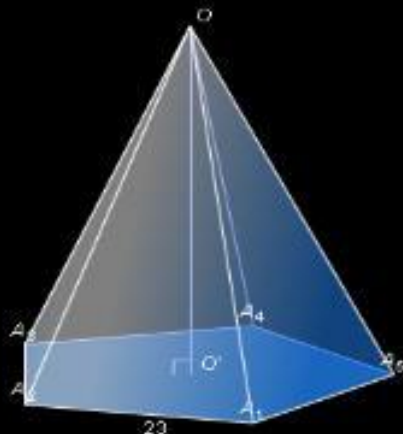




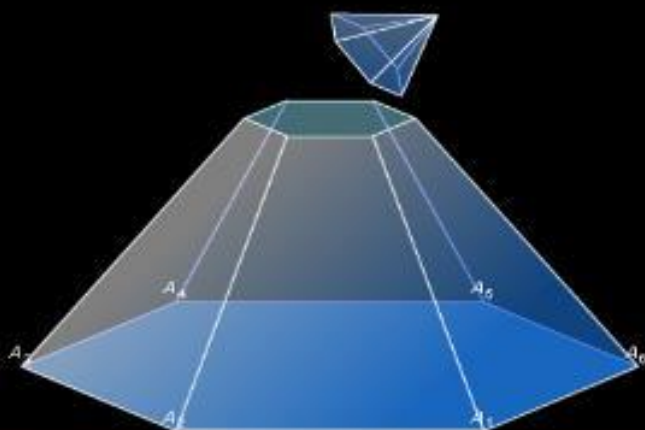
УСЕЧЕННАЯ ПИРАМИДА

10 класс
МАОУ СОШ № 13 города Тюмени

Понятие усеченной пирамиды

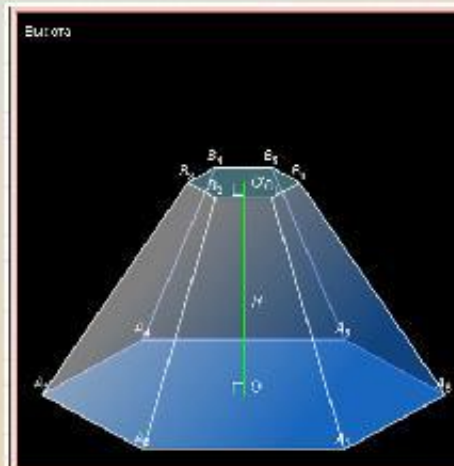
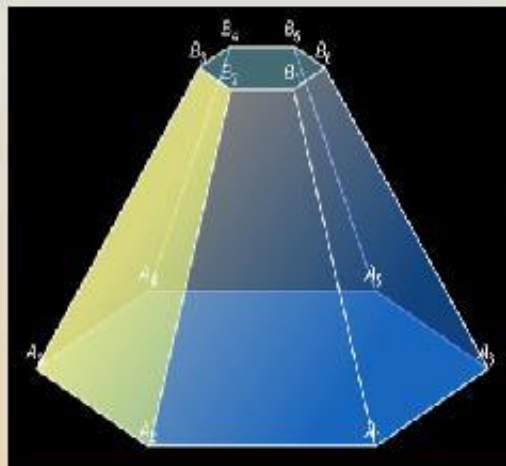
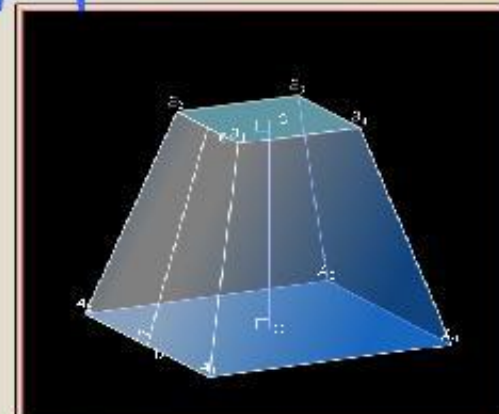
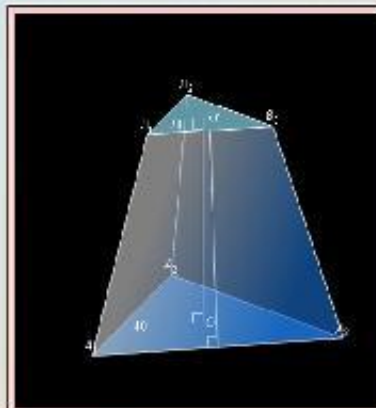


- Плоскость параллельная основанию пирамиды, разбивает ее на два многогранника. Один из них является пирамидой, а другой называется усеченной пирамидой.

