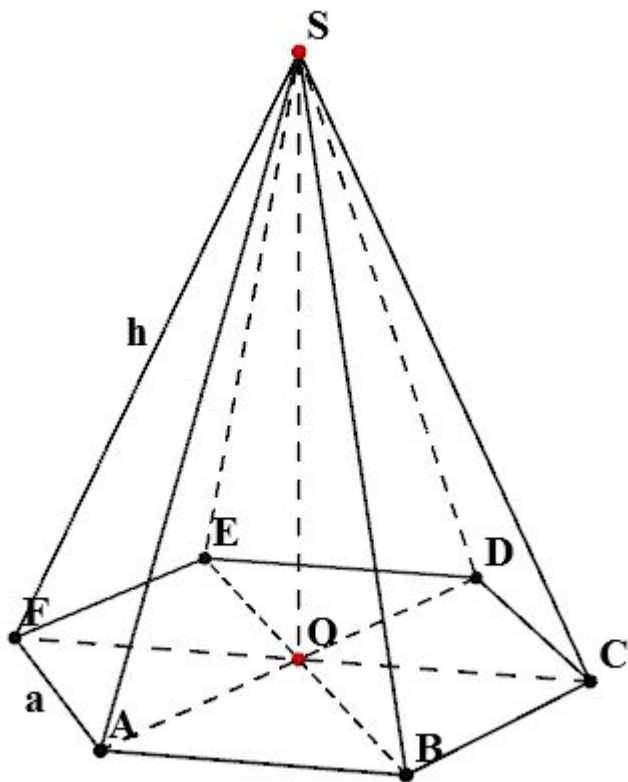


Шестиугольная пирамида



Правильная шестиугольная пирамида



**Правильная
шестиугольная
пирамида —**
пирамида, в
основании которой
лежит правильный
шестиугольник.

Свойства пирамиды



Если все боковые рёбра равны, то:

Вокруг основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проектируется в её центр;

Боковые рёбра образуют с плоскостью основания равные углы;

Также верно и обратное, то есть если боковые рёбра образуют с плоскостью основания равные углы, или если около основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проектируется в её центр, то все боковые рёбра пирамиды равны.

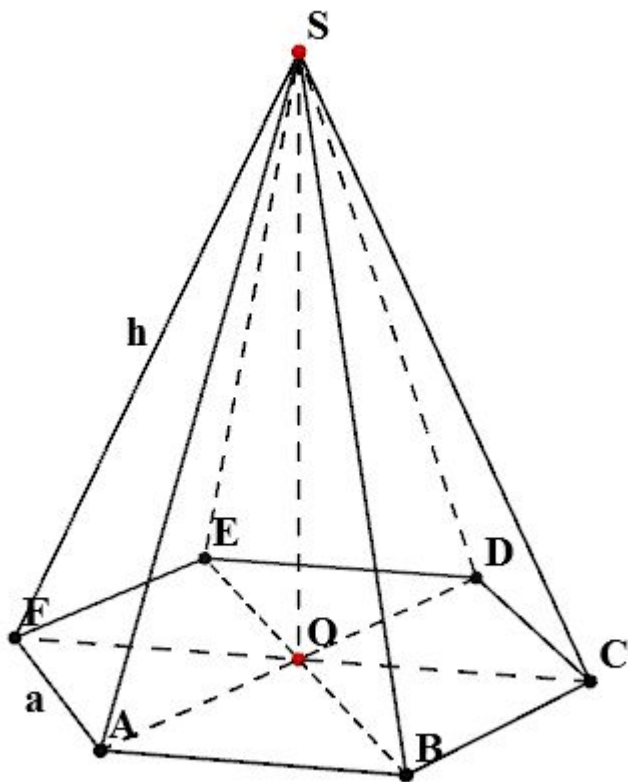
Если боковые грани наклонены к плоскости основания под одним углом, то:

В основание пирамиды можно вписать окружность, причём вершина пирамиды проектируется в её центр;

Высоты боковых граней равны;

Площадь боковой поверхности равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани.

