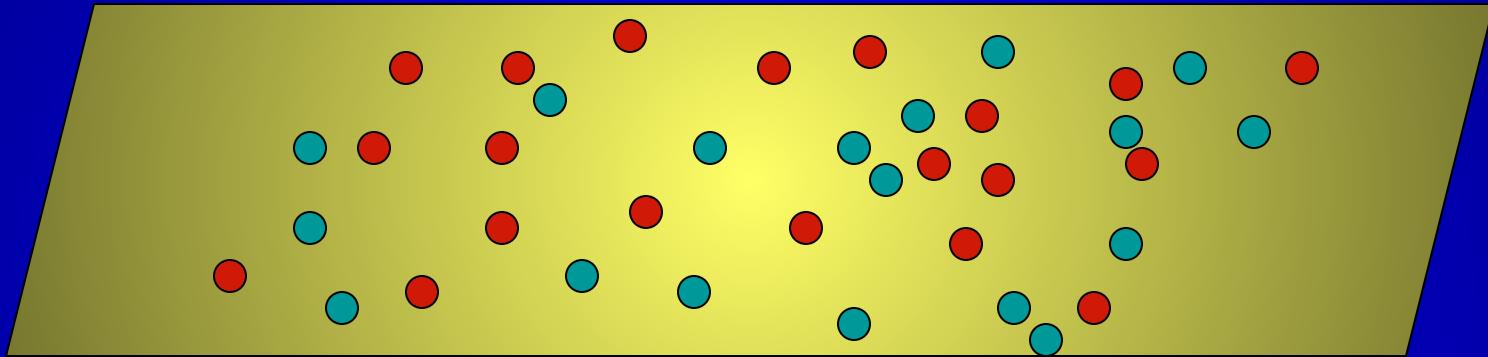


Геометрия 9 класс.

Тема урока:

Движения.

1. Отображение плоскости на себя.



Любая точка плоскости оказывается сопоставленной некоторой точке.

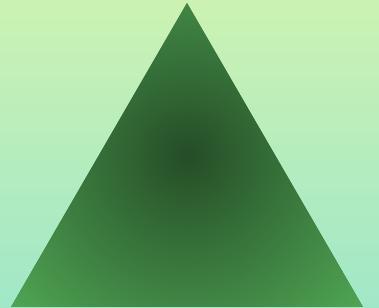
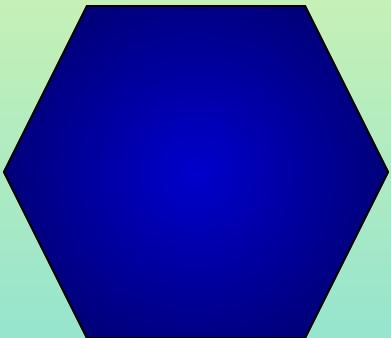
Говорят, что дано
отображение плоскости на себя.

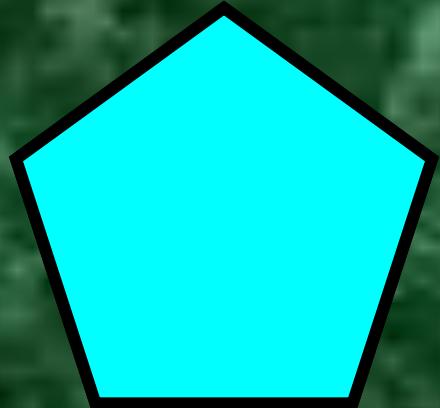
Рассмотрим примеры отображения плоскости на себя, которые сохраняют расстояние между точками.

Любое отображение, обладающее этим свойством, называется движением.

Движение плоскости – это отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояния.

Понятие движения в геометрии связано с обычным представлением о перемещении. Но, если говоря о перемещении, мы представляем себе непрерывный процесс, то в геометрии для нас будут иметь значение только начальное и конечное положения фигур.

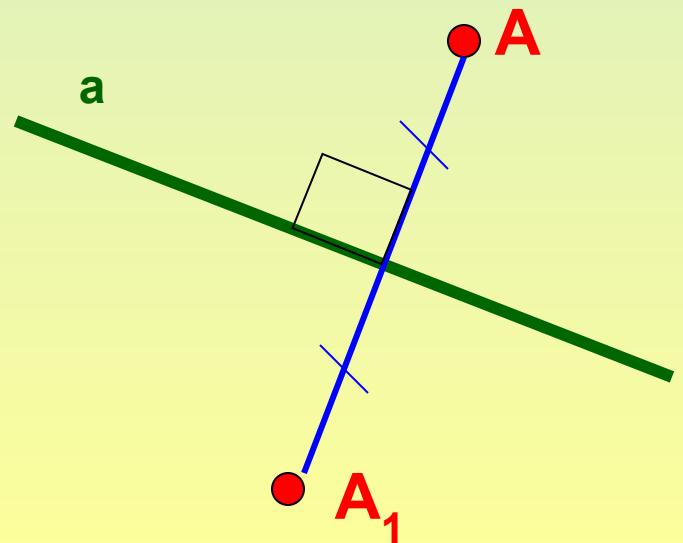
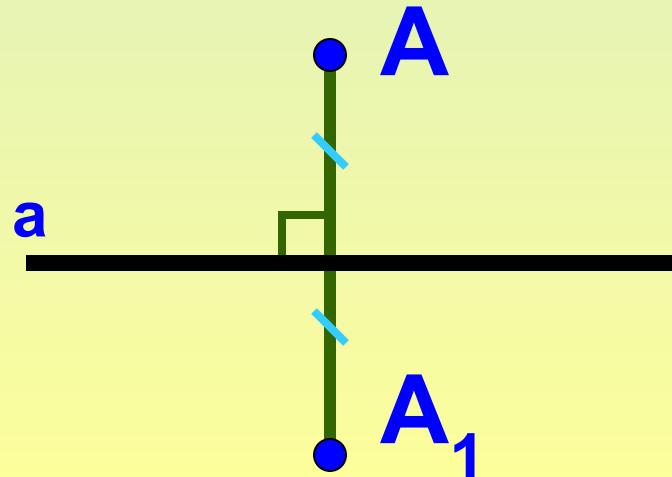