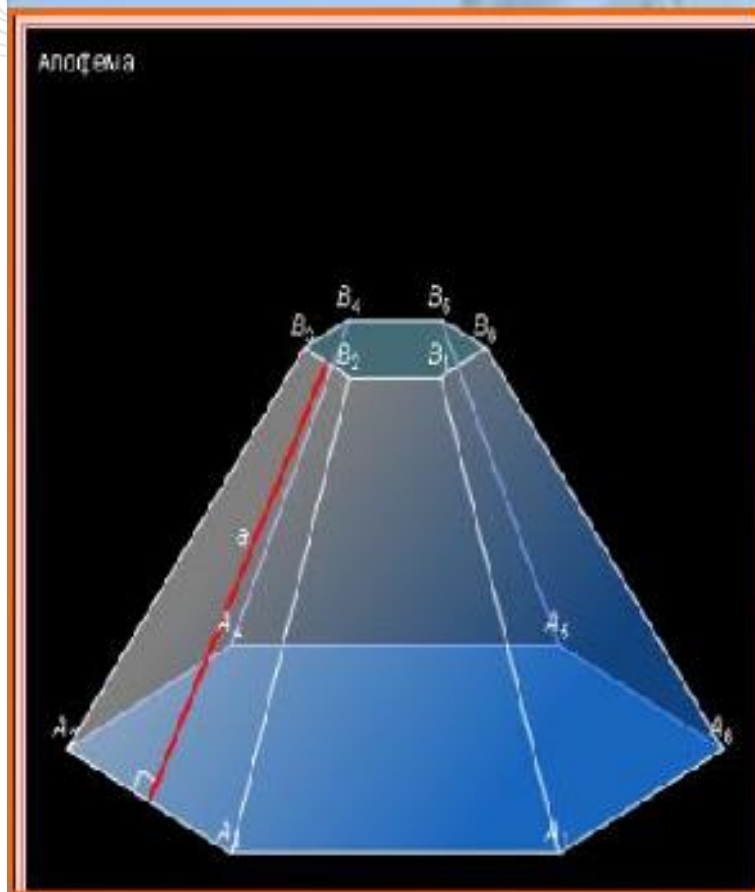


- Усеченная пирамида- это часть полной пирамиды, заключенная между ее основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию данной пирамиды

УСЕЧЕННЫЕ ПИРАМИДЫ



Правильная усеченная пирамида



- *Усеченная пирамида называется правильной, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.*
- *Основания - правильные многоугольники.*
- *Боковые грани - равные равнобедренные трапеции.*
- *Высоты этих трапеций называются апофемами.*

