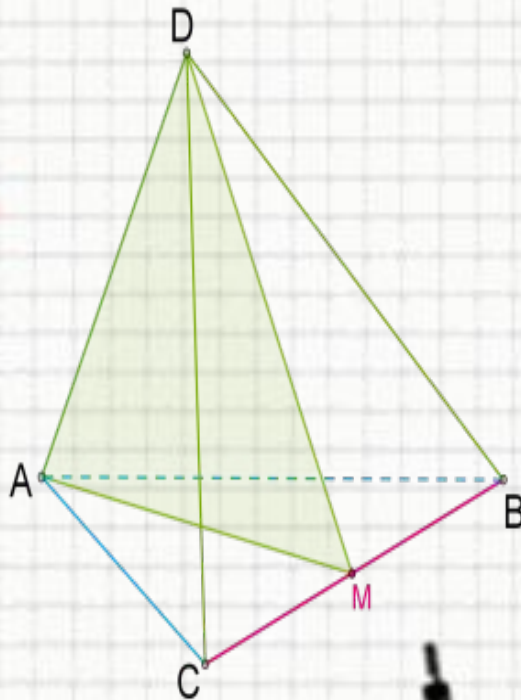
Известно, что в тетраэдре DABC ребро DA перпендикулярно ребру BC. На ребрах DC и DB расположены серединные точки K и L. Докажи, что DA перпендикулярно KL.

1. Так как K и L — серединные точки DC и DB, то KL — треугольника CBD.
 2. Средняя линия третьей стороне треугольника, то есть BC.
- Если DA перпендикулярна одной из прямых, то она и другой прямой.

Математика

Признак перпендикулярности прямой к плоскости.

- В тетраэдре $DABC$ точка M — середина ребра CB . Известно, что в этом тетраэдре $AC=AB=DC=DB$. Докажи, что прямая, на которой находится ребро CB , перпендикулярна плоскости (ADM) .



1. Определи вид треугольников.

$\triangle ABC$ —

$\triangle DCB$ —

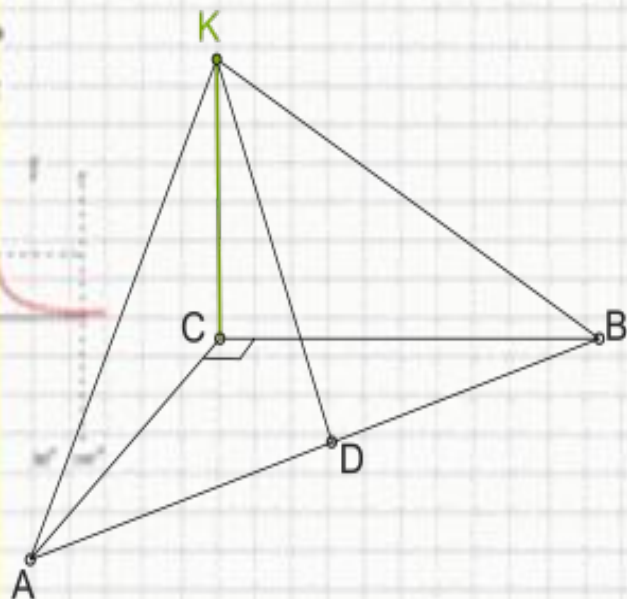
2. Какой угол образует медиана с основанием этих треугольников?

Ответ: градусов.

3. Согласно признаку, если прямая к прямым в некой плоскости, то она к этой плоскости.

Математика

Свойство прямой перпендикулярной к плоскости.



Через вершину прямого угла С к плоскости прямоугольного треугольника ABC проведена перпендикулярная прямая КС.

Точка D — серединная точка гипотенузы АВ.

Длина катетов треугольника $AC = 48$ мм и $BC = 64$ мм. Расстояние $KC = 42$ мм. Определи длину отрезка KD .

$KD = \dots$ мм

$$\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$$

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{2} = \frac{c}{2}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} \sin 30^\circ = 0.5 \\ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$(\sin \alpha / \sin \beta) = a' / b'$$

$$\begin{aligned} 2 \times 2 &= 4 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ 4 \times 4 &= 16 \\ 5 \times 5 &= 25 \\ 6 \times 6 &= 36 \\ 7 \times 7 &= 49 \\ 8 \times 8 &= 64 \end{aligned}$$

Математика

(сложное) Доказательство от противного.

- Прямая d перпендикулярна плоскости α и прямой m , которая не лежит в плоскости α .
- Докажи, что прямая m параллельна плоскости α .

1. Согласно данной информации, если прямая не лежит в плоскости, она может или быть ...плоскости, или ... плоскость.
2. Допустим, что прямая m не, аплоскость α .
3. Если прямая d по данной информации перпендикулярна плоскости α , то она каждой прямой в этой плоскости, в том числе и прямой, которая проведена через точки, в которых плоскость пересекает прямые d и m .
4. Мы имеем ситуацию, когда через одну точку к прямой d проведены две прямые.
5. Это противоречие, из чего следует, что прямая m плоскости α , что и требовалось доказать.

$$\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

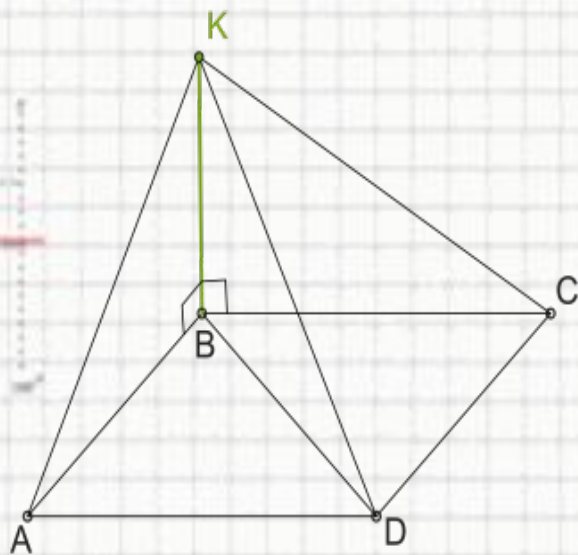
$$\begin{cases} p=10 \\ q=20 \\ r=30 \end{cases}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$$

Математика

Признак перпендикулярности прямой в расчетах расстояния до вершин квадрата.



От вершины K к плоскости квадрата ABCD проведена прямая KB так, что углы $\angle KBA = 90^\circ$ и $\angle KBC = 90^\circ$. Рассчитай расстояние от K к вершинам квадрата, если сторона квадрата равна 3 см, а KB = 18 см.

Ответы округлить до одной десятой:

KA = см

KC = см

KD = см

Математика

Домашнее задание

П.15,16

Вопросы 1,2 (стр.57)

№116,118

$$\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{c} = \frac{a^2}{c^2}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \\ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$(\sin x)(\cos x) = \sin x \cdot \cos x$$

$$\begin{aligned} 2 \times 2 &= 4 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ 4 \times 4 &= 16 \\ 5 \times 5 &= 25 \\ 6 \times 6 &= 36 \\ 7 \times 7 &= 49 \\ 8 \times 8 &= 64 \end{aligned}$$