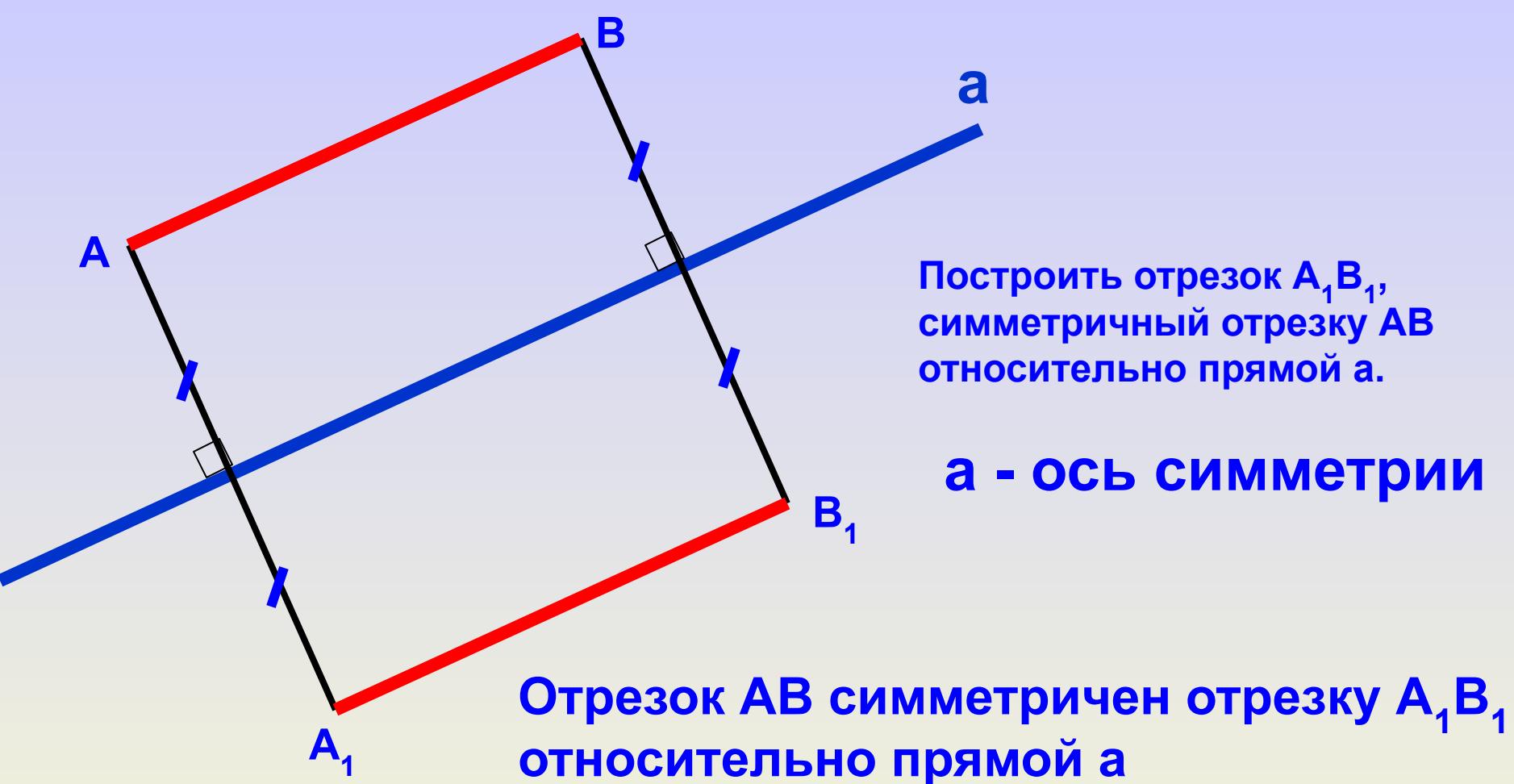


Два движения, выполненные
последовательно,
снова дают движение.

Симметрия относительно прямой.

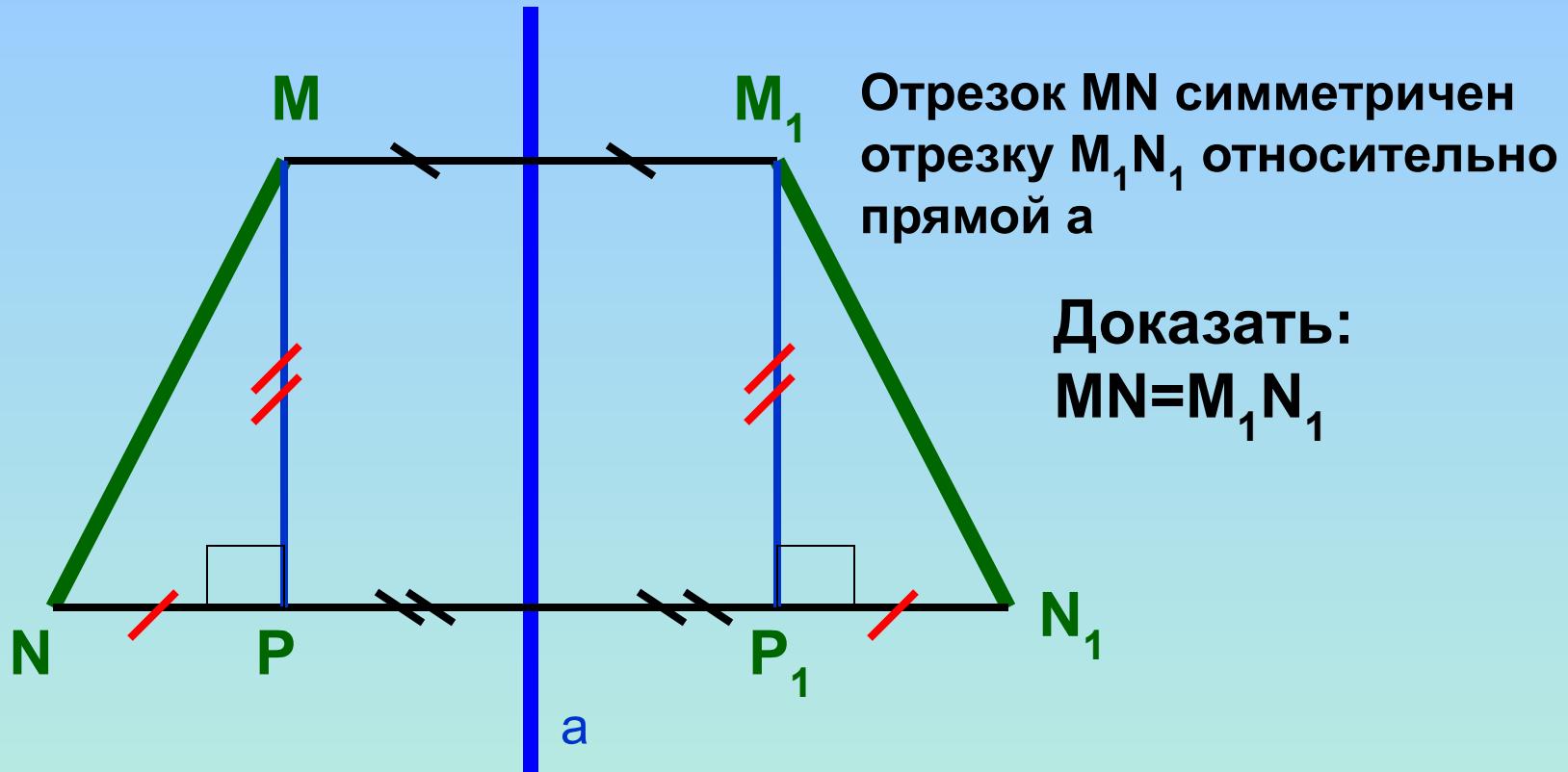
Две точки A и A_1 называются симметричными относительно прямой a , если эта прямая проходит через середину отрезка AA_1 и перпендикулярна к нему.