Элементы усеченной пирамиды

Основания усеченной пирамиды

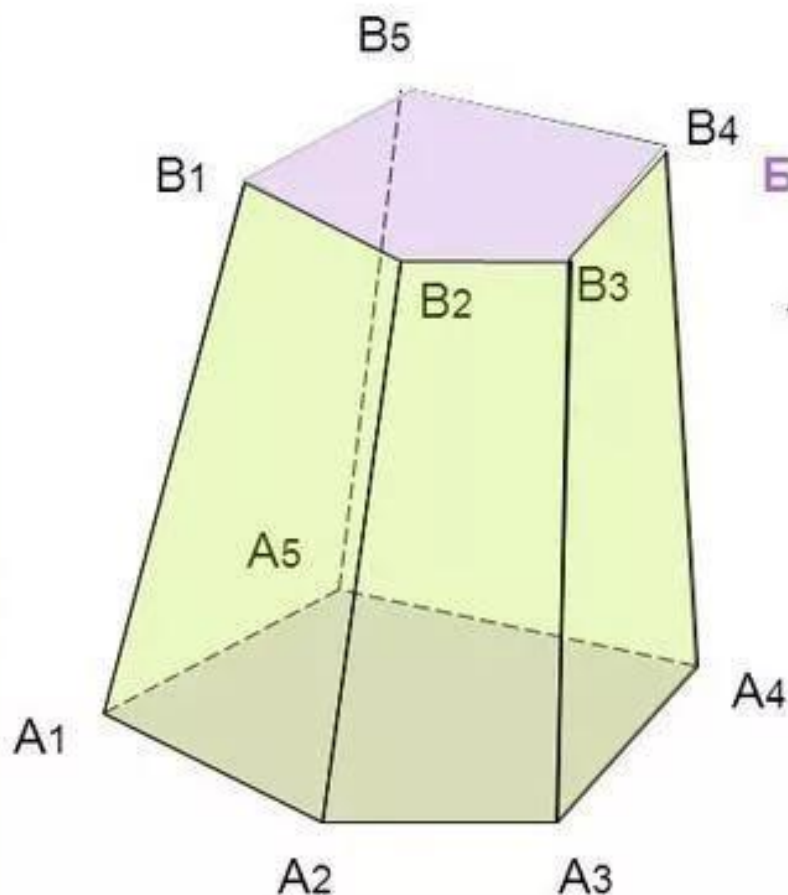
$A_1A_2A_3A_4A_5$, $B_1B_2B_3B_4B_5$

Боковые грани усеченной пирамиды

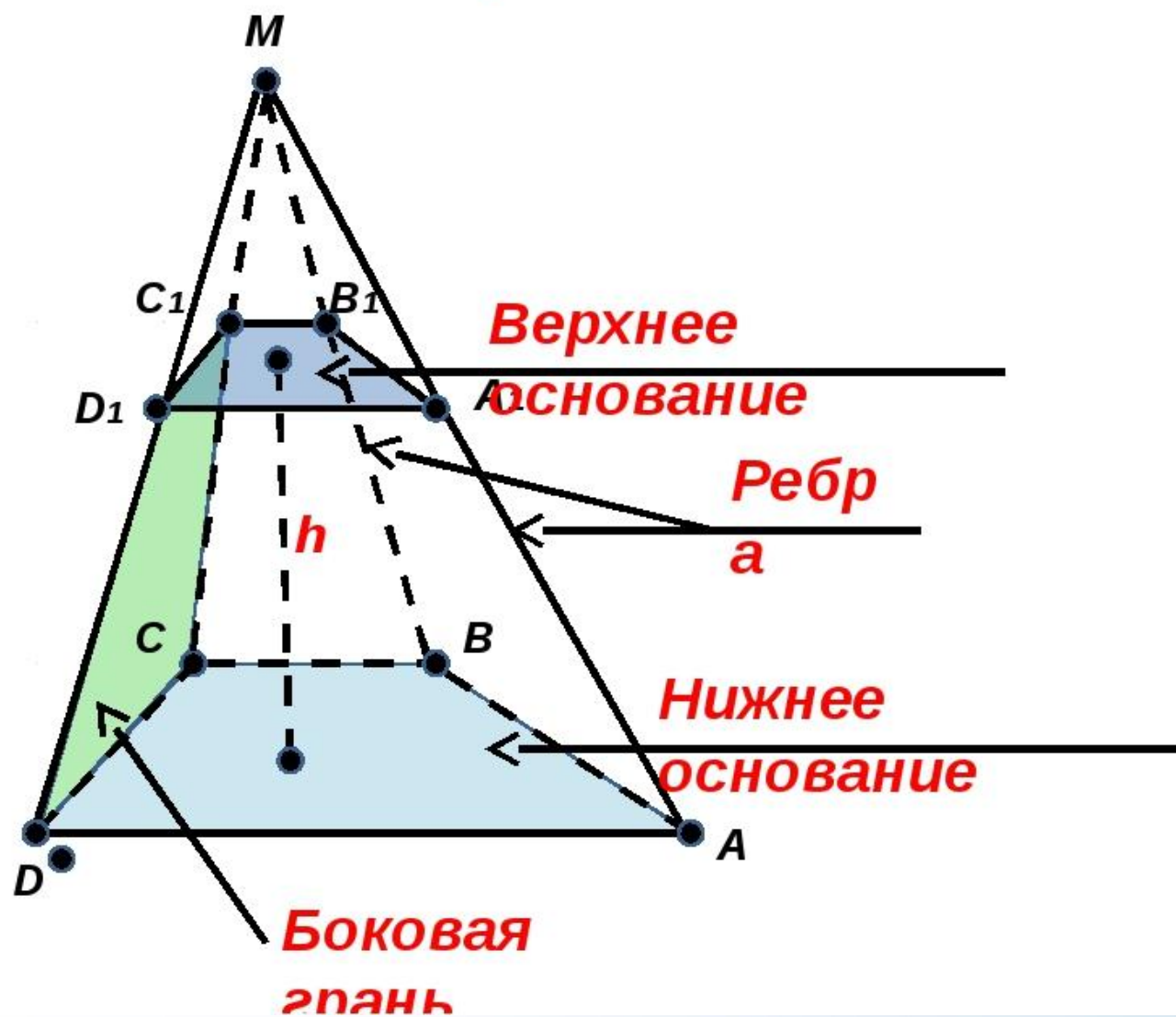
$A_1B_1B_2A_2$, $A_2B_2B_3A_3$, $A_3B_3B_4A_4$ и тд.