Обозначения



$SABCDEF$ — правильная
шестиугольная пирамида

O — центр основания пирамиды

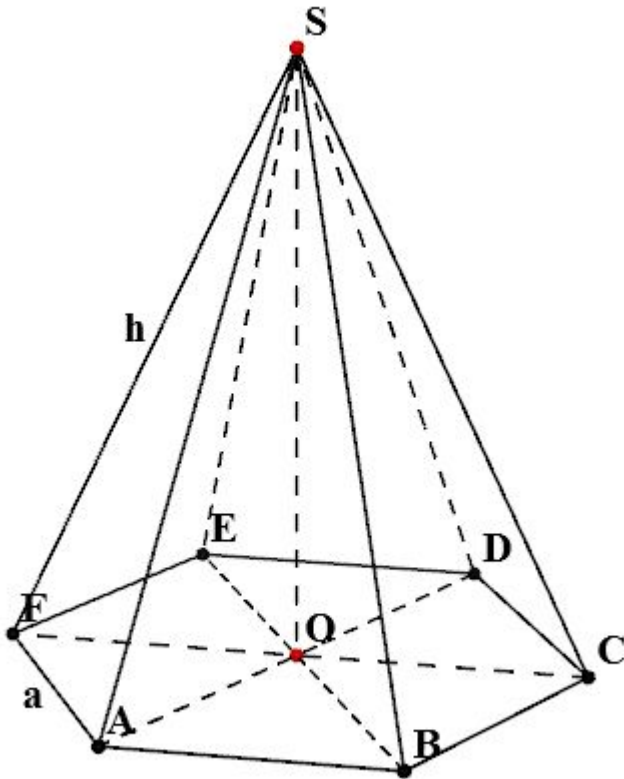
a — длина стороны основания
пирамиды

h — длина бокового ребра
пирамиды

$S_{осн.}$ — площадь основания
пирамиды

$V_{\text{пирамиды}}$ — объем пирамиды

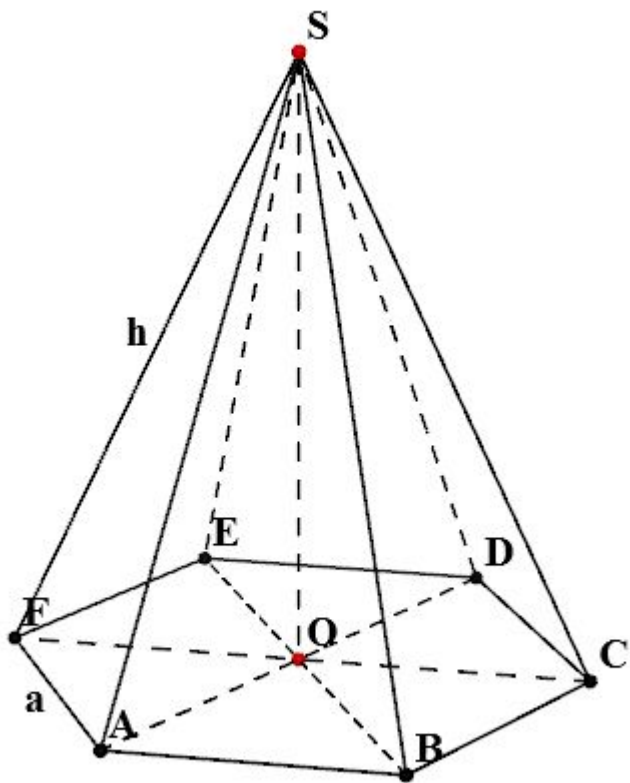
Площадь основания пирамиды



В основаниях пирамиды находится правильный шестиугольник со стороной a .
По свойствам правильного шестиугольника, площадь основания пирамиды равна

$$S_{\text{осн.}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$$

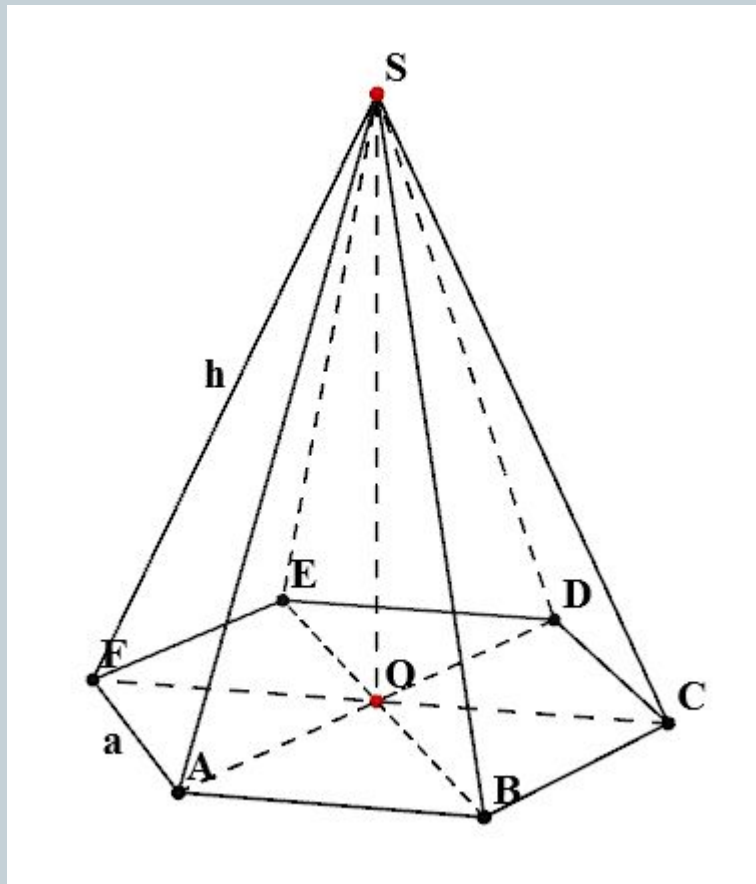
Объём пирамиды



Объём пирамиды вычисляется как треть произведения площади ее основания на ее высоту. Высотой правильной пирамиды является отрезок SO. В основании правильной шестиугольной призмы находится правильный шестиугольник, площадь которого нам известна. Получаем V пирамиды=

$$= \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн.}} \cdot SO = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 \cdot \sqrt{h^2 - a^2}$$