АВ = А₁В₁ ?

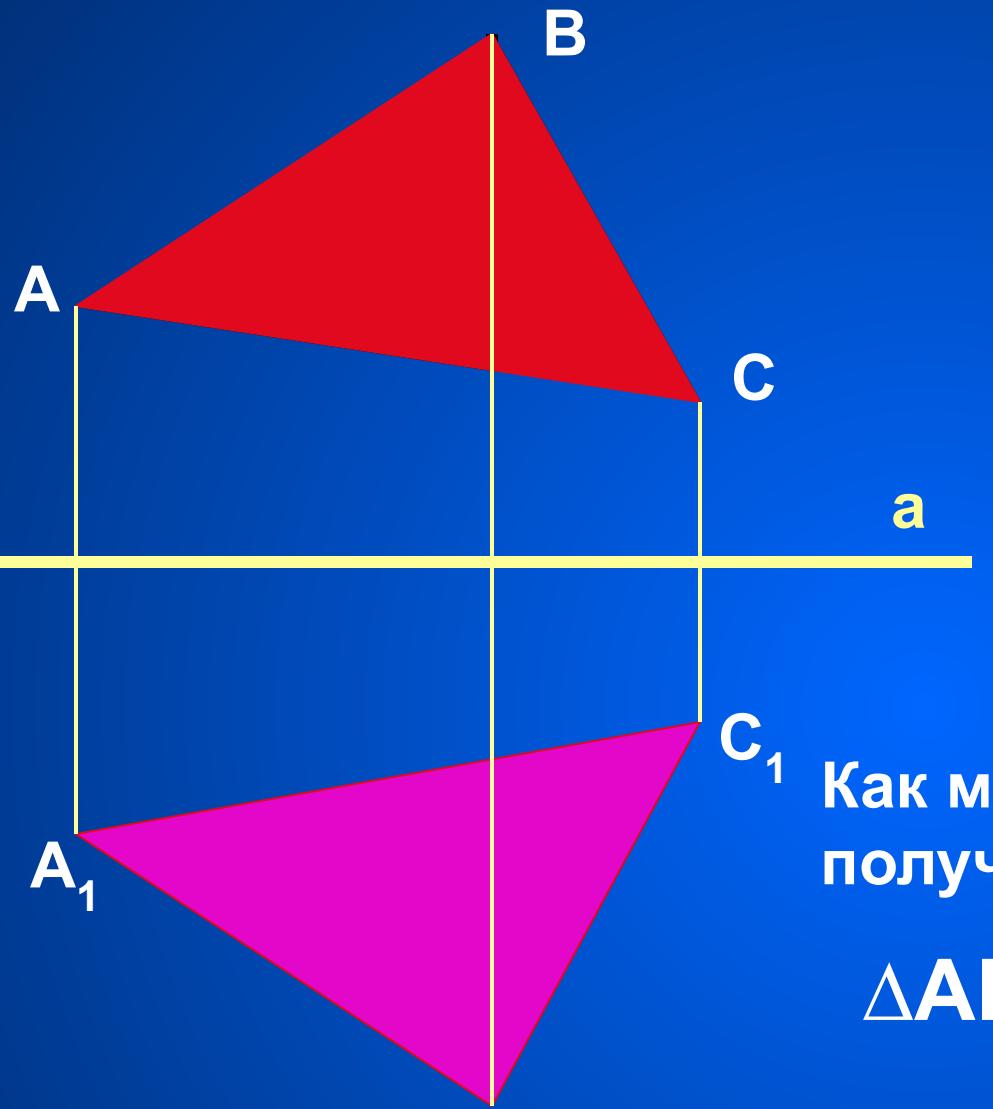
Как можно проверить?
наложением



Доказательство: Рассмотрим треугольники NMP и $N_1M_1P_1$

$$\left. \begin{array}{l} NP = N_1P_1 \\ MP = M_1P_1 \end{array} \right\} \triangle NMP = \triangle N_1M_1P_1$$

$$MN = M_1N_1$$



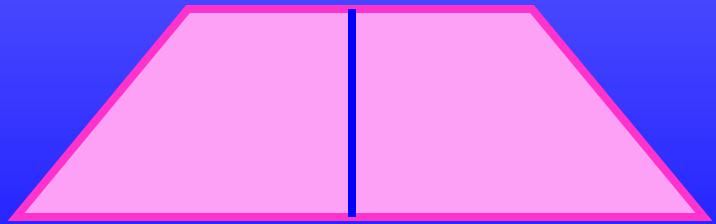
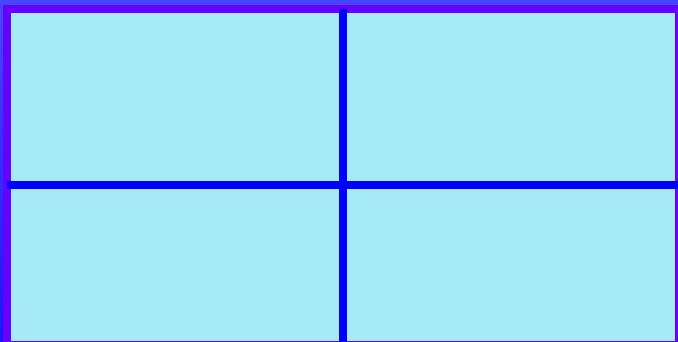
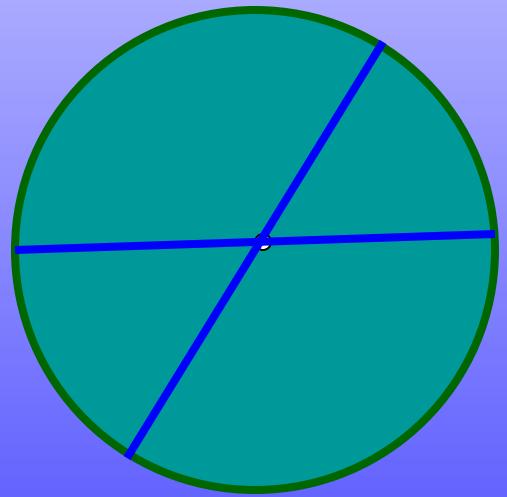
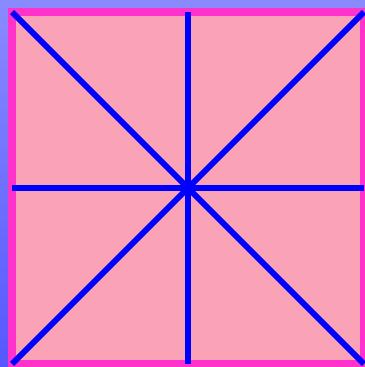
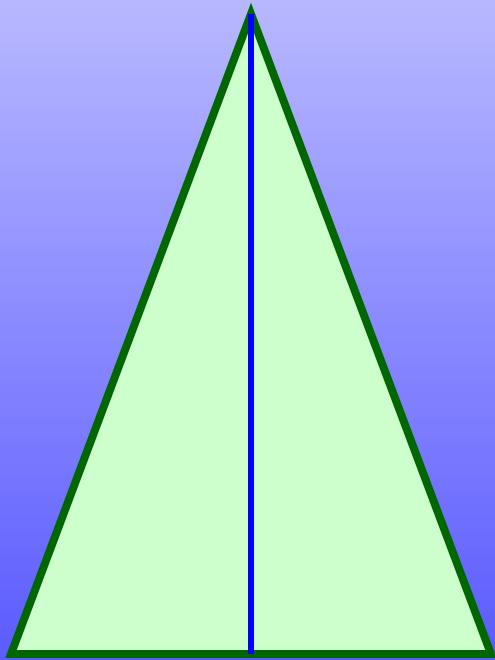
Построить $\Delta A_1 B_1 C_1$,
симметричный ΔABC
относительно прямой a .