Ребра усеченной пирамиды

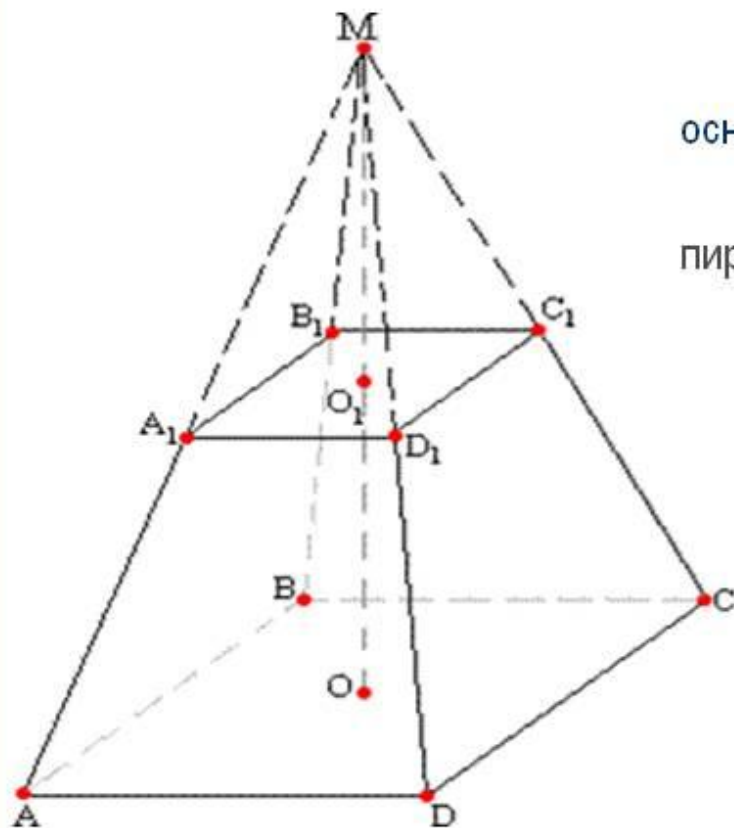
A_1A_2 , A_2A_3 , A_3A_4 , A_4A_5 , A_5A_1 ,
 A_1B_1 , A_2B_2 , A_3B_3 , A_4B_4 , A_5B_5 и тд.



Усечённая пирамида



Основные формулы



Многоугольники $A_1B_1C_1D_1$ и $ABCD$ – основания усечённой пирамиды.

Перпендикуляр O_1O – высота усечённой пирамиды.

