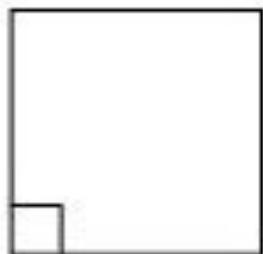


**Практикум по решению
планиметрических задач
(ромб)**

Задача №1

Ромб и квадрат имеют одинаковые стороны.
Найдите площадь ромба, если его острый угол равен 30° , а площадь квадрата равна 64.

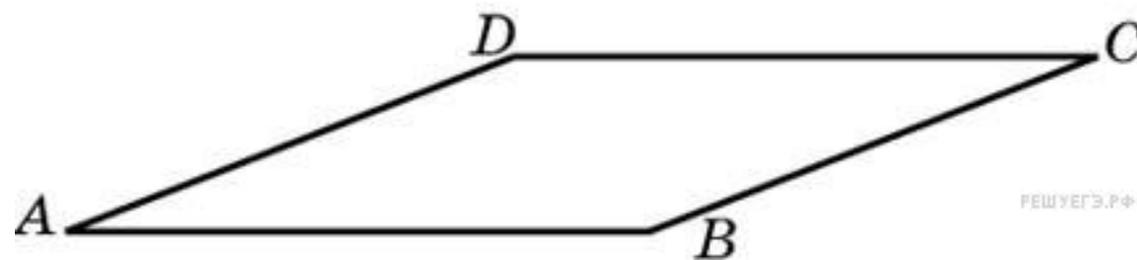


$$S = a^2 \quad S = a^2 \cdot \sin \alpha.$$

$$S_{\text{ромба}} = S_{\text{квадрата}} \cdot \sin \alpha = 64 \cdot \sin 30^\circ = 64 \cdot \frac{1}{2} = 32$$

Задача №2

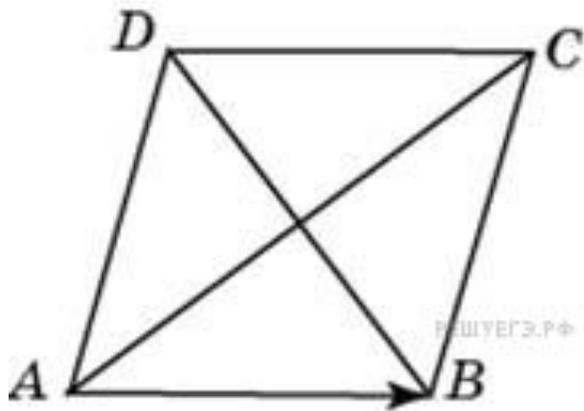
Найдите площадь ромба, если его стороны равны 1, а один из углов равен 150° .



$$S = 1^2 \cdot \sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

Задача №3

Диагонали ромба $ABCD$ равны 12 и 16.
Найдите длину вектора AB .

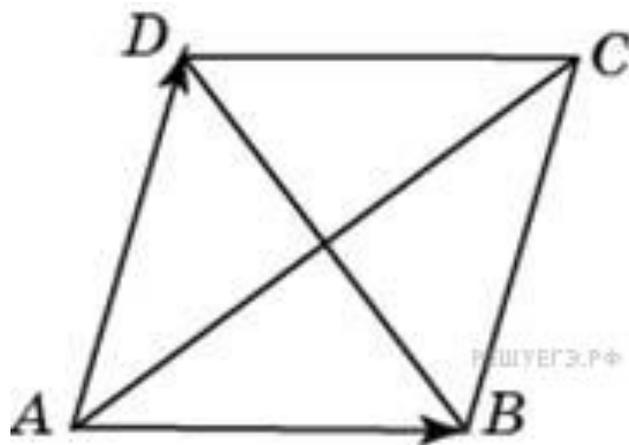


Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и точкой пересечения делятся пополам. Тогда вектор AB является гипотенузой в прямоугольном треугольнике. По теореме Пифагора получаем, что