Как можно проверить равенство
полученных треугольников?

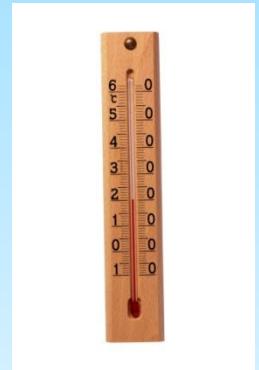
$$\Delta ABC = \Delta A_1 B_1 C_1$$

**Вывод: осевая симметрия
является движением.**

Сколько осей симметрии имеют данные геометрические фигуры?

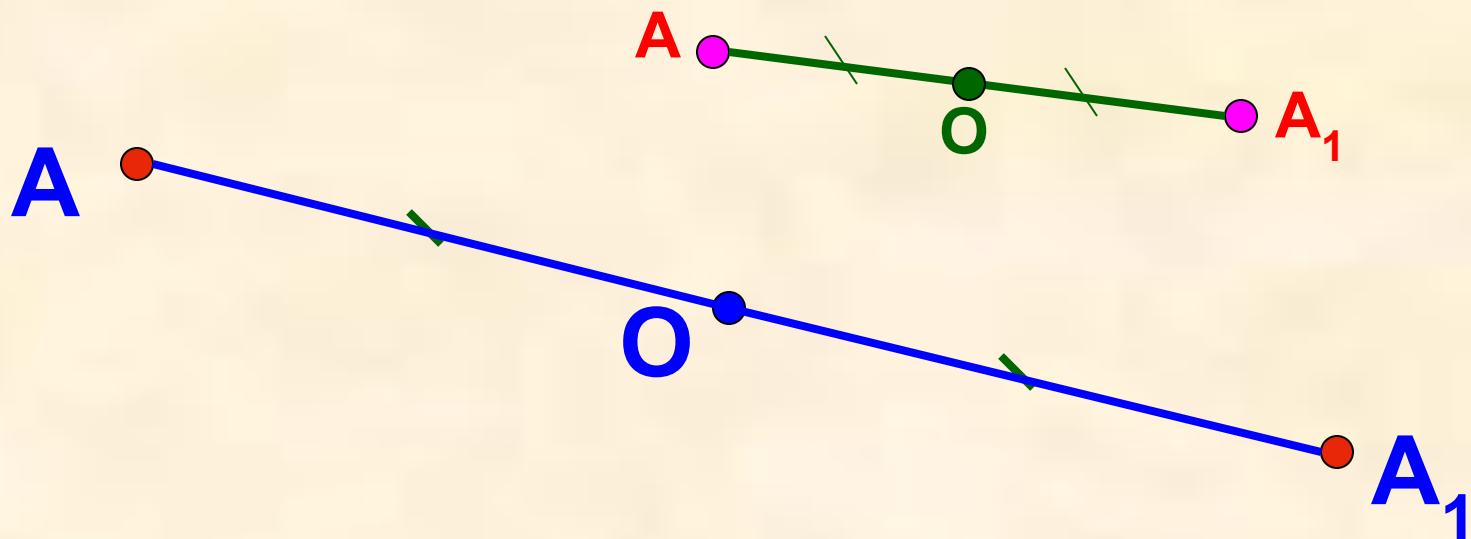


С симметрией мы часто встречаемся в быту, архитектуре, технике, природе.



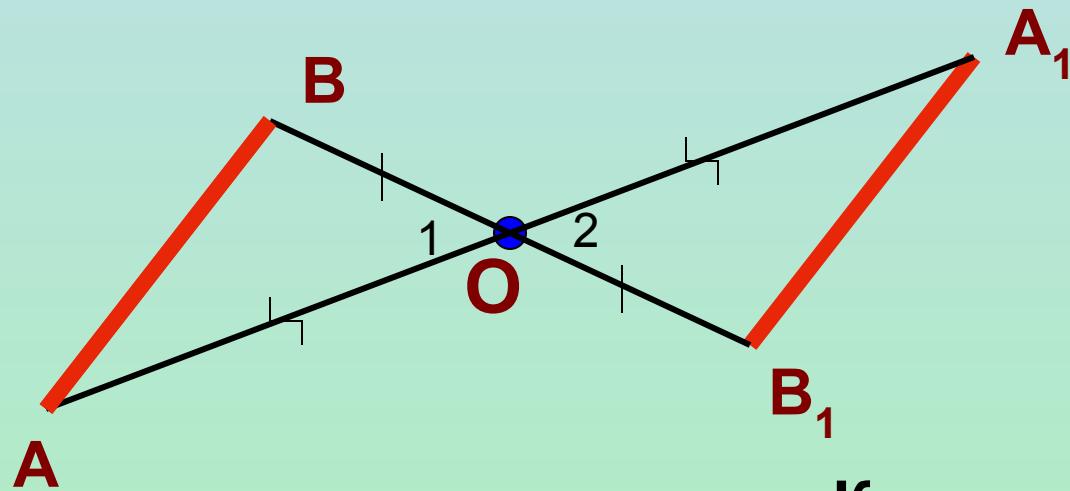
Симметрия относительно точки.