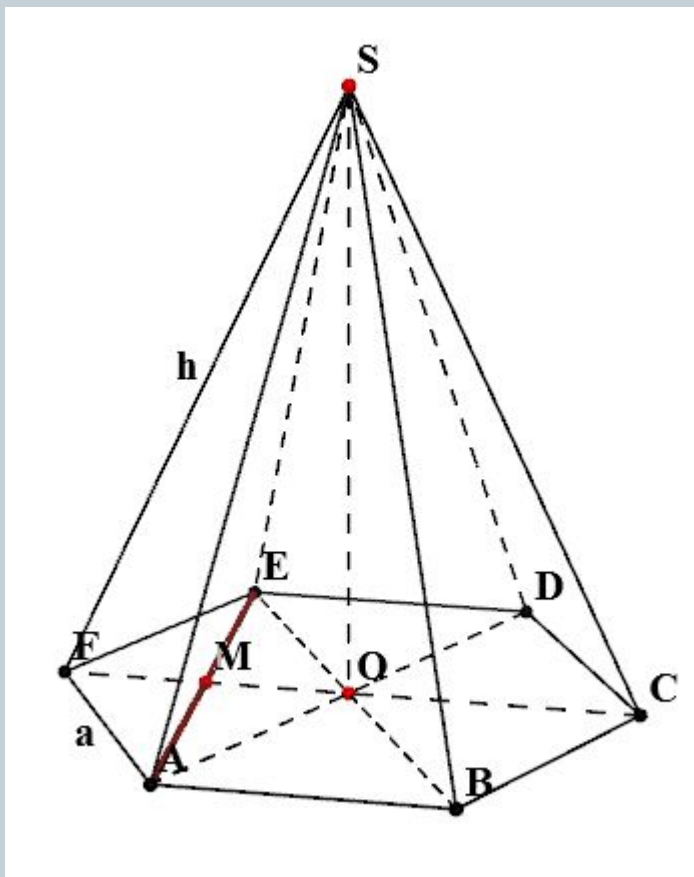
Высота пирамиды



Прямая SO является высотой пирамиды, поэтому $\angle SOF = 90^\circ$. Треугольник SOF прямоугольный, в нем $FO = a$, $FS = h$. По свойствам прямоугольного треугольника

$$SO = \sqrt{FS^2 - FO^2} = \sqrt{h^2 - a^2}$$

Правильный шестиугольник в основании пирамиды

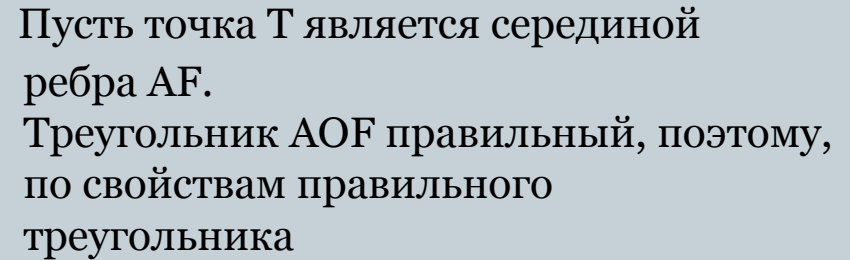


По свойствам правильного шестиугольника, треугольники AOB, BOC, COD, DOE, EOF, FOA являются правильными треугольниками. Отсюда следует, что $AO=OD=EO=OB=CO=OF=a$. Проводим отрезок AE, пересекающийся с отрезком CF в точке M. Треугольник AEO равнобедренный, в нём $AO=OE=a$, $\angle EOA=120^\circ$. По свойствам равнобедренного треугольника

$$AE = a \sqrt{2(1 - \cos EOA)} = \sqrt{3} \cdot a$$

Аналогичным образом приходим к заключению, что $AC=CE = \sqrt{3} \cdot a$

$$FM=MO = \frac{1}{2} \cdot a$$



Треугольник STO прямоугольный,
высота SO равна $\sqrt{h^2 - a^2}$.

$$ST = \sqrt{SO^2 + TO^2} = \sqrt{h^2 - \frac{1}{4} \cdot a^2}$$