$$AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

Задача №4

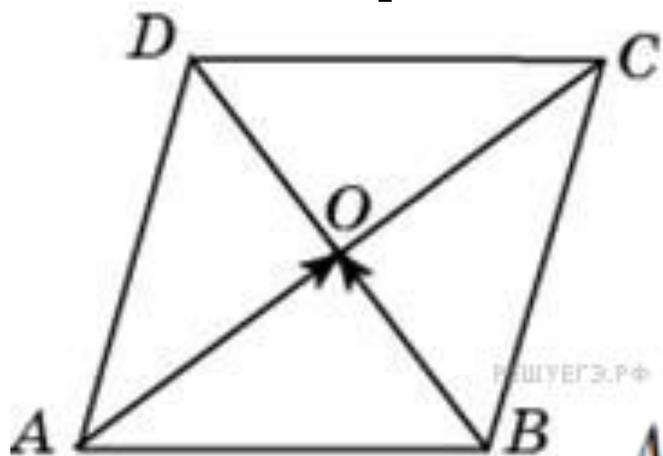
Диагонали ромба $ABCD$ равны 12 и 16.
Найдите длину вектора $AB-AD$.



Разность векторов \vec{AB} и \vec{AD} равна вектору \vec{DB} . А длина вектора \vec{DB} равна 12.

Задача №5

Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O и равны 12 и 16. Найдите длину вектора $\vec{AO} + \vec{BO}$.

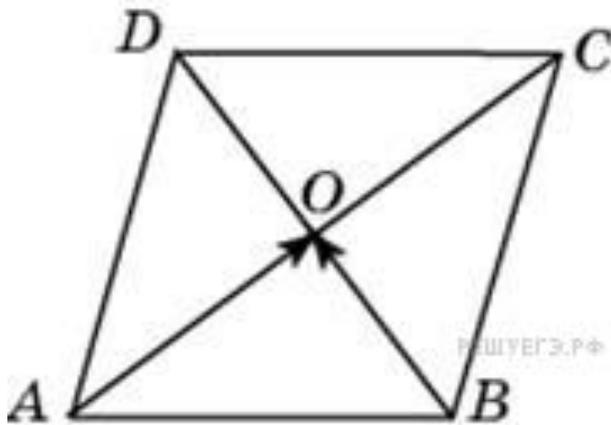


Сумма векторов $\vec{AO} + \vec{BO}$ равна вектору \vec{AD} . $ABCD$ — ромб, его диагонали пересекаются под прямым углом, значит,

$$AD = \sqrt{AO^2 + OD^2} = \frac{1}{2} \sqrt{AC^2 + BD^2} = \frac{1}{2} \sqrt{256 + 144} = 10$$

Задача №6

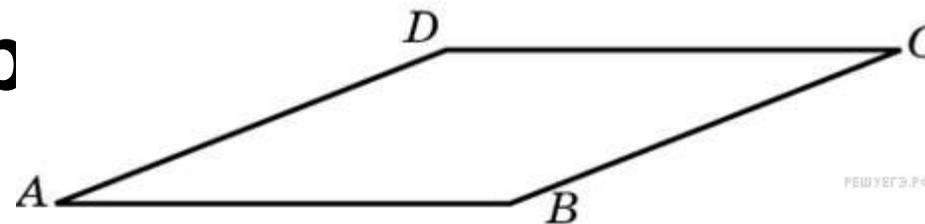
Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O и равны 12 и 16. Найдите скалярное произведение векторов AO и BO .



Скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между ними. Диагонали в ромбе перпендикулярны. Так как косинус прямого угла равен нулю, то и скалярное произведение тоже **равно нулю**.