Две точки A и A_1 называются симметричными относительно точки O , если O – середина отрезка AA_1 .



O – центр симметрии.

Построим отрезок A_1B_1 , симметричный отрезку AB относительно точки O .



Как можно это проверить?

$AB = A_1B_1 ?$

наложением

А как можно доказать?

Доказательство: рассмотрим треугольники ABO и A_1B_1O

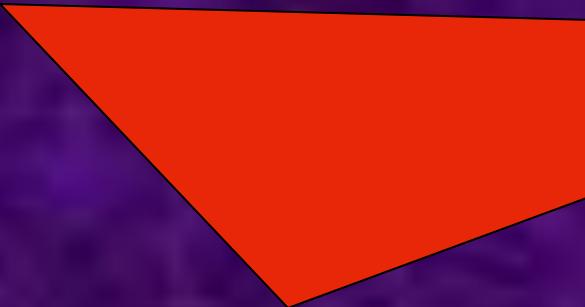
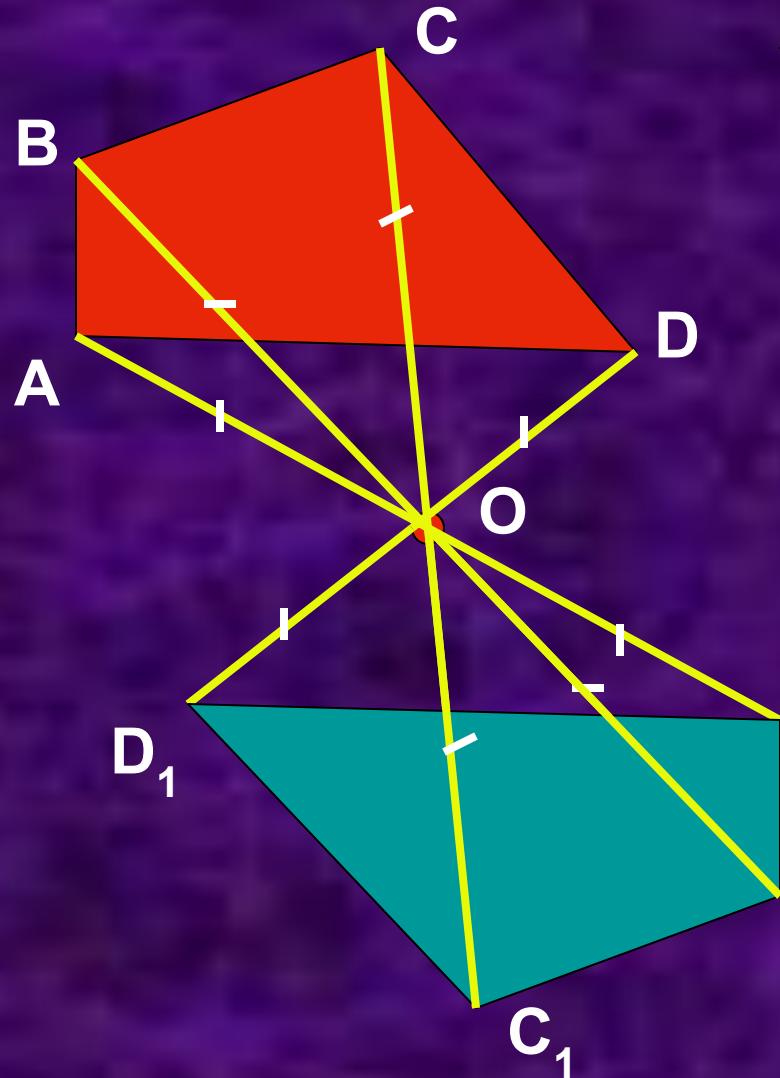
$$\begin{aligned} OA &= OA_1 \\ OB &= OB_1 \\ \angle 1 &= \angle 2 \end{aligned}$$

}

$$\Delta ABO = \Delta A_1B_1O$$

$$AB = A_1B_1$$

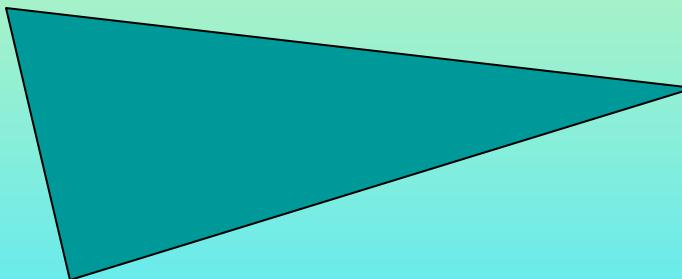
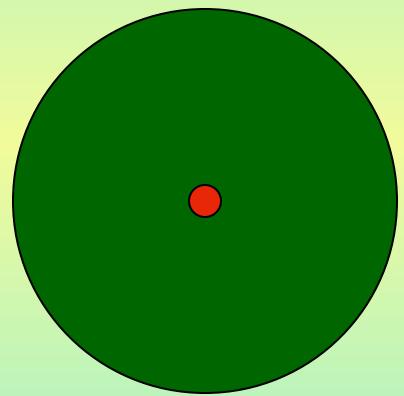
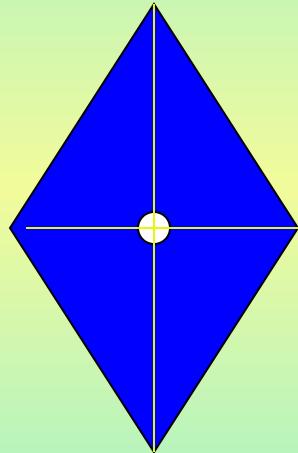
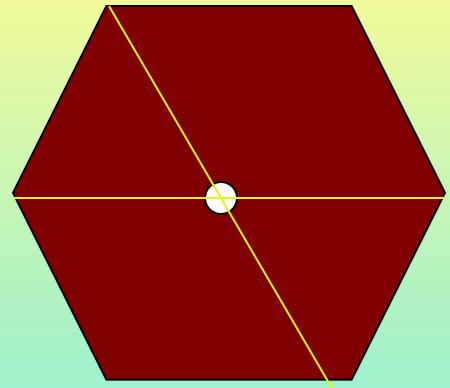
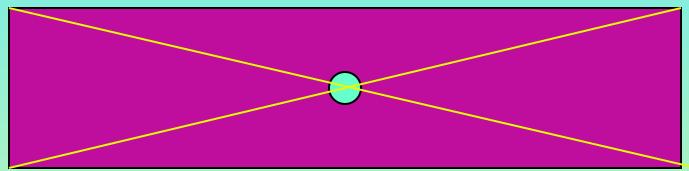
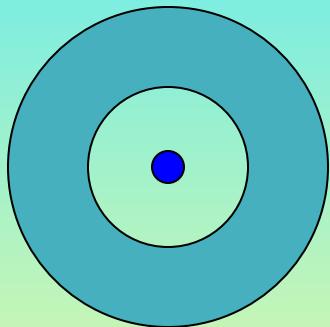
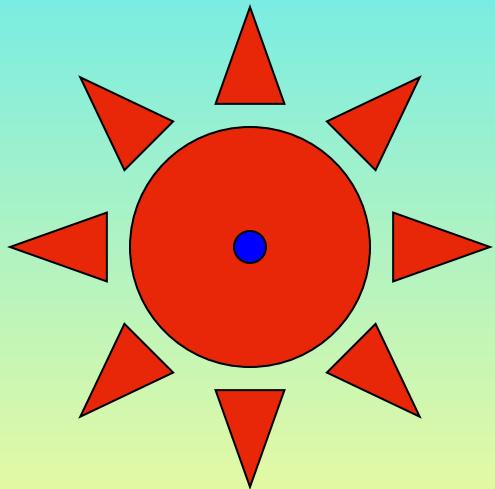
Построить четырёхугольник $A_1B_1C_1D_1$, симметричный четырёхугольнику $ABCD$ относительно точки O .