- Площадь боковой поверхности усечённой пирамиды:

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2) h$$

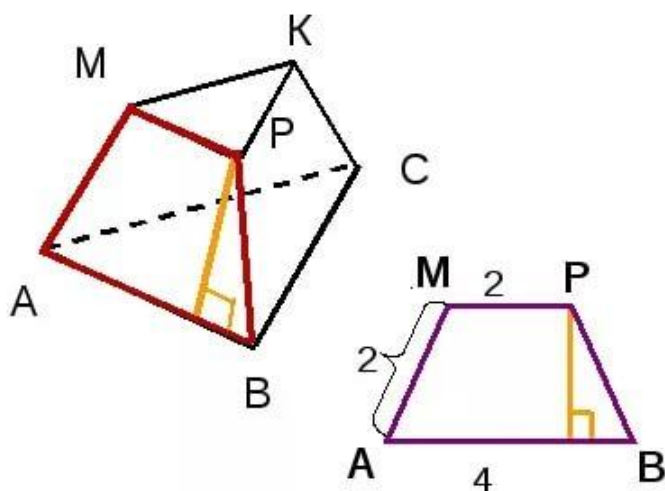
где P_1, P_2 – периметры оснований,
 h – апофема усечённой пирамиды.

- Объём усечённой пирамиды:

$$V = \frac{1}{3} H (S_1 + \sqrt{S_1 \cdot S_2} + S_2)$$

где S_1, S_2 – площади оснований,
 H – высота усечённой пирамиды.

Ход решения задачи.



Дано: $ABCMРK$ – правильная усечённая пирамида;

$\triangle ABC$ – нижнее основание;

$\triangle MPK$ – верхнее основание;

$AB = 4$ см, $MP = 2$ см, $AM = 2$ см.

Найти: 1. апофему;

2. *Сполн.*

План решения:

1. Сделать чертеж.
2. Построить апофему и определить многоугольник, из которого можно её найти.
3. Произвести необходимые вычисления.

Дано: Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро - 6 см. Найдите **Scеч**, проходящего через сторону верхнего основания и противоположащую вершину нижнего основания.

Решение: Треугольник $A_1B_1C_1$ - равнобедренный ($A_1B = C_1B$ как диагональ равных граней)

1) Рассмотрим треугольник BCC_1 - прямоугольный

$$BC_1^2 = BC^2 + CC_1^2$$

$$BC_1 = \sqrt{64 + 36} = 10 \text{ см}$$

2) Рассмотрим треугольник VMC_1 - прямоугольный

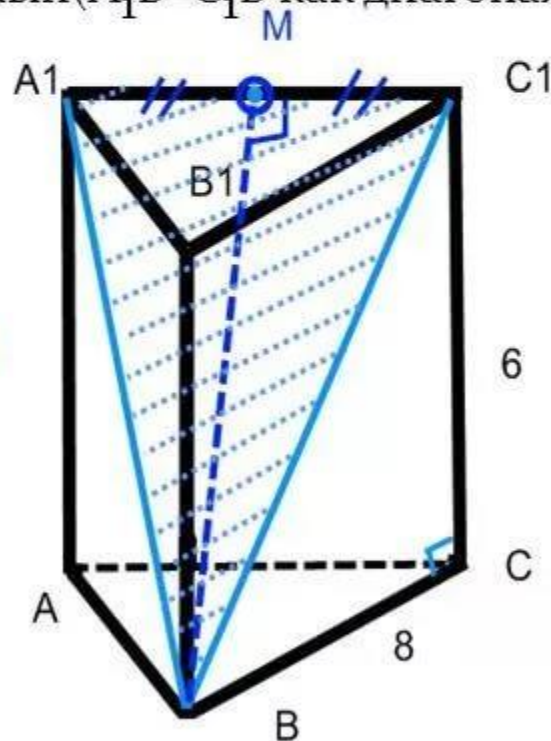
$$BC_1^2 = BM^2 + MC_1^2$$

$$BM^2 = BC_1^2 - MC_1^2$$

$$BM^2 = 100 - 16 = 84$$

$$BM = \sqrt{84} = 2\sqrt{21} \text{ см}$$

$$S_{\text{сеч}} = \frac{1}{2} A_1C_1 * BM = \frac{1}{2} * 2\sqrt{21} \text{ см} * 8 = 8\sqrt{21}$$



Решить задачу

Бак, имеющий форму правильной четырехугольной усеченной пирамиды, вмещает 190л бензина. Найдите глубину этого бака, если стороны его оснований равны 60см и 40см.