Задача №7

Найдите площадь ромба, если его высота равна 2, а его острый угол ρ



Площадь ромба равна произведению квадрата его стороны на синус его угла. С другой стороны, площадь ромба равна произведению его основания на высоту, опущенную на это основание. Поэтому, если сторона ромба равна a , то

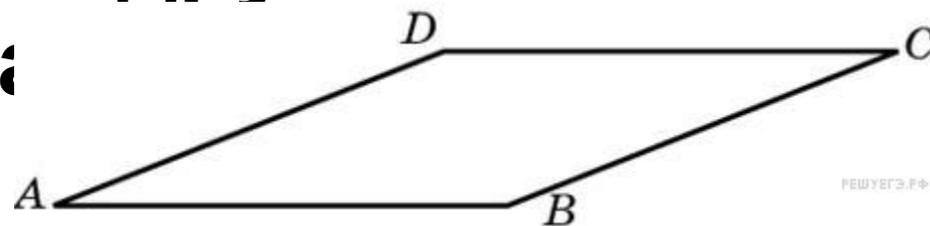
$$a^2 \cdot \sin 30^\circ = 2 \cdot a$$

$$S = 2 \cdot 4 = 8$$

Решаем полученное уравнение и получаем $a=4$, поэтому

Задача №8

Площадь ромба равна 6. Одна из его диагоналей в 3 раза больше другой.
Найдите меньшую диагональ:

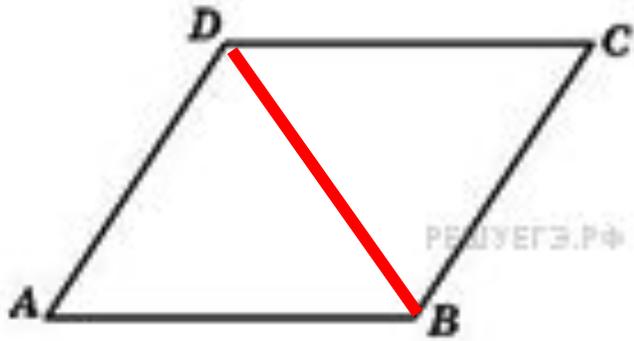


Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей. Пусть меньшая из диагоналей равна a , тогда большая равна $3a$.

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a = 6 \quad a = 2$$

Задача №9

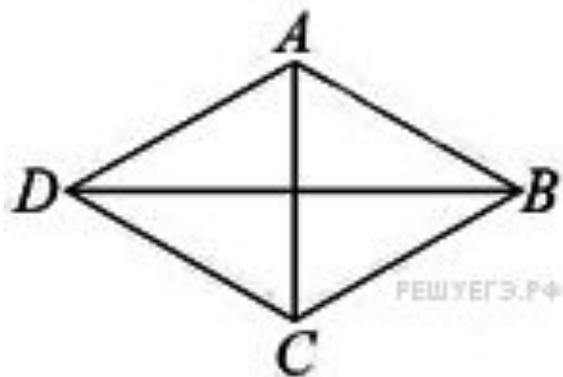
Найдите меньшую диагональ ромба, стороны которого равны 2, а острый угол



меньшая диагональ ромба лежит против острого угла. Треугольник **ADB** равнобедренный. Угол при вершине **A** равен **60°** , значит, треугольник **ADB** – равносторонний. Диагональ равна **2**.

Задача №10

В ромбе $ABCD$ $AB=2$, $AC=\sqrt{7}$. Найдите синус угла BAC .

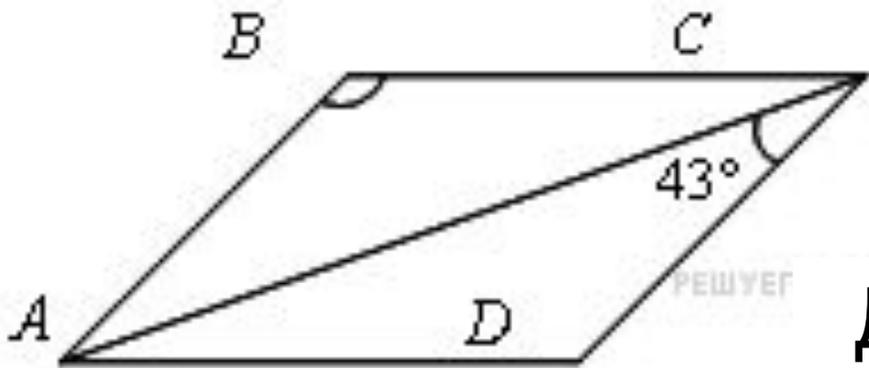


$$BO = \sqrt{2^2 - \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{16-7}{4}} = \frac{3}{2}.$$