$$ABCD = A_1B_1C_1D_1?$$

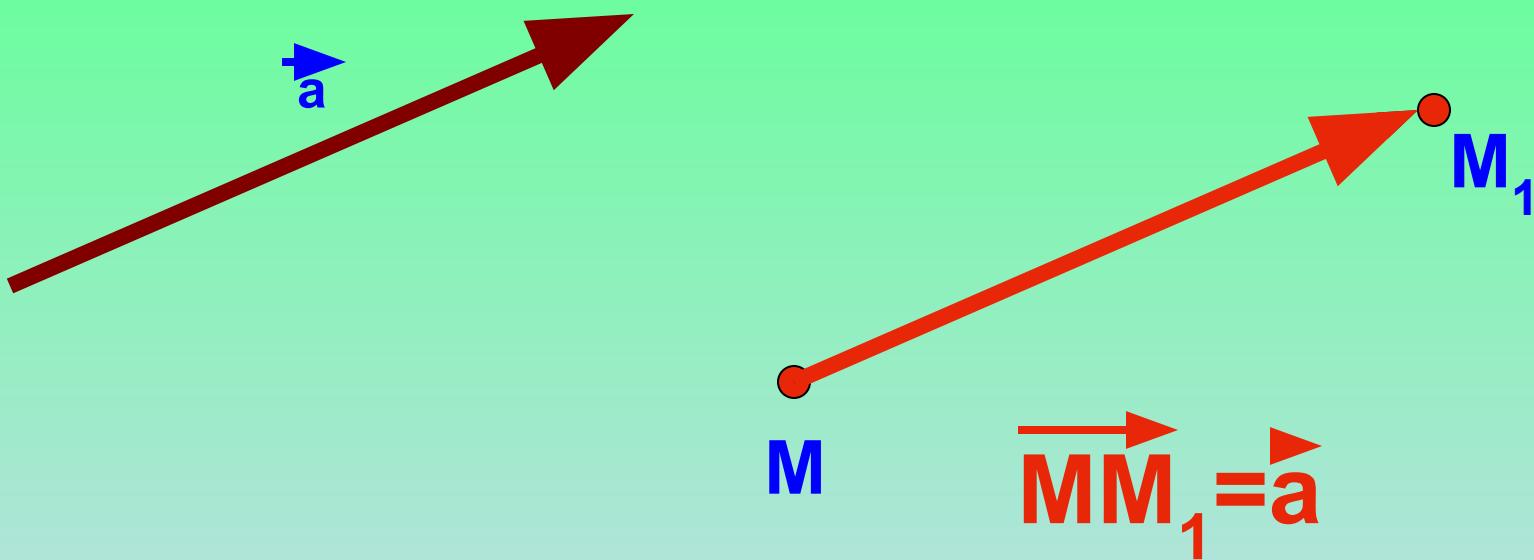
Центральная симметрия – движение.

Какие из этих фигур имеют центр симметрии?

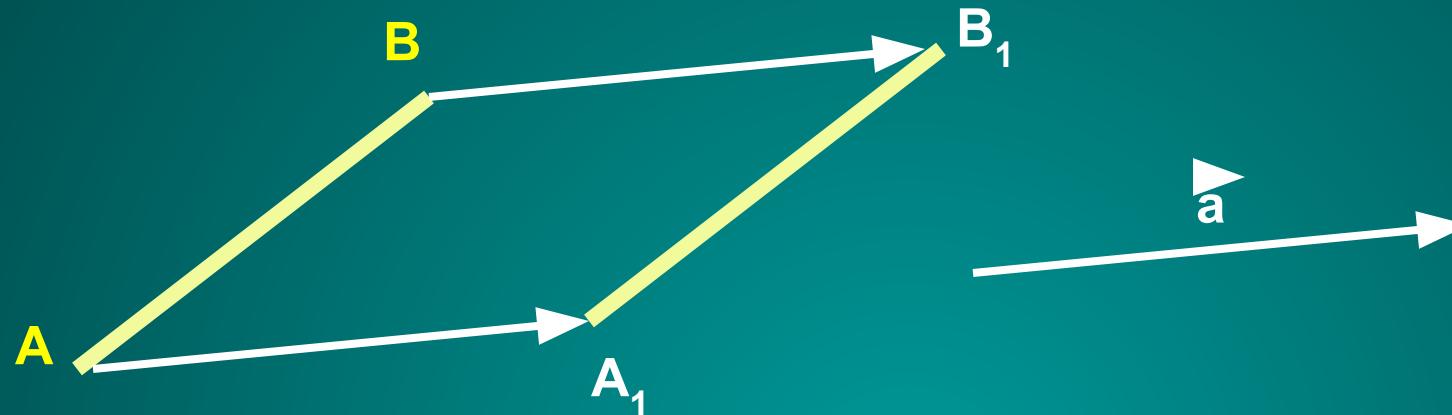


Параллельный перенос.

Параллельным переносом на вектор \vec{a} называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка M отображается в такую точку M_1 , что вектор $\overrightarrow{MM_1}$ равен вектору \vec{a} .



Построить отрезок A_1B_1 , который получается из отрезка AB параллельным переносом на \vec{a} .



Докажем, что $AB=A_1B_1$

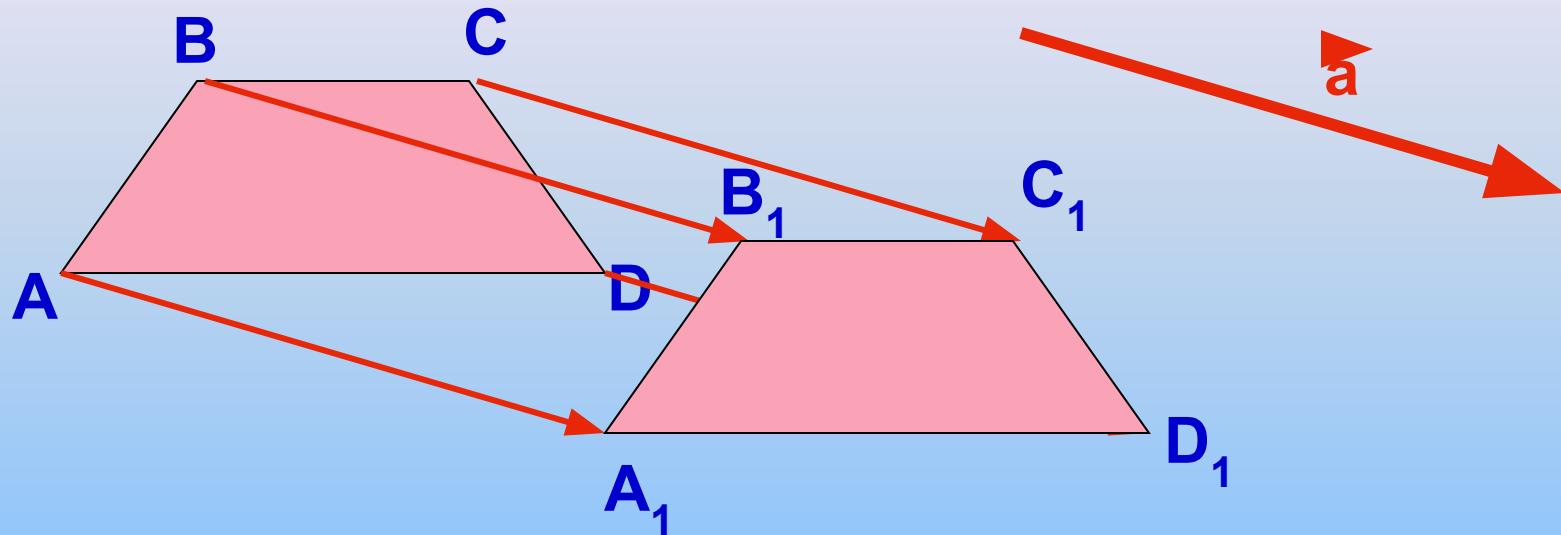
Доказательство:

так как $\vec{AA}_1=\vec{a}$, $\vec{BB}_1=\vec{a}$, то $\vec{AA}_1=\vec{BB}_1$

Следовательно $AA_1 \parallel BB_1$ и $AA_1=BB_1$,

поэтому четырёхугольник ABB_1A_1 –
параллелограмм, значит $AB=A_1B_1$

Построить четырёхугольник, который получается из данного четырёхугольника $ABCD$ параллельным переносом на \vec{a}

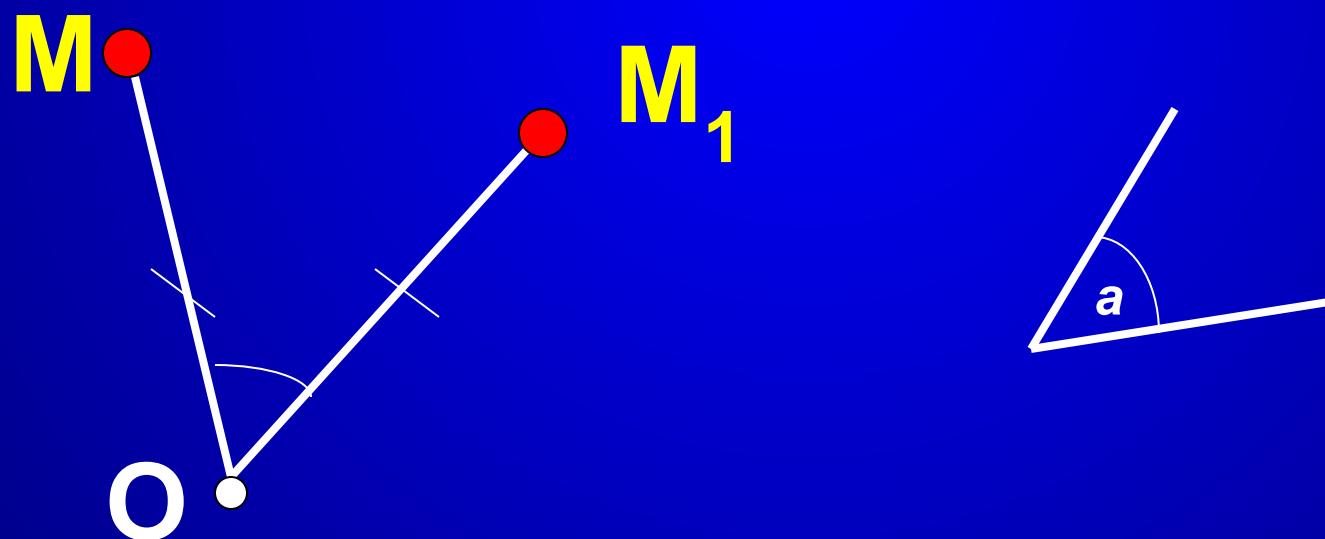


$$ABCD = A_1 B_1 C_1 D_1$$

Параллельный перенос – движение.