$$\sin BAC = \frac{3 \cdot 2}{2} = 0,75.$$

Задача №11

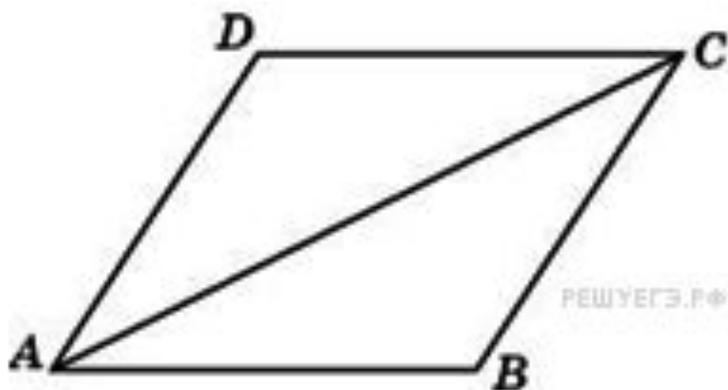
В ромбе $ABCD$ угол ACD равен 43° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



Диагональ ромба AC является биссектрисой угла C , поэтому он равен 86° . Сумма углов B и C равна 180° , поэтому искомым углом B равен 94° .

Задача №12

Найдите большую диагональ ромба, сторона которого равна $\sqrt{3}$, а острый угол равен 60° .



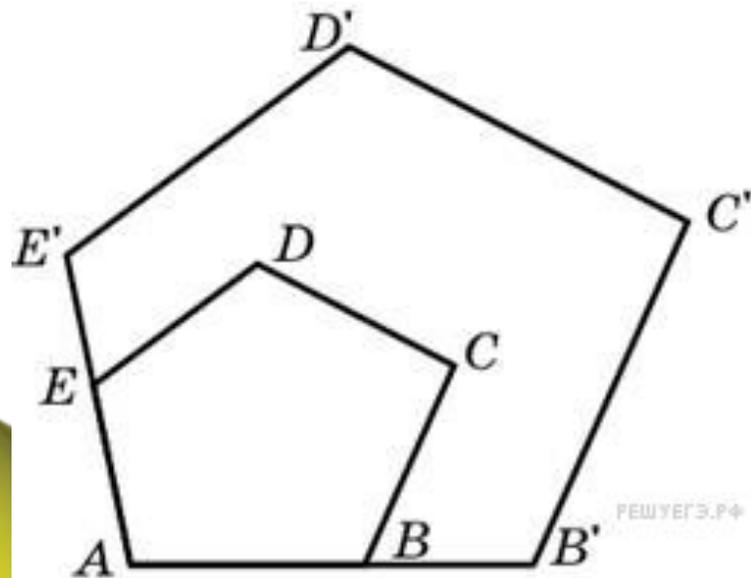
Тупой угол ромба равен $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.
Воспользуемся теоремой косинусов:

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AD^2 + DC^2 - 2AD \cdot DC \cdot \cos D} = \sqrt{2AD^2(1 - \cos 120^\circ)} = \\ &= \sqrt{6(1 + 0,5)} = 3 \end{aligned}$$

Задача №13

Периметры двух подобных многоугольников относятся как 3:5. Площадь меньшего многоугольника равна 18. Найдите площадь большего многоугольника.

Отношение площадей подобных многоугольников равно квадрату отношения их периметров.



$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{18}{S_2} = \left(\frac{3}{5} \right)^2 \Rightarrow 9S_2 = 25 \cdot 18$$
$$\Rightarrow S_2 = 50$$