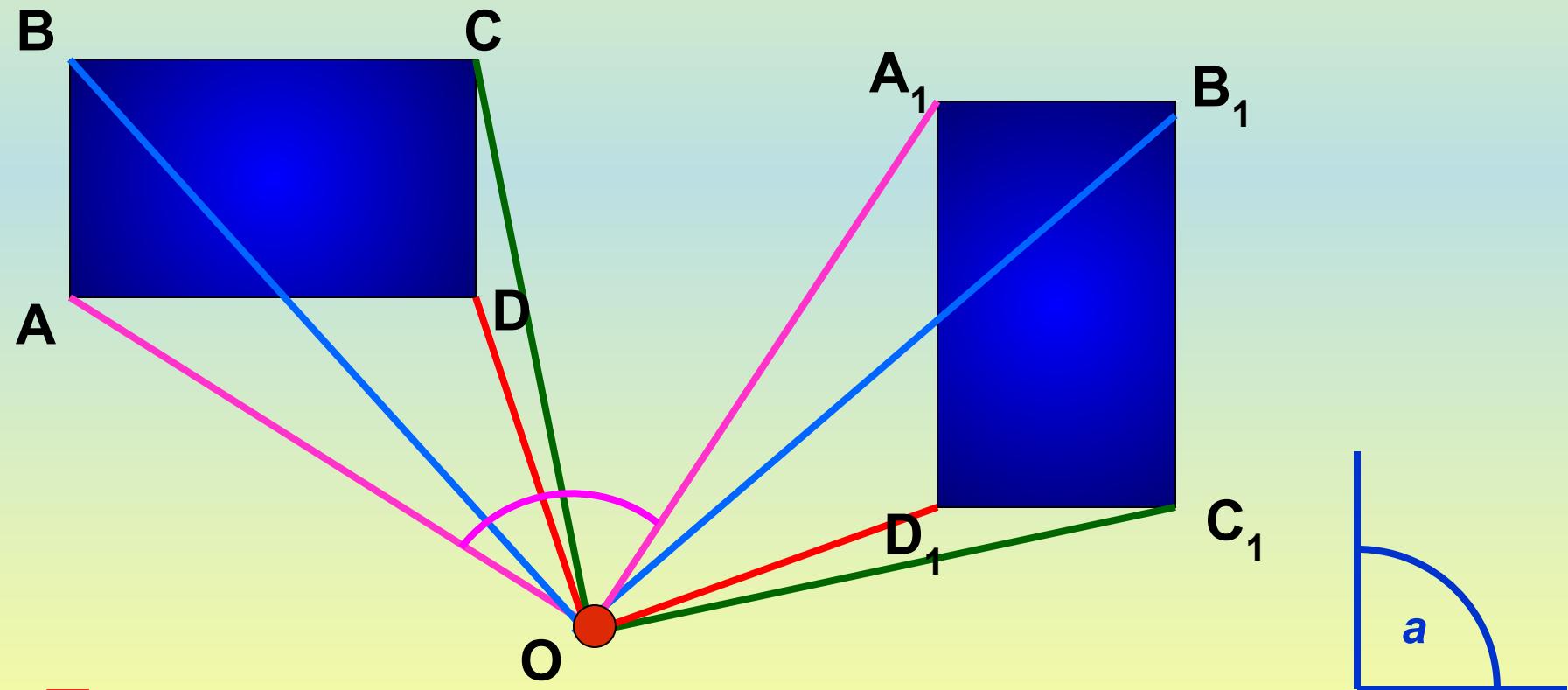
Поворот.

Поворотом плоскости вокруг точки O на угол a называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка M отображается в такую точку M_1 , что $OM=OM_1$ и $\angle a = \angle MOM_1$



Построить прямоугольник $A_1B_1C_1D_1$, который получается в результате поворота прямоугольника $ABCD$ вокруг точки O на угол a .

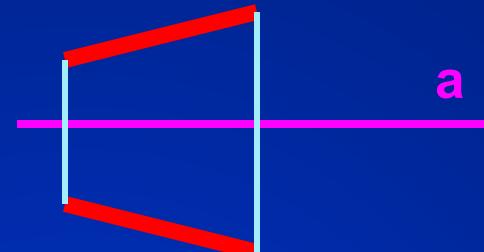
$$ABCD=A_1B_1C_1D_1$$



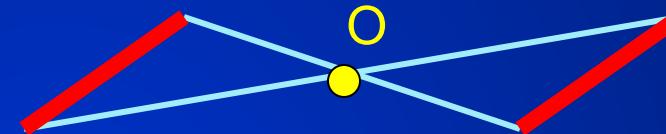
Поворот вокруг точки – движение.

Рассмотренные отображения плоскости на себя:

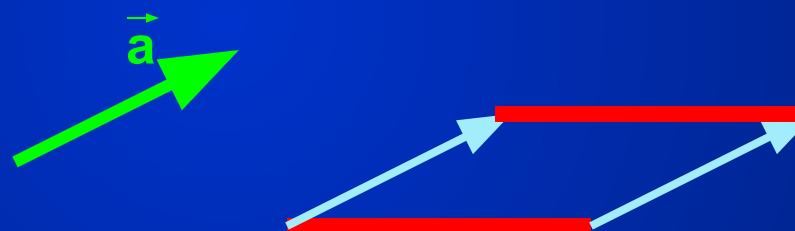
симметрия относительно прямой



симметрия относительно точки



параллельный перенос на вектор \vec{a}



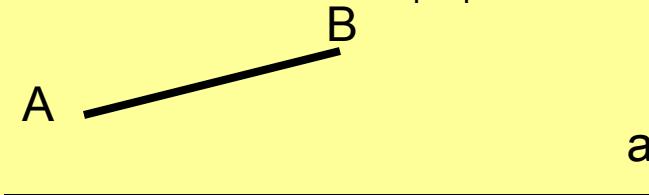
поворот вокруг точки О на угол a



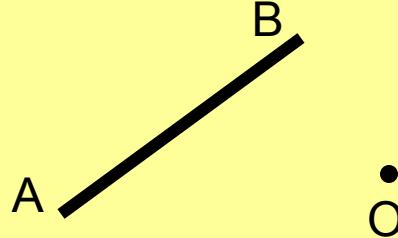
являются движениями.

Практическая работа.

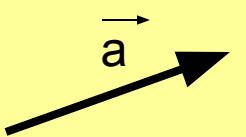
1. Построить отрезок A_1B_1 , симметричный отрезку AB относительно прямой a .



2. Построить отрезок A_1B_1 , симметричный отрезку AB относительно точки O .

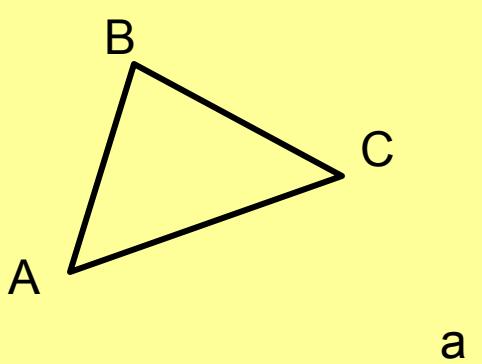


3. Построить отрезок A_1B_1 , который получается из отрезка AB параллельным переносом на a .

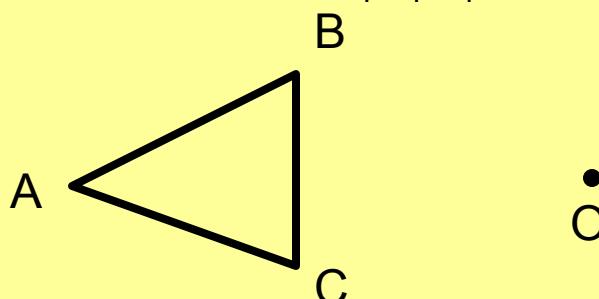


Практическая работа.

1. Построить $\triangle A_1B_1C_1$, симметричный $\triangle ABC$ относительно прямой a .



2. Построить $\triangle A_1B_1C_1$, симметричный $\triangle ABC$ относительно точки O .



3. Построить фигуру F_1 , которая получается из фигуры F параллельным переносом на